



UNIVERZITET U NIŠU
GRAĐEVINSKO-ARHITEKTONSKI FAKULTET



Nikola M. Velimirović

**PROBABILISTIČKA ANALIZA I
OPTIMIZACIJA SPREGNUTIH
KONSTRUKCIJA TIPA DRVO-BETON**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Tekst ove doktorske disertacije stavlja se na uvid javnosti,
u skladu sa članom 30., stav 8. Zakona o visokom obrazovanju
("Sl. glasnik RS", br. 76/2005, 100/2007 – autentično tumačenje, 97/2008, 44/2010, 93/2012,
89/2013 i 99/2014)

NAPOMENA O AUTORSKIM PRAVIMA:

Ovaj tekst smatra se rukopisom i samo se saopštava javnosti (član 7. Zakona o autorskim i
srodnim pravima, "Sl. glasnik RS", br. 104/2009, 99/2011 i 119/2012).

**Nijedan deo ove doktorske disertacije ne sme se koristiti ni u kakve svrhe,
osim za upoznavanje sa njenim sadržajem pre odbrane disertacije.**

Niš, 2017.



UNIVERSITY OF NIŠ
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING AND
ARCHITECTURE



Nikola M. Velimirović

**PROBABILISTIC ANALYSIS AND
OPTIMIZATION OF TIMBER-CONCRETE
COMPOSITE STRUCTURES**

DOCTORAL DISSERTATION

Niš, 2017.

Podaci o doktorskoj disertaciji

Mentor:	Gordana Topličić Ćurčić
Naslov:	Probabilistička analiza i optimizacija spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton
Rezime:	<p>Spregnute konstrukcije tipa drvo-beton predstavljaju spregnuti sistem koji se formira sprežanjem drvenog i betonskog elementa koristeći različite tipove spojnih sredstava. Primenjuje se kod sanacije i izgradnje novih objekata. Kako bi se omogućila njihova što šira primena, potrebno je obezbediti opštu dostupnost relevantne tehničke regulative u vezi sa njihovim projektovanjem i izradom.</p> <p>Osnovni cilj doktorske disertacije jeste da se da određeni doprinos unapređenju procesa projektovanja spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton i njihovog održavanja tokom eksploatacionog veka. U tom smislu treba sprovesti određene višeparametarske probabilističke analize i optimizacije koje bi rezultirale određenim preporukama koje će imati praktičnu primenu u konkretnim uslovima projektovanja, izrade i održavanja ovih spregnutih sistema.</p> <p>U cilju određivanja najvažnijih projektnih parametara, izvršena je stohastička analiza osetljivosti maksimalnog ekvivalentnog napona i maksimalnog ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton. Sprovedena je i višekriterijumska optimizacija sa ciljem izbora optimalnog rešenja za dimenzije posmatranog spregnutog nosača. Razvijen je novi probabilistički model deterioracije koji opisuje pravu prirodu ponašanja spregnutog sistema tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja.</p>
Naučna oblast:	Građevinsko inženjerstvo
Naučna disciplina:	Građevinski materijali i konstrukcije
Ključne reči:	spregnute konstrukcije tipa drvo-beton, probabilistička analiza, višekriterijumska optimizacija, probabilistički model deterioracije, gama proces, predviđanje deterioracije, procena eksploatacionog veka
UDK:	624.016:[691.11+691.32(043.3) 519.216:624.016(043.3)
CERIF klasifikacija:	T220 Građevinarstvo, hidraulika, priobalna tehnologija, mehanika tla
Tip licence Kreativne zajednice:	CC BY-NC-ND

Data on Doctoral Dissertation

Doctoral Supervisor:	Gordana Topličić Ćurčić
Title:	Probabilistic analysis and optimization of timber-concrete composite structures
Abstract:	<p>Timber-concrete composite structures represent a composite system that is formed by coupling of timber and concrete elements using different types of connectors. They are applied in the rehabilitation and construction of new facilities. In order to enable their wider application, it is necessary to ensure the general availability of relevant technical regulations in relation to their design and construction.</p> <p>The main goal of the doctoral dissertation is to contribute to the improvement of the design process of timber-concrete composite structures and their maintenance during the service life. Thus, certain multi-parametric probabilistic analyzes and optimizations should be carried out which would result in certain recommendations that would have practical application in the certain conditions of design, construction and maintenance of these composite systems.</p> <p>In order to determine the most important design parameters, a stochastic sensitivity analysis of the maximum equivalent stress and maximum deflection of the timber-concrete composite beam was performed. A multi-objective optimization was also conducted in order to choose an optimal solution for the dimensions of the observed composite beam. A new probabilistic deterioration model has been developed that describes the true nature of the behavior of the timber-concrete composite system due to the long-term load.</p>
Scientific Field:	Civil engineering
Scientific Discipline:	Civil engineering materials and structures
Key Words:	timber-concrete composite structures, probabilistic analysis, multi-objective optimization, probabilistic deterioration model, gamma process, deterioration prediction, service life prediction
UDC:	624.016:[691.11+691.32(043.3)] 519.216:624.016(043.3)
CERIF Classification:	T220 Civil engineering, hydraulic engineering, offshore technology, soil mechanics
Creative Commons License Type:	CC BY-NC-ND

Zahvalnost

Želim da izrazim duboku zahvalnost prof. dr Dragoslavu Stojiću na svesrdnoj pomoći u izboru teme, realizaciji istraživanja, kao i na brojnim diskusijama i korisnim sugestijama.

Mentor, prof. dr Gordana Topličić Ćurčić je svesrdno podržala i svojim iskustvom doprinela da se rad uobliči i realizuje na čemu joj najiskrenije zahvaljujem.

Veliku zahvalnost dugujem Univerzitetu u Nišu na ostvarenoj saradnji sa City University London u okviru EM2-STEM Erasmus Mundus programa.

Prof. dr Tatyana Micic je bila moj komentor prilikom dvogodišnjeg studijskog boravka i istraživanja na City University London. Doprinela je da osetim da se bavim savremenim i važnim problemima u oblasti pouzdanost konstrukcija. Zahvaljujem joj na brojnim diskusijama, svesrdnoj pomoći, kao i na omogućenim uslovima za kvalitetan rad tokom mog boravka u Velikoj Britaniji.

Doc. dr Miodragu Đordjeviću zahvaljujem jer je doprineo da se matematičko znanje adekvatno primeni na nedovoljno ispitanim i rešenim problemima iz oblasti primene statistike i verovatnoće u građevinarstvu.

Prof. dr Draganu Milčiću zahvaljujem za sugestije, ideje i neprocenjive informacije.

Svojim dragim kolegama, savetnicima i koautorima prof. dr Miomiru Stankoviću, doc. dr Milanu Baniću, doc. dr Ivanu Stanimiroviću, dr Radovanu Cvetkoviću, Nemanji Markoviću i Nenadu Stojkoviću zahvaljujem jer su svojim znanjem, konstantnim entuzijazmom i ohrabrivanjem doprineli da rešim mnoge teške probleme i istrajem.

Takodje, zahvaljujem prof. dr Zoranu Rakiću, prof. dr Draganu Đorđeviću za podršku mog istraživanja tokom izrade ove doktorske disertacije.

Zahvaljujem porodicama Velimirović, Minčić i Veličković na velikom požrtvovanju i podršci prilikom izrade ove doktorske disertacije. Specijalno zahvaljujem mom deki prof. dr Svetislavu Minčiću koji mi je bio uzor i inspiracija za bavljenje naukom.

Na kraju zahvaljujem svojoj dragoj supruzi Ivani i sinu Vanji za veliku ljubav, strpljenje, podršku i razumevanje koju su mi pružili i doprineli da ovaj veliki posao privedem kraju.

U Nišu, novembra 2017. godine

Nikola Velimirović

SADRŽAJ

SPISAK SLIKA	iv
SPISAK TABELA	viii
1. UVOD	1
1.1. Predmet naučnog istraživanja.....	1
1.2. Cilj naučnog istraživanja.....	2
1.3. Metodologija istraživanja.....	3
1.4. Struktura rada.....	3
2. SPREGNUTE KONSTRUKCIJE TIPA DRVO-BETON	6
2.1. Opšte	6
2.2. Koncept sprezanja drveta i betona.....	10
2.3. Sredstva za sprezanje kod spregnutih sistema tipa drvo-beton	11
3. PRIMENA ANALIZE OSETLJIVOSTI U PROJEKTOVANJU SPREGNUTIH KONTRUKCIJA TIPA DRVO-BETON	16
3.1. Uvod.....	16
3.2. Klasifikacija analize osetljivosti	17
3.2.1. Deterministička analiza osetljivosti	17
3.2.2. Stohastička analiza osetljivosti	18
3.3. Karakteristični postupak stohastičke analize osetljivosti.....	19
3.3.1. Definisane matematičkog modela konstrukcije	20
3.3.2. Karakterizacija ulaznih parametara.....	21
3.3.3. Generisanje uzoraka ulaznih parametara.....	21
3.3.4. Sprovođenje numeričkih simulacija	23
3.4. Metode stohastičke analize osetljivosti.....	24
3.4.1. Metode zasnovane na analizi varijanse	24
3.4.2. Metode zasnovane na regresiji i korelaciji	24
3.4.2.1. Pirsonov koeficijent korelacije.....	25
3.4.2.2. Spirmanov koeficijent korelacije rangova.....	26
3.5. Stohastička analiza osetljivosti izlaznih projektnih parametara spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton	27
3.5.1. Numerički model spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	27
3.5.1.1. Karakteristike materijala.....	30

3.5.1.2. Konačni elementi i kontaktni uslovi.....	31
3.5.2. Izbor i karakterizacija ulaznih projektnih parametara.....	33
3.5.3. Analiza varijabilnosti izlaznog parametra.....	34
3.5.4. Ocena mere osetljivosti izlaznog parametra.....	36
3.5.4.1. Ocena mere osetljivosti maksimalnog ekvivalentnog napona.....	36
3.5.4.2. Ocena mere osetljivosti maksimalnog ugiba.....	38
3.5.5. Metoda regresione površi.....	39
4. ANALIZA PONAŠANJA SPREGNUTIH KONSTRUKCIJA TIPA DRVO-BETON USLED DUGOTRAJNOG OPTEREĆENJA.....	45
4.1. Proračuna spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton.....	45
4.2. Ponašanje spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja.....	48
4.2.1. Tečenje betona.....	49
4.2.2. Tečenje drveta.....	50
4.2.3. Tečenje spojnih sredstava.....	52
4.2.4. Reološke pojave zanemarene metodom efektivnog modula.....	52
4.2.4.1. Uticaj skupljanja betona.....	53
4.2.4.2. Varijacija uticaja spoljašnje sredine.....	55
4.3. Parametarska analiza ponašanja spregnutog nosača usled dugotrajnog opterećenja.....	56
4.3.1. Uticaj čvrstoće betona.....	57
4.3.2. Uticaj čvrstoće drveta.....	58
4.3.3. Uticaj skupljanja betona.....	59
4.3.4. Uticaj mehano-sorpcionog tečenja.....	60
4.3.5. Varijacija uticaja spoljašnje sredine.....	61
5. OPTIMALNO PROJEKTOVANJE SPREGNUTOG NOSAČA TIPA DRVO- BETON.....	64
5.1. Uvod.....	64
5.2. Osnovni pojmovi projektne optimizacije.....	65
5.3. Višekriterijumsko odlučivanje.....	66
5.3.1. Rangiranje alternativa.....	68
5.3.2. Pareto optimalnost.....	69
5.4. Optimizacija dimenzija poprečnog preseka spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	70
5.4.1. Optimizacione promenjive.....	72
5.4.2. Kriterijumi optimizacije.....	72
5.4.3. Funkcije ograničenja.....	74

5.5. Rezultati i diskusija.....	74
5.5.1 Optimizacione alternative.....	74
5.5.2 Minimalna cena koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	78
5.5.3 Primena analize trade-off.....	87
6. PROBABILISTIČKO MODELOVANJE PONAŠANJA SPREGNUTOG NOSAČA USLED DUGOTRAJNOG OPTEREĆENJA.....	92
6.1. Modeli pogodni za opisivanje deterioracije građevinskih konstrukcija	92
6.1.1. Determinističko modelovanje deterioracije.....	92
6.1.2. Probabilističko modelovanje deterioracije	94
6.1.2.1. Modelovanje slučajnom promenljivom.....	95
6.1.2.1.1. Model stope otkaza.....	96
6.1.2.1.2. Model indeksa pouzdanosti.....	96
6.1.2.1.3. Model vremenski zavisnog indeksa pouzdanosti ...	98
6.1.2.2. Modelovanje stohastičkim procesom.....	99
6.2. Model slučajne stope deterioracije	100
6.2.1. Ocena parametara modela slučajne stope deterioracije.....	102
6.3. Gama proces model	103
6.3.1. Ocena eksponencijalnog parametara gama proces modela	105
6.3.2. Ocene parametara oblika i razmere gama proces modela	106
6.3.2.1. Metoda momenata.....	106
6.3.2.1.1. Ocena parametara stacionarnog gama procesa	107
6.3.2.1.2. Ocena parametara nestacionarnog gama procesa..	109
6.3.2.2. Metoda maksimalne verodostojnosti	112
6.4. Modelovanje deterioracije spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	115
6.4.1. Komparativna analiza modela stohastičkog procesa.....	118
6.4.2. Primena gama proces modela deterioracije	121
6.4.2.1. Trend priraštaja očekivane deterioracije	122
6.4.2.2. Ocena parametra oblika i parametra razmere	125
6.4.2.3. Predviđanje buduće deterioracije.....	127
6.4.2.4. Predviđanje eksploatacionog veka.....	130
7. ZAKLJUČAK	135
8. LITERATURA	143
9. BIOGRAFIJA AUTORA.....	149

SPISAK SLIKA

Slika 2.1 Primer spregnutog sistema tipa drvo-beton.....	6
Slika 2.2 Vihantasalmi most, Finska	7
Slika 2.3 Quiaios most, Portugalija	8
Slika 2.4 Stambena zgrada izgrađena 2013. godine u Hamburgu, Nemačka	8
Slika 2.5 Spregnuta međuspratna konstrukcija drvo-beton u stambenom objektu: (a) spoljašnji izgled; (b) unutrašnji izgled	9
Slika 2.6 Spregnuta međuspratna konstrukcija drvo-beton - Dr. Chau Chak Wing Building .	9
Slika 2.7 Koncept sprezanja nosača tipa drvo-beton.....	10
Slika 2.8 Klasifikacija spojnih sredstava za sprezanje drveta i betona.....	12
Slika 2.9 SFS zavrtnjevi.....	13
Slika 2.10 Čelične cevi	13
Slika 2.11 Kružni žleb (levo) i četvrtasti žleb (desno) u drvenoj gredi sa štapastim spojnim sredstvom kao ojačanjem	14
Slika 2.12 Čelična rešetka.....	14
Slika 2.13 Dijagram popustljivosti različitih spojnih sredstava karakterističnih za sprezanje drveta i betona.....	15
Slika 3.1 Klasifikacija analize osetljivosti	17
Slika 3.2 Grafički prikaz mere osetljivosti determinističke analize osetljivosti	18
Slika 3.3 Dijagram osnovnih koraka u stohastičkoj analizi osetljivosti	20
Slika 3.4 Uzorkovanje slučajnih ulaznih promenljivih pomoću direktne Monte Carlo metode (a) i metode latinskih hiperkocki (b).....	23
Slika 3.5 Grafički prikaz procesa numeričke simulacije na matematičkom modelu	23
Slika 3.6 Poprečni presek spregnutog nosača tipa drvo-beton izvedenog sa mehaničkim spojnim sredstvima	28
Slika 3.7 Geometrijski model spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	29
Slika 3.8 3D model polovine spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	30
Slika 3.9 Dijagram napon-dilatacija korišćen za modelovanje ponašanja drveta.....	31
Slika 3.10 Mreža konačnih elemenata 3D modela polovine spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	32
Slika 3.11 Grafički prikaz histograma i funkcije kumulativne raspodele verovatnoće maksimalnog ekvivalentnog napona σ_e	35
Slika 3.12 Grafički prikaz histograma i funkcije kumulativne raspodele verovatnoće maksimalnog ugiba grede.....	36
Slika 3.13 Osetljivost posmatranog izlaznog parametra - Maksimalni ekvivalentni napon.....	37

Slika 3.14 Osetljivosti posmatranog izlaznog parametra – Maksimalni ugib.....	38
Slika 3.15 Poređenje rezultata dobijenih na osnovu sprovedenih numeričkih simulacija i na osnovu metode regresione površi – Maksimalni ekvivalentni napon.....	40
Slika 3.16 Poređenje rezultata dobijenih na osnovu sprovedenih numeričkih simulacija i na osnovu metode regresione površi – Maksimalni ugib	41
Slika 3.17 Regresiona površ: maksimalni ekvivalentni napon / širina drvene grede/modul elastičnosti drveta.....	41
Slika 3.18 Regresiona površ: maksimalni ugib / širina drvene grede / modul elastičnosti drveta.....	42
Slika 3.19 Regresiona površ: maksimalni ekvivalentni napon / širina drvene grede / visina drvene grede	42
Slika 3.20 Regresiona površ: maksimalni ugib / širina drvene grede / visina drvene grede ..	43
Slika 3.21 Regresiona površ: maksimalni ekvivalentni napon / visina betonske ploče / visina drvene grede	43
Slika 3.22 Regresiona površ: maksimalni ugib / visina betonske ploče /visina drvene grede	44
Slika 4.1. Geometrijske karakteristike i naponi u elastično spregnutom nosaču	45
Slika 4.2. Dijagram razvoja koeficijenta tečenja drveta tokom vremena	51
Slika 4.3 Uticaj čvrstoće betona na promenu ugiba spregutog nosača.....	57
Slika 4.4 Uticaj čvrstoće drveta na promenu ugiba spregutog nosača	58
Slika 4.5 Uticaj skupljanja betona na promenu ugiba spregutog nosača.....	59
Slika 4.6 Uticaj mehano-sorpcionog tečenja na promenu ugiba spregutog nosača	60
Slika 4.7 Uticaj varijacije klimatskih uslova na promenu ugiba spregutog nosača	63
Slika 5.1 Koncept Pareto optimalnosti	70
Slika 5.2 Spregnuti nosač tipa drvo-beton statičkog sistema proste grede.....	71
Slika 5.3 Trade-off grafikoni posmatranih alternativa za posmatrane raspone spregnutog nosača opterećene korisnim opterećenjem od 2kN/m^2	75
Slika 5.4 Trade-off grafikoni posmatranih alternativa za posmatrane raspone spregnutog nosača opterećene korisnim opterećenjem od 3kN/m^2	76
Slika 5.5 Trade-off grafikoni posmatranih alternativa za posmatrane raspone spregnutog nosača opterećene korisnim opterećenjem od 4kN/m^2	77
Slika 5.6 Minimalna cena koštanja spregnutih nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju 2kN/m^2	79
Slika 5.7 Minimalna cena koštanja spregnutih nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju 3kN/m^2	80
Slika 5.8 Minimalna cena koštanja spregnutih nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju 4kN/m^2	81
Slika 5.9 Uporedni prikaz minimalne cene koštanja zasnovane na metodi efektivnog modula	82

Slika 5.10 Uporedni prikaz minimalne cene koštanja zasnovane na rigoroznom proračunu .	82
Slika 5.11 Potrebna ukupna visina poprečnog preseka za korisno opterećenje od 2kN/m^2 ...	83
Slika 5.12 Potrebna ukupna visina poprečnog preseka za korisno opterećenje od 3kN/m^2 ...	84
Slika 5.13 Potrebna ukupna visina poprečnog preseka za korisno opterećenje od 4kN/m^2 ...	85
Slika 5.14 Uporedni prikaz potrebne ukupne visine poprečnog preseka zasnovane na metodi efektivnog modula.....	85
Slika 5.15 Uporedni prikaz potrebne ukupne visine poprečnog preseka zasnovane na rigoroznom proračunu	86
Slika 5.16 Projektni predlozi poprečnog preseka spregnutog nosača drvo-beton, koji su dobijeni za određene Pareto optimume za slučaj korisnog opterećenja od 2 kN/m^2	88
Slika 5.17 Projektni predlozi poprečnog preseka spregnutog nosača drvo-beton, koji su dobijeni za određene Pareto optimume za slučaj korisnog opterećenja od 3 kN/m^2	90
Slika 5.18 Projektni predlozi poprečnog preseka spregnutog nosača drvo-beton, koji su dobijeni za određene Pareto optimume za slučaj korisnog opterećenja od 4 kN/m^2	91
Slika 6.1 Grafički prikaz metode najmanjih kvadrata	93
Slika 6.2 Podela probabilističkih modela deterioracije	95
Slika 6.3 Šematski prikaz problema vremenske zavisnosti pouzdanosti.....	98
Slika 6.4 Simulacija deterioracije pojedinačnih uzoraka koristeći model slučajne stope deterioracije	101
Slika 6.5 Simulacija deterioracije pojedinačnih uzoraka koristeći gama procesa.....	103
Slika 6.6 Gustine raspodele verovatnoća slučajne promenljive X sa Gama raspedelom sa različitim parametrima	104
Slika 6.7 Algoritam primene gama procesa za modelovanje monotonih procesa koji postepeno akumuliraju tokom vremena	114
Slika 6.8 Poprečni presek posmatranog spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	116
Slika 6.9 Trend priraštaja očekivanog ugiba u sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo-beton pod eksploatacionim opterećenjem	116
Slika 6.10 Trend priraštaja očekivanog relativnog ugiba u sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo- beton pod eksploatacionim opterećenjem	117
Slika 6.11 Inspeksijski podaci za posmatrane nosače	118
Slika 6.12 Koeficijent varijacije očekivane deterioracije $X(t)$	120
Slika 6.13 Komparacija oekivane deterioracije $X(t)$ u 50. godini eksploatacionog veka.....	121
Slika 6.14 Uticaj reoloških efekata kod spregnutih konstrukcija drvo-beton	123
Slika 6.15 Determinističke krive koje daju prikaz očekivane deterioracije relativnog ugiba tokom vremena za različite oblike poprečnoig preseka	124
Slika 6.16 Aproksimacija dostupnih podataka stepenom funkcijom koristeći metodu najmanjih kvadrata.....	125

Slika 6.17 Grafički prikaz dostupnih podataka o propagaciji relativnog ugiba do 20. godine	126
Slika 6.18 Funkcije gustina raspodele verovatnoće relativnog ugiba u 30. godini	128
Slika 6.19 Funkcija gustina raspodele verovatnoće relativnog ugiba u 30. i 50. godini	129
Slika 6.20 Funkcija gustina raspodele verovatnoće relativnog ugiba u 60. godini na osnovu učestalosti kontrolnih pregleda	129
Slika 6.21 Funkcije kumulativne raspodele verovatnoće relativnog ugiba u različitim godinama	130
Slika 6.22 Funkcija kumulativne raspodele verovatnoće eksploatacionog veka na osnovu dostupnih podataka sa kontrolnih pregleda do 20. godine	132
Slika 6.23 Uporedna analiza funkcija gustine raspodele verovatnoće eksploatacionog veka posmatranog spregnutog nosača na osnovu različite učestalosti kontrolnih pregleda.....	132
Slika 6.24 Verovatnoća dostizanja različitih nivoa graničnog stanja upotrebljivosti tokom eksploatacije	133
Slika 6.25 Funkcija kumulativne raspodele verovatnoće eksploatacionog veka i funkcija verovatnoće opstanka	133

SPISAK TABELA

Tabela 3.1 Ulazni projektni parametri razmatrani u sprovedenoj stohastičkoj analizi osetljivosti.....	33
Tabela 3.2 Parametri raspodele verovatnoće maksimalnog ekvivalentnog napona σ_e	35
Tabela 3.3 Parametri raspodele verovatnoće izlaznog parametra maksimalnog ugiba spregnutog nosača	35
Tabela 3.4 Spirmanovi koeficijenti korelacije rangova projektnih parametara za maksimalni ekvivalentni napon.....	36
Tabela 3.5 Spirmanovi koeficijenti korelacije rangova projektnih parametara za maksimalni ugib.....	38
Tabela 4.1 Vrednosti koeficijenta k_h date u zavisnosti od nominalne veličine h_0	54
Tabela 4.2 Geometrijske karakteristike posmatranog spregnutog nosača	56
Tabela 4.3 Uticaj čvrstoće betona na ugib u sredini spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka	57
Tabela 4.4 Uticaj čvrstoće drveta na ugib spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka	58
Tabela 4.5 Uticaj skupljanja betona na ugib spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka	59
Tabela 4.6 Uticaj mehano-sorpcionog tečenja na ugib u sredini spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka	60
Tabela 4.7 Klimatski uslovi u prostoriji za boravak ljudi	61
Tabela 4.8 Podaci o klimi u Nišu (1981–2010).....	62
Tabela 4.9 Klimatski uslovi u spoljašnjem prostoru na lokaciji grad Niš.....	62
Tabela 5.1 Matrica odlučivanja.....	67
Tabela 5.2 Normalizovana matrica odlučivanja.....	68
Tabela 5.3 Vrednosti preferencije za odgovarajuće kriterijume	68
Tabela 5.4 Oblasti istraživanja optimizacionih promenljivih.....	72
Tabela 5.5 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira minimalnu cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju od 2kN/m^2	79
Tabela 5.6 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira minimalnu cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju od 3kN/m^2	80
Tabela 5.7 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira minimalnu cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju od 4kN/m^2	81
Tabela 5.8 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira potrebnu ukupnu visinu spregnutog nosača za slučaj korisnog opterećenja od 2kN/m^2	83
Tabela 5.9 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira potrebnu ukupnu visinu spregnutog nosača za slučaj korisnog opterećenja od 3kN/m^2	84

Tabela 5.10 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira potrebnu ukupnu visinu spregnutog nosača za slučaj korisnog opterećenja od 4kN/m^2	84
Tabela 5.11 Potreban odnos raspona i visine (L/H) spregnutog nosača tipa drvo-beton.....	86
Tabela 6.1 Parovi dostupnih podataka	93
Tabela 6.2 Neke od vrednosti izložilaca b stepene funkcije koja opisuje oblik očekivane deterioracije	106
Tabela 6.3 Ocenjeni parametri oblika i razmere	119
Tabela 6.4 Vrednosti parametra b stepene funkcije u zavisnosti od raspona dostupnih podataka.....	125
Tabela 6.5 Vrednosti ocenjenih parametara gama procesa na osnovu dostupnih podataka do 20. god.....	127
Tabela 6.6 Vrednosti ocenjenih parametara gama procesa metodom maksimalne verodostojnosti na osnovu učestalosti kontrolnih pregleda.....	127
Tabela 6.7 Verovatnoća da posmatrani nosač neće dostići granično stanje upotrebljivosti u određenim godinama	130

1. UVOD

1.1. Predmet naučnog istraživanja

Predmet naučnog istraživanja ove doktorske disertacije predstavljaju spregnute konstrukcije tipa drvo-beton izvedene mehaničkim spojnim sredstvima. Ovaj spregnuti sistem se formira na taj način što se drvena greda povezuje sa betonskom pločom na njoj, koristeći različite tipove spojnih sredstava. Ovakvom vrstom sprezanja ova dva materijala postiže se iskorišćenje njihovih najboljih mehaničkih karakteristika, jer je poznato da drvo ima relativno veliku čvrstoću na zatezanje, dok beton ima veliku čvrstoću na pritisak. Ova vrsta konstruktivnog sistema se uspešno primenjuje kod izgradnje konstrukcije mostova, kao i kod izvođenja stambenih, poslovnih i drugih objekata. Takođe, često se koriste i kod sanacije i ojačanja starih međuspratnih drvenih konstrukcija. Na ovaj način se otvaraju vrata novog tržišta za drvene konstrukcije i samim tim se povećava njihov ukupan udeo u građevinskoj industriji. Prednost ovako formiranog spregnutog sistema u odnosu na klasičnu betonsku ploču kod izgradnje međuspratnih konstrukcija je u tome da ima manju sopstvenu težinu, samim tim i ukupna težina ovako izvedene konstrukcije je smanjena, što za posledicu ima povoljnije ponašanje u seizmičkim uslovima. Takođe, ako bismo ih uporedili sa klasičnim drvenim međuspratnim konstrukcijama, imaju značajno povećanu krutost, unapređena termička i akustična svojstva, smanjene vibracije kao i veću vatrootpornost.

U ovom istraživanju posebna pažnja je posvećena ponašanju ovog spregnutog sistema usled dugotrajnog opterećenja što predstavlja veoma kompleksan problem, jer drvo i beton imaju različito reološko ponašanje i različito reaguju na promenljive uticaje spoljašnje sredine. Posebno je karakteristično da komponentalni materijali ovog sistema deterioriraju različitim tempom tokom eksploatacionog veka konstrukcije i bilo koji model za procenu njegovog ponašanja usled dugotrajnog opterećenja mora da uključi veoma različite efekte reološkog ponašanja komponentalnih materijala koji se razvijaju u različitim periodima i različitim tempom tokom eksploatacionog veka. Svaki deterministički model imaće ograničenu validnost u realnim uslovima, s obzirom na složenost svih tih uticaja. U upravljanju održavanjem građevinskih konstrukcija, najvažnija varijabilnost je generalno varijabilnost u proceni eksploatacionog veka, odnosno tempo deteoriracije određene konstrukcije. Za opisivanje ponašanja spregnutog sistema drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja se stoga preporučuje model deterioracije u smislu vremenski zavisnog stohastičkog procesa.

1.2. Cilj naučnog istraživanja

Kako bi se omogućila što šira primena spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton, potrebno je obezbediti opštu dostupnost relevantne tehničke regulative vezane za njihovo projektovanje i primenu. Ovi dokumenti treba da budu namenjeni arhitektama i građevinskim projektantima kako bi im pomogli u praksi. Dimenzionisanje ove vrste spregnutih konstrukcija se trenutno vrši na osnovu γ -metode definisane u Aneksu B - Evrokoda 5, međutim, ovaj standard ne razmatra detaljnu proceduru njihovog projektovanja. Stoga se može zaključiti da je dimenzionisanje ove vrste spregnutih sistema prema sadašnjim propisima u određenom smislu nedorečeno i samim tim postoji veliki prostor za unapređenje kako samog procesa njihovog projektovanja, tako i procesa njihovog održavanja.

Uzimajući u obzir prethodno izneto, osnovni cilj naučnog istraživanja ove doktorske disertacije jeste da se da određeni doprinos unapređenju procesa projektovanja i održavanja tokom eksploatacionog veka spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton. U tom smislu treba sprovesti određene višeparametarske probablističke analize i optimizacije koje bi rezultirale određenim preporukama koje će imati praktičnu primenu u konkretnim uslovima projektovanja, izrade i održavanja spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton.

Kako bi to bilo moguće ostvariti, definisani su i pojedinačni ciljevi naučnog istraživanja:

- U cilju što efikasnijeg projektovanja ovakve vrste konstrukcija potrebno je identifikovati najuticajnije projektne parametre kako bi se projektovanje i optimizacija konstrukcije fokusirala na njih.
- Analiza ponašanja spregnutih sistema tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja.
- Izbor optimalnog rešenja za dimenzije posmatranog spregnutog sistema uzimajući u obzir njegovu cenu koštanja.
- Razvijanje modela koji će opisati stohastičku prirodu deterioracije spregnutog sistema tipa drvo-beton.
- Predviđanje deterioracije i procena eksploatacionog veka posmatranog spregnutog sistema korišćenjem predloženog probablističkog modela, a u cilju omogućavanja efikasnijeg upravljanja održavanjem spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton.

1.3. Metodologija istraživanja

U okviru izrade ove doktorske disertacije biće primenjene određene analitičke i numeričke metode, metode optimizacije kao i stohastičko-statističke metode.

Analitičke metode su primenjene za proračun spregnutih sistema drvo-beton, kao i za analizu njihovog ponašanja usled dugotrajnog opterećenja. *Numeričke metode* su korišćene za generisanje parametarskog modela spregnutog nosača tipa drvo-beton primenom metode konačnih elemenata u programskom paketu za naponsko-deformacijsku analizu, ANSYS Workbench 15.0. Takođe, određene vrste numeričkih metoda primenjene su i za potrebe numeričkog diferenciranja i numeričke integracije. U okviru ove disertacije svoju primenu su našle i odgovarajuće *metode optimizacije*. Biće primenjena metoda višekriterijumskog odlučivanja gde njen najvažniji deo predstavlja koncept Pareto optimalnosti. Rangiranje optimizacionih alternativa, vršeno je metodom težinskih koeficijenata. Primena brojnih *stohastičko-statističkih metoda* predstavlja vitalan deo ove disertacije. Primenjene su određene metode uzorkovanja, kao što su direktna Monte Carlo metoda, kao i metoda latinskih hiperkocki. Za potrebe analize osetljivosti, primenjene su metode zasnovane na regresiji i korelaciji, Spirmanov koeficijent korelacije rangova, metoda regresione površi. Ipak, najznačajnije je svakako razvoj novih stohastičkih modela deterioracije, model slučajne stope deterioracije i gama proces model, koji će obuhvatiti pravu prirodu deterioracije spregnutog sistema tipa drvo-beton. Metoda momenata i metoda maksimalne verodostojnosti su korišćene za ocenu parametara stohastičkih procesa. U radu su korišćene i hipoteze koje generalno važe u teoriji konstrukcija, kao i usvojeni modeli i stavovi dostupni na osnovu dosadašnjih saznanja i istraživanja u oblasti spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton. Softverski paket MATLAB korišćen je za potrebe kodiranja i proračuna kod svih primenjenih metoda.

1.4. Struktura rada

Disertacija se sastoji od 7 (sedam) poglavlja.

U **prvom** poglavlju je dat kratak prikaz predmeta naučnog istraživanja ove disertacije. Takođe, predstavljen je i cilj naučnog istraživanja, kao i primenjena metodologija istraživanja. Uz to je dat i kratak prikaz sadržaja disertacije po poglavljima.

Drugo poglavlje daje prikaz spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton izvedenih mehaničkim spojnim sredstvima. Posebno su naglašene njihove prednosti u odnosu na

klasične betonske i drvene konstrukcije. Zatim je dat kratak pregled upotrebe spregnutog sistema drvo-beton u građevinarstvu, sa posebnim osvrtom na mostovske konstrukcije kao i međuspratne konstrukcije u stambenim i poslovnim objektima. Izložen je koncept sprezanja drveta i betona što predstavlja kritični deo ovog spregnutog sistema. Na osnovu efikasnosti sredstava za sprezanje upotrebljenih kod spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton, moguće je prepoznati različite stepene sprezanja. Predstavljena su i spojna sredstva koja imaju najčešću primenu u praksi, kao i njihova klasifikacija na osnovu krutosti.

U **trećem** poglavlju je prikazana primena analize osetljivosti pri projektovanju spregnutog nosača tipa drvo-beton koristeći metodu konačnih elemenata. Ova analiza nam pruža mogućnost identifikacije najvažnijih projektnih parametara određene konstrukcije i pomaže kako bi se projektovanje i optimizacija konstrukcije fokusirala na njih. U ovom poglavlju su predstavljeni rezultati sprovedene stohastičke analize osetljivosti maksimalnog ekvivalentnog napona, kao i maksimalnog ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton. Predstavljen je parametarski numerički model posmatranog spregnutog nosača koji je generisan u programskom paketu *ANSYS Workbench 15.0*. Svi ulazni parametri su posmatrani kao slučajne promenljive, čija je karakterizacija izvršena je na osnovu preporuka *JCSS Probabilistic Model Code*. U cilju generisanja uzoraka ulaznih parametara, primenjena je *Latin Hypercube* metoda uzorkovanja. Dat je i prikaz dobijenih rezultata analize varijabilnosti izlaznog parametra. Ocena mere osetljivosti posmatranih izlaznih parametara je data u obliku Spirmanovih koeficijenta korelacije rangova. Na kraju poglavlja je prikazana i primena metode regresine površi koja pruža precizniji opis korelacije između ulaznih projektnih parametara i posmatranog izlaznog parametra.

Četvrto poglavlje daje analizu ponašanja spregnutih konstrukcija drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja. Najpre je izložen matematički model dat u Aneksu B - Evrokoda 5, γ -metod, kojim se zasad vrši dimenzionisanje ovih spregnutih sistema. Osnovna zamerka ovog matematičkog modela je ta da ne uzima u obzir sve relevantne činitelje, pre svega one koji nastaju usled dugotrajnog opterećenja i promene uticaja spoljašnje sredine. Ponašanje spregnutih sistema tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja predstavlja veoma složen problem, jer drvo i beton imaju različito ponašanje tokom vremena i različito deluju na promenljive uticaje spoljašnje sredine. U ovom poglavlju je predstavljena i najzastupljenija metoda za opisivanje ponašanja ovog spregnutog sistema usled dugotrajnog opterećenja, metoda efektivnog modula. Međutim, različita eksperimentalna i numerička istraživanja koja su sprovedena poslednjih godina pokazuju da ovaj pristup ima određene nedostatke jer zanemaruje efekte reoloških pojava kao što su skupljanje betona i neelastične dilatacije

betona i drveta usled varijacije temperature i relativne vlažnosti vazduha spoljašnje sredine. Stoga je sprovedena parametarska analiza sa ciljem što boljeg sagledavanja ponašanja spregnutog nosača tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja i identifikovanja najuticajnijih svojstava konstitutivnih materijala koja utiču na promenu maksimalnog ugiba spregnutog nosača, koji predstavlja glavni kriterijuma za ocenu graničnog stanja upotrebljivosti.

U okviru **petog** poglavlja prikazana je optimizacija dimenzija poprečnog preseka spregnutog nosača drvo-beton istovremeno se usredsređujući na verifikaciju graničnog stanja upotrebljivosti i cenu koštanja nosača. Prilikom projektovanja na tradicionalan način uglavnom se teži maksimalnom ispunjenju zadatih uslova. Međutim, takav pristup često dovodi do usvajanja predimenzionisanog rešenja koje uglavnom odstupa od najpovoljnijeg, odnosno optimalnog rešenja i samim tim može značajno da povećava finansijski rizik samog projekta. Višekriterijumsko odlučivanje može biti veoma korisno sredstvo za građevinske projektante jer im daje mogućnost da sagledaju veliki broj projektnih predloga uzimajući u obzir sve kriterijume i ograničenja. Sprovedena optimizaciona analiza može predstavljati priliku za nalaženje uštede u materijalu, a samim tim i uštede finansijskih troškova što svakako može biti od praktičnog značaja. Kako bi se pronašla brojna Pareto optimalna rešenja, primenjena je metoda težinskih koeficijenata.

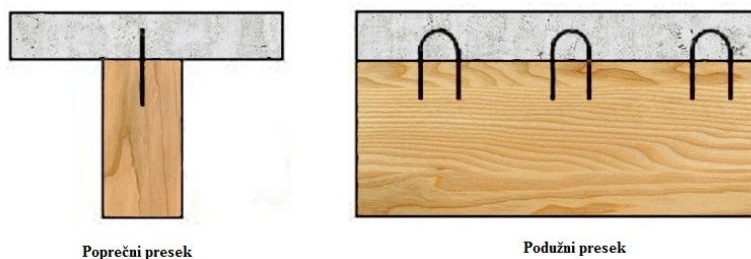
Šesto poglavlje prikazuje probablističko modelovanje deterioracije spregnutog nosača tipa drvo-beton. Predviđanje deterioracije ima glavnu ulogu u efikasnom upravljanju građevinskim konstrukcijama u smislu potrebnog održavanja, popravke ili eventualne zamene pojedinih elemenata konstrukcije. Vremenski zavisni procesi su tradicionalno modelovani koristeći determinističke modele, ne uzimajući u obzir varijacije procesa tokom vremena. Međutim, deterioracija konstrukcija je generalno varijabilna tokom vremena, stoga je neophodna primena probablističkih modela za njihovo opisivanje kako bismo razmotrili pravu prirodu procesa deterioracije tokom određenog vremenskog perioda. U okviru ovog poglavlja dat je poseban osvrt na dva probablistička modela deterioracije, model slučajne stope deterioracije i gama proces model. Izvedeni su izrazi za ocenu parametara posmatranih modela i na osnovu njih data predviđanja deterioracije i eksploatacionog veka spregnutih nosača drvo-beton.

Sedmo poglavlje daje odgovarajuće zaključke na osnovu sprovedenih analiza kao i pravce budućih istraživanja.

2. SPREGNUTE KONSTRUKCIJE TIPA DRVO-BETON

2.1. Opšte

Poslednje dve decenije predstavljaju period najvećeg napredka u primeni spregnutih konstruktivnih sistema u tradicionalno konzervativnom pristupu konstrukcijske gradnje. Karakteristike samih konstrukcija su drastično poboljšane korišćenjem spregnutih konstruktivnih sistema. Konstruktivnim spajanjem dva različita materijala u jedinstven spregnuti sistem omogućuje se iskorišćavanje najboljih mehaničkih svojstava upotrebljenih materijala. Spregnute konstrukcije tipa drvo-beton predstavljaju konstruktivni sistem u kome je drvena greda ili ploča povezana sa gornjom betonskom pločom koristeći različite tipove spojnih sredstava. Poznato je da drvo ima relativno veliku čvrstoću na zatezanje, dok beton ima veliku čvrstoću na pritisak, tako da se sprežanjem na ovakav način postiže iskorišćenje najboljih mehaničkih karakteristika oba materijala.



Slika 2.1 Primer spregnutog sistema tipa drvo-beton

Pregled istraživanja u vezi sa spregnutim konstrukcijama drvo-beton sprovedenih tokom poslednjih godina prikazan je u (Yeoh et al. 2011). Jedan od glavnih razloga za razvoj ovakve vrste spregnutog sistema leži u njegovoj primeni kod izgradnje konstrukcija koje ne mogu biti izgrađene samo od drveta, ali je to moguće ostvariti primenom spregnutih elemenata tipa drvo-beton. Kratak pregled upotrebe spregnutog sistema drvo-beton u građevinarstvu prikazan je u radu (Dias et al. 2016) kao i određeni broj studija slučaja o njegovoj primeni. Ovakva vrsta konstrukcijskih elemenata ima primenu kod izgradnje konstrukcije mostova (SAD, Novi Zeland, Australija, Švajcarska, Austrija i Skandinavija), sanacije i ojačanja starih drvenih podova, kao i kod izgradnje novih stambenih i poslovnih objekata. Dugi niz vekova, jedna od tradicionalne primene drveta bila je prilikom izgradnje mostova, koji su bili isključivo građeni od drveta i kamena. Međutim, sa širom upotrebom čelika i betona u mostogradnji, upotreba drveta kao konstrukcijskog materijala se smanjila.

Postoje mnogo razloga koji su doprineli takvom razvoju situacije, ali oni najbitniji su mala krutost, slabija nosivost i problem trajnosti. Sa razvojem ovog sregnutog sistema i sa njegovom primenom u mostogradnji, prevaziđen je i glavni nedostatak drveta kao konstrukcijskog materijala, a to je trajnost. Betonska kolovozna ploča izvedena preko drvenih greda štiti te drvene grede od direktnog nepovoljnog uticaja spoljašnje sredine i na taj način povećava trajnost i upotrebni vek mosta. Sprezanjem drveta sa betonom, krutijim materijalom sa velikom čvrstoćom na pritisak, značajno se povećava kako nosivost tako i krutost konstrukcije. Generalno, ovako formiran spregnuti element ima manju sopstvenu težinu poredeći sa klasičnim betonskim elementom. Samim tim i ukupna težina ovako izgrađene konstrukcije je smanjena, što za posledicu ima povoljnije ponašanje u seizmičkim uslovima. Pregled relevantnih primera izvedenih mostova spregnutog sistema drvo-beton kao i analiza perspektive ovih mostova prikazana je u (Rodrigues et al. 2013). Broj ovako izvedenih mostova u toku poslednje decenije predstavlja više od 50% od ukupnog broja ovakvih mostova. Razlog za ovako drastičan porast primene spregnutih sistema drvo-beton u mostogradnji treba tražiti u njihovoj ekonomičnosti, primeni drveta kao ekološkog materijala i naravno u najnovijim tehnološkim dostignućima u ovoj oblasti. Jedan od najvažnijih primera na ovaj način izvedenih mostova je Vihantasalmi most (slika 2.2), izgrađen 1999. godine u Finskoj. On se nalazi na Autoputu 5, 180km severno od Helsinkija i raspona je 168 metara.



Slika 2.2 Vihantasalmi most, Finska

Još jedan primer izvedenog mosta konstruktivnog sistema drvo-beton je i Quiaios most (slika 2.3) koji je izgrađen 2005. godine, raspona je 15m i nalazi se u centralnoj Portugaliji.



Slika 2.3 Quiaios most, Portugalija (Dias et al. 2016)

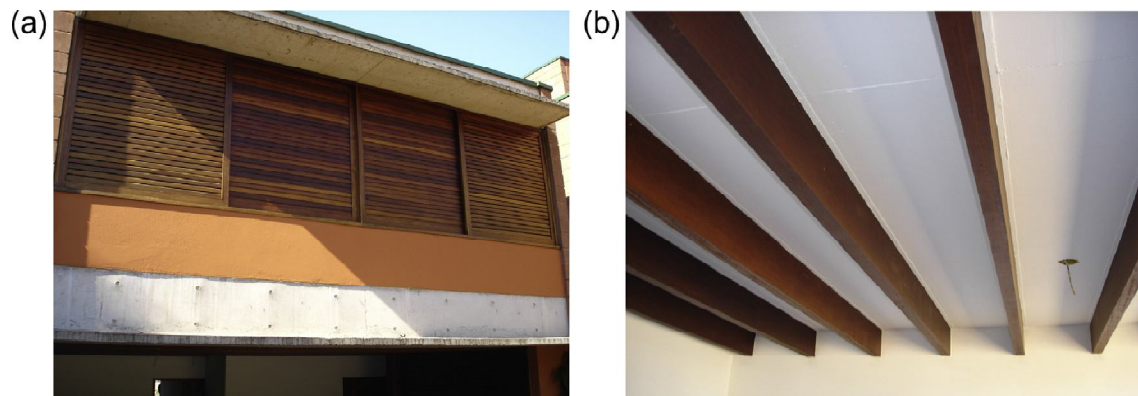
Na osnovu analize sprovedenih istraživanja o tržišnom potencijalu spregnutog sistema drvo-beton prikazanih u (Knauf 2017), moglo se zaključiti da ovaj spregnuti sistem otvara vrata novog tržišta za drvene konstrukcije i samim tim povećava ukupan udeo drveta u građevinskoj industriji. Međuspratne konstrukcije u višespratnim stambenim i poslovnim objektima se smatraju potencijalno najvažnijim područjem primene ovog spregnutog sistema (slika 2.4).



Slika 2.4 Stambena zgrada izgrađena 2013. godine u Hamburgu, Nemačka

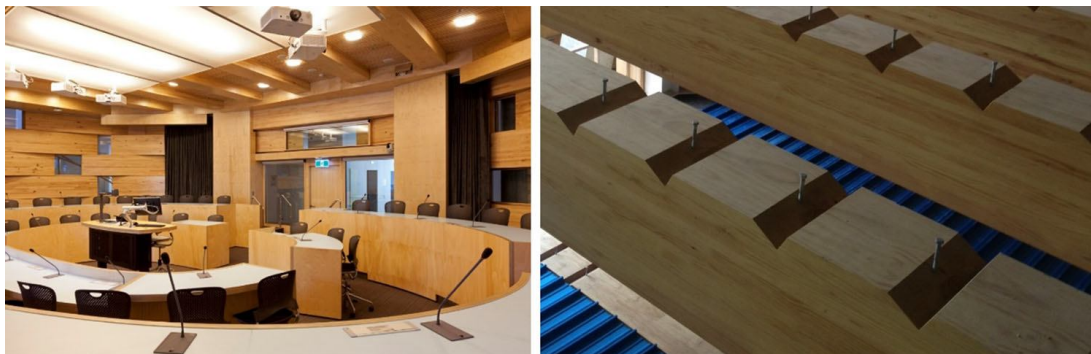
Tradicionalni drveni podovi obično imaju problem prekomernog ugiba, nedovoljne zvučne izolacije, kao i male vatrootpornosti. Primenom spregnutih međuspratnih konstrukcija tipa drvo-beton ovi problemi mogu biti prevaziđeni. Postoje brojne prednosti ovih spregnutih

međuspratnih konstrukcija u odnosu na klasične drvene podove, kao i u odnosu na međuspratne konstrukcije izvedene kao masivne betonske ploče. U poređenju sa klasičnim drvenim podovima, spregnute međuspratne konstrukcije imaju značajno povećanu krutost, unapređenu zvučnu i termičku izolovanost, smanjene vibracije kao i veću vatrootpornost. Sa druge strane, u odnosu na masivne betonske ploče kao međuspratne konstrukcije, na ovaj način se postižu određene prednosti kao što je smanjenje sopstvene težine, a samim tim i bolje ponašanje objekta u seizmičkim uslovima. Takođe, ako su ovakve spregnute konstrukcije vidljive u prostoru (slika 2.5), drvene grede unapređuju arhitektonski izgled samog prostora.



Slika 2.5 Spregnuta međuspratna konstrukcija drvo-beton u stambenom objektu: (a) spoljašnji izgled; (b) unutrašnji izgled. (Miotto and Dias 2015)

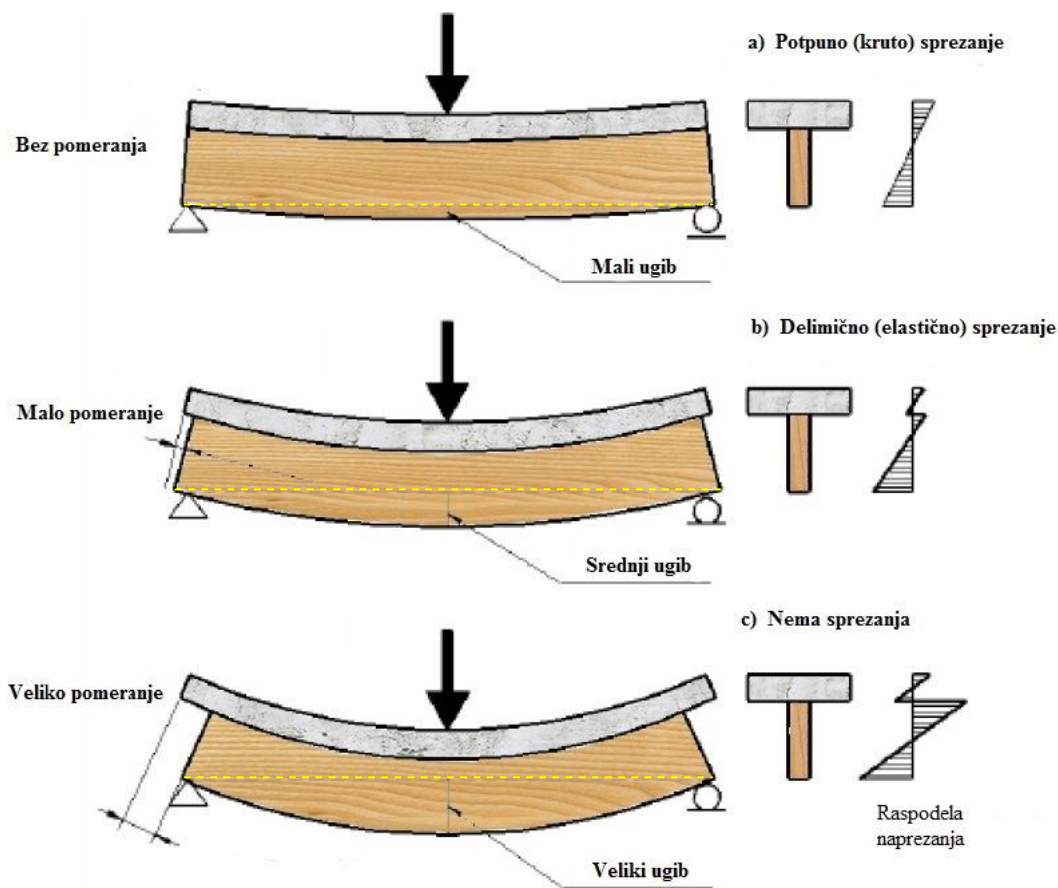
Jedan od reprezentativnih primera izvedenih spregnutih međuspratnih konstrukcija tipa drvo-beton, predstavlja i jedna od zgrada Univerziteta u Sidneju koja je završena 2014. godine, Dr. Chau Chak Wing Building.



Slika 2.6 Spregnuta međuspratna konstrukcija drvo-beton - Dr. Chau Chak Wing Building (Dias et al. 2016)

2.2 Koncept sprezanja drveta i betona

Smičući spoj između drvene grede i betonske ploče predstavlja kritični deo spregnutog sistema tipa drvo-beton i određuje u kojoj meri je ostvareno sprezanje između ova dva elementa. Ako se betonska ploča slobodno osloni na drvenu gredu i pretpostavi da je uticaj trenja zanemarljiv, onda će ova dva elementa delovati odvojeno pod uticajem opterećenja. Njihove odvojene reakcije će prouzrokovati klizanje između betonske ploče i drvene grede prilikom dejstva opterećenja i samim tim veliko pomeranje između njih u kontaktnoj površini. Kako bi se osiguralo zajedničko delovanje dva materijala različitih mehaničkih karakteristika u okviru jedinstvenog spregnutog preseka određenog oblika i geometrije, neophodna je upotreba određenih sredstava za sprezanje. Uloga ovih sredstava je da prihvate smičuće sile koje nastaju na kontaktnoj površini dva elementa i na taj način osiguraju jedinstveno dejstvo spregnutog preseka. Sprezanjem drveta i betona, klizanje u kontaktnoj ravni se može smanjiti što za posledicu ima i smanjenje ugiba.



Slika 2.7 Koncept sprezanja nosača tipa drvo-beton

Na osnovu efikasnosti sredstava za sprezanje upotrebljenih kod spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton, moguće je prepoznati tri stepena sprezanja:

- Potpuno (kruto) sprezanje - sredstva za sprezanje drveta i betona ne dozvoljavaju relativno pomeranje u kontaktnoj ravni, tako da se komponentalni elementi ponašaju kao jedan element (slika 2.7c)
- Delimično (elastično) sprezanje - sredstva za sprezanje imaju određeni modul pomerljivosti, tako da dolazi do malog pomeranja u kontaktnoj ravni (slika 2.7b)
- Nema sprezanja - ne postoje sredstva za sprezanje niti prirodne athezije, komponentalni elementi su nezavisni jedan od drugog i dolazi do velikog pomeranja u kontaktnoj ravni (slika 2.7a)

Efikasno sredstvo za sprezanje je ono koje je dovoljno čvrsto da prenese smičuću silu nastalu na kontaktnoj površini između drvenog i betonskog elementa, kao i dovoljno kruto da ograniči klizanje između ova dva elementa. Jedna od mera efikasnosti sredstva za sprezanje prikazana je u radu (Gutkowski et al. 2008), gde je ista definisana na sledeći način

$$E = \frac{\Delta_{NC} - \Delta_{PC}}{\Delta_{NC} - \Delta_{FC}} \cdot 100 \quad [\%], \quad (2.1)$$

gde Δ predstavlja ugib u sredini raspona nosača, dok indeksi NC, PC i FC respektivno označavaju da se radi o teoretski nespregnutom preseku, delimično spregnutom preseku, tj. posmatranom preseku i teoretski potpuno spregnutom preseku drvo-beton.

2.3 Sredstva za sprezanje kod spregnutih sistema tipa drvo-beton

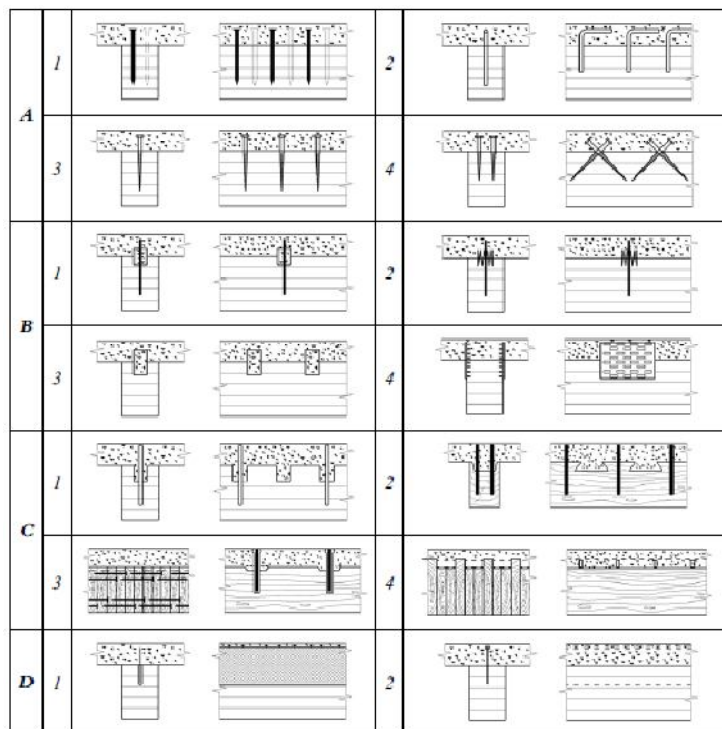
Spajanje komponentalnih elemenata spregnutog sistema tipa drvo-beton, može se izvršiti pomoću:

- athezije i trenja,
- lepljenjem,
- mehaničkim spojnim sredstvima.

U najvećem broju slučajeva, sprezanje drveta i betona se ostvaruje pomoću mehaničkih spojnih sredstava, tj. moždanika. Ovu vrstu sprezanja moguće je ostvariti i upotrebom hemijskih spojnih sredstava, uglavnom lepkova na bazi epoksi smole. U prvim spregnutim konstrukcijama tipa drvo-beton, primenjivana su spojna sredstva koja su tradicionalno korišćena u drvenim konstrukcijama i koja su prilagođena za upotrebu kod ove

vrste spregnutog sistema. Mehanička spojna sredstva koja imaju najčešću primenu u praksi za sprezanje drveta i betona su: moždanici, konekter ploče, ulepljene armaturne šipke ili pak kombinacija različitih sistema. Pregled velikog broja sistema za sprezanje drveta i betona prikazan je u (Dias et al. 2015). Krutost i čvrstoća spregnutog nosača tipa drvo-beton zavisi direktno od krutosti i čvrstoće primenjenih spojnih sredstava. Pravilan izbor moždanika od vitalne je važnosti za samo ponašanje veze između drveta i betona, odnosno stepen sprezanja ova dva komponentalna materijala. Nedostatak krutosti i čvrstoće spojnih sredstava moguće je nadomestiti povećanjem njihovog ukupnog broja, ali to obično rezultira i većim troškovima proizvodnje. Na izbor vrste moždanika utiču brojni faktori, kao što su: tip spregnutog nosača, koncept konstrukcije, predviđeni nivo sprezanja i njegov uticaj na ukupno ponašanje konstrukcije pod dejstvom eksploatacionog i drugog opterećenja, način ugradnje moždanika kao i ekonomski faktor vezan kako za sam moždanik tako i za njegovu ugradnju.

Originalnu klasifikaciju spojnih sredstava najčešće korišćenih za sprezanje drveta i betona dao je Ceccotti (1995). On je najčešće korišćena spojna sredstva grupisao na osnovu njihove krutosti u četiri osnovne grupe, gde se u grupi A nalaze spojna sredstva sa najmanjom, a u grupi D sa najvećom krutošću (slika 2.8).



Slika 2.8 Klasifikacija spojnih sredstava za sprezanje drveta i betona (Lukaszewska, 2009)

Grupu A čine sledeća spojna sredstva: ekseri (A1), ulepljene armaturne šipke (A2), zavrtnjevi (A3) i kosi zavrtnjevi (A4). Generalna karakteristika ove grupe spojnih sredstava je da su jeftiniji u odnosu na ostale i da se lako ugrađuju. Ulepljene armaturne šipke predstavljaju pokušaj poboljšanja mehaničkih karakteristika moždanika kombinujući ih sa epoksi smolom. U prethodno izbušene rupe neznatno veće u odnosu na prečnik moždanika stavi se epoksi smola i nakon toga se ubaci moždanik. Na ovaj način se povećava čvrstoća i krutost materijala koji okružuje samo spojno sredstvo (Ceccotti et al. 2006a). Na slici 2.9 prikazan je jedan od prvih zavrtnjeva proizvedenih specijalno za primenu kod ovih spregnutih sistema. Najbolje karakteristike veze se postižu kada se zavrtnjevi postavljaju u paru pod uglom od 45° i 135°.



Slika 2.9 SFS zavrtnjevi (Dias2005)

Grupu B čine spojna sredstva koja imaju nešto veću krutost i duktilnost i samim tim obezbeđuju efikasnije mehaničko ponašanje spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton. U ovu grupu spadaju: prstenaste karike (B1), nazubljene karike (B2), čelične cevi (B3) i konekter ploče (B4).



Slika 2.10 Čelične cevi (Deam et al. 2008)

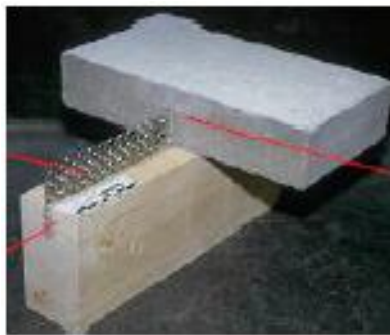
Sledeću grupu spojnih sredstava, grupu C, karakterišu žlebovi određenih geometrijskih karakteristika izrađenih u drvetu popunjenih betonom pomoću kojih se prenosi sila smicanja. Oni se mogu naći i u kombinaciji sa štapastim spojnim sredstvima. U ovu

grupu su svrstani: kružni žlebovi u drvenoj gredi sa štapastim spojnim sredstvom kao ojačanjem (C1), zatim četvrtasti žlebovi u drvenoj gredi sa štapastim spojnim sredstvom kao ojačanjem (C2), konusni žlebovi u drvenoj gredi i prednapregnute čelične šipke (C3) i spregnuti presek u obliku ploče (C4).



Slika 2.11 Kružni žleb (levo) i četvrtasti žleb (desno) u drvenoj gredi sa štapastim spojnim sredstvom kao ojačanjem (Deam et al. 2008)

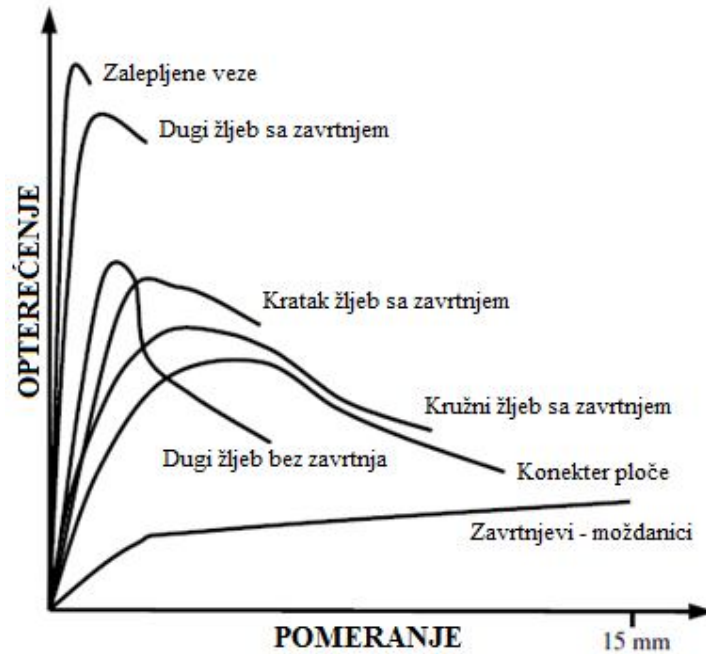
Sve prethodno opisane vrste spojnih sredstava zapravo predstavljaju diskretno raspoređena spojna sredstva duž spregnutog nosača koji obezbeđuju delimično, odnosno elastično sprezanje. Za razliku od njih, spojna sredstva svrstana u grupu D obezbeđuju potpuno, odnosno kruto sprezanje. Ovoj grupi pripadaju spojna sredstva koja vrše kontinualno povezivanje drveta i betona. Primeri takve vrste spojnih sredstava su: čelična rešetka zalepljena za drvenu grdu (D1) prikazana na slici 2.12 kao i čelični lim takođe zalepljen za drvenu gredu (D2).



Slika 2.12 Čelična rešetka (Clouston et al. 2005)

U svojoj doktorskoj disertaciji, Alfredo Dias (Dias, 2005) rezimirao je mehaničke karakteristike različitih vrsta spojnih sredstava. Svoje zaključke je predstavio pomoću dijagrama popustljivosti analiziranih spojnih sredstava koji pruža mogućnost njihovog međusobnog poređenja (slika 2.13). Sa prikazanog dijagrama je lako uočiti potpuno različito

mehaničko ponašanje zalepljene veze i moždanika. Zalepljenu vezu karakteriše visoka čvrstoća i krutost sa gotovo linearnim ponašanjem do loma koji nastaje pri malom relativnom pomeranju, dok spoj ostavljen pomoću moždanika ima mnogo manju čvrstoću i krutost, ali mnogo veći kapacitet plastične deformacije.



Slika 2.13 Dijagram popustljivosti različitih spojnih sredstava karakterističnih za sprezanje drveta i betona (Dias, 2005)

3. PRIMENA ANALIZE OSETLJIVOSTI U PROJEKTOVANJU SPREGNUTIH KONTRUKCIJA TIP A DRVO-BETON

3.1. Uvod

Projektovanje građevinskih konstrukcija predstavlja proces tokom kog se nastoji predložiti najpovoljnije projektno rešenje konstrukcije uzimajući u obzir ulazne projektne parametre koji opisuju predviđenu geometriju konstrukcije, mehanička svojstva materijala koji se koriste, kao i uticaje koji deluju na konstrukciju. Kako bi se efikasnije razvijali projektne predlozi od velike je koristi biti u mogućnosti identifikovati najvažnije ulazne projektne parametre koji imaju najveći uticaj na određeni izlazni parametar, kao što je npr. naponsko stanje konstrukcije ili deformacija.

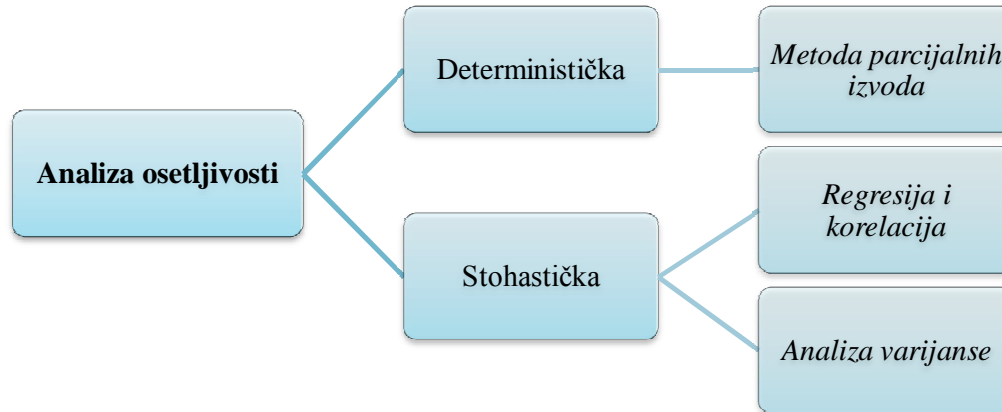
Analiza osetljivosti se generalno može definisati kao studija o tome kako varijabilnost izlaznog parametra modela može biti raspodeljena na njene izvore, odnosno na varijabilnosti različitih ulaznih parametara tog modela (Saltelli et al. 2008). Ova analiza nam pruža mogućnost identifikacije najvažnijih projektne parametara određene konstrukcije i pomaže kako bi se projektovanje i optimizacija konstrukcije fokusirala na njih. Poželjno je svakako da se analiza osetljivosti sprovede u ranijoj fazi projektovanja konstrukcije, kada je još uvek moguće uticati na najvažnije projektne parametre.

Svi ulazni projektne parametri koji se uzimaju u obzir prilikom projektovanja konstrukcija su definisani određenim nominalnim vrednostima na osnovu primenjenih građevinskih standarda (Evrokod, SRPS,...). Građevinskim standardima su propisane određene karakteristične vrednosti za mehanička svojstva materijala (npr. modul elastičnosti, čvrstoća materijala u zavisnosti od klase materijala), za uticaje na konstrukciju u zavisnosti od njenog položaja i primene itd. Međutim, svi projektne parametri su po svojoj prirodi zapravo slučajne promenljive. U realnim uslovima svaka od ovih veličina je varijabilna na neki način. Vrednosti pojedinih svojstava materijala razlikuju se od jednog do drugog uzorka, a ne retko i u samom uzorku usled heterogenosti materijala. Varijabilnost se javlja kako u mehaničkim tako i u geometrijskim svojstvima materijala. Kao primer geometrijskih nesavršenosti možemo navesti početnu zakrivljenost ose elementa, kao i odstupanje poprečnog preseka kako u dimenzijama tako i u obliku. Pored navedenih inicijalnih imperfekcija, tu su svakako i konstrukcijske imperfekcije u spojnima sredstvima, osloncima itd. Veliki broj inicijalnih imperfekcija nastaje tokom proizvodnog procesa, one su praktično neizbežne i predstavljaju prihvatljive građevinske tolerancije (Saltelli et al. 2004). Varijaciju

spoljašnjeg dejstva na konstrukciju je najteže kvantifikovati jer zavisi od velikog broja faktora.

3.2. Klasifikacija analize osetljivosti

Analiza osetljivosti se generalno može podeliti u dve osnovne kategorije: deterministička analiza osetljivosti i stohastička analiza osetljivosti.



Slika 3.1 Klasifikacija analize osetljivosti

3.2.1. Deterministička analiza osetljivosti

Deterministička analiza osetljivosti se često naziva i projektna osetljivost jer se ne retko koristi prilikom projektovanja konstrukcija. Ona koristi matematički model konstrukcije koji omogućava sukcesivnu promenu vrednosti ulaznih projektnih parametara X_i sagledavajući efekat njihove promene na željeni izlazni parametar Y koji ima opšti oblik

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (3.1)$$

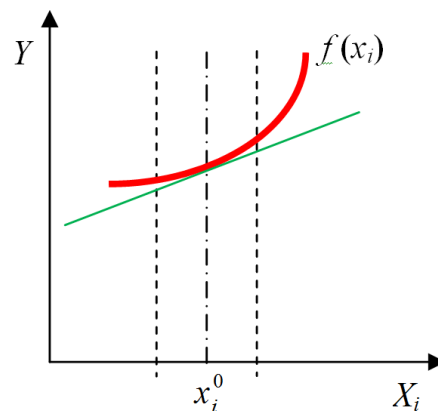
gde je m broj ulaznih projektnih parametara koji čine matematički model konstrukcije.

Osnovni princip ove analize je da se procena varijabilnosti izlaznog projektnog parametra vrši na osnovu varijacije samo jednog ulaznog projektnog parametra, dok ostali projektni parametri imaju konstantnu vrednost. Iz tog razloga se ona često naziva i lokalna analiza osetljivosti. Ova studija predstavlja najjednostavniji način sagledavanja relativnog uticaja različitih ulaznih projektnih parametara koji variraju u okviru svog realnog opsega poređenjem dobijenih rezultata posmatranog izlaznog projektnog parametra u svakom računskom koraku.

Najprostija mera osetljivosti je zasnovana na proračunu parcijalnog izvoda posmatranog izlaznog parametra po ulaznim projektnim parametrima

$$S_i = \left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \right)_{x_i^0}, \quad (3.2)$$

gde je x_i^0 nominalna vrednost ulaznog projektnog parametra X_i . Parcijalni izvod zapravo predstavlja tangens ugla tangente na krivu $f(x_i)$ u tački x_i^0 . Niža vrednost mere osetljivosti S_i označava manji uticaj određenog ulaznog projektnog parametra na posmatrani izlazni parametar i obratno, viša vrednost označava veći uticaj.



Slika 3.2 Grafički prikaz mere osetljivosti determinističke analize osetljivosti

Iako je ova studija lako primenljiva u praksi i obezbeđuje brz pregled ponašanja matematičkog modela konstrukcije, ona ne omogućava zadovoljavajuće sagledavanje celog spektra mogućih slučajeva koji se mogu pojaviti na nekoj realnoj konstrukciji. Pre svega, ova vrsta analize osetljivosti zanemaruje korelaciju između ulaznih projektnih parametara koja svakako postoji u realnim uslovima. Takođe, ona ne može da sagleda značajne informacije o karakteru varijabilnosti ulaznih projektnih parametara. Deterministička analiza varijacije ulaznih projektnih parametara obično predstavlja problem, jer varijacija nekog parametra za npr. $\pm 10\%$ može biti suviše mala, odnosno suviše velika u odnosu na njegov realni opseg.

3.2.2. Stohastička analiza osetljivosti

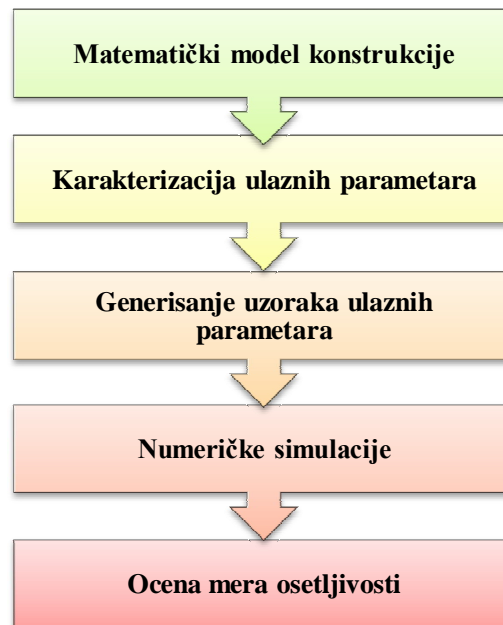
Stohastička analiza osetljivosti pruža mnogo kompleksniju informaciju o projektnim parametrima. Međutim, sam postupak utvrđivanja mere osetljivosti u određenoj meri je sličan kao kod determinističke analize. Vrednosti projektnih parametara se menjaju i posmatra se kako to utiče na određeni izlazni projektni parametar. Ovde se ulazni projektni parametri

posmatraju kao slučajne promenljive, a njihove moguće vrednosti opisane su pomoću funkcija gustine raspodele verovatnoća. Ovakvom vrstom analize možemo izračunati parametre izlazne promenljive, kao što su matematičko očekivanje, standardna devijacija itd. Za razliku od determinističke analize osetljivosti, varijabilnost određenog izlaznog parametra usled jednog projektnog parametra ocenjuje se variranjem svih ostalih projektnih parametara u isto vreme. Uticaj drugih projektnih parametara je relevantan za razmatranje u stohastičkoj analizi osetljivosti pošto u realnim uslovima ukupne karakteristike konstrukcije zavise i od međusobnog uticaja svih projektnih parametara. U nekim slučajevima interakcija može imati važnu ulogu, a ponekad čak i dominantnu. To je slučaj sa ulaznim projektnim parametrima koji nisu toliko značajni sami po sebi, ali u intereakciji sa drugim parametrima njihov uticaj se može promeniti. Stoga se u dostupnoj literaturi ova analiza vrlo često naziva i globalna analiza osetljivosti.

3.3. Karakteristični postupak stohastičke analize osetljivosti

Na osnovu prethodno iznetog, lako je zaključiti da su prednosti stohastičke analize osetljivosti višestruke u odnosu na determinističku analizu osetljivosti, te će ona biti razmatrana nadalje u radu. Metodologija sprovođenja stohastičke analize osetljivosti je ista za različita polja njene primene. Ono što se razlikuje jeste definisanje osnovnih koraka koji se mogu razlikovati od slučaja do slučaja. Na osnovu pregleda i analize dostupne literature (Saltelli et al. 2004; Helton et al. 2006; Heiselberg et al. 2009; Tian 2013), definisali smo osnovne korake u stohastičkoj analizi osetljivosti koji su prikazani na slici 3.3:

- 1) Definisanje matematičkog modela konstrukcije na osnovu izabranih ulaznih projektnih parametara koje želimo da uključimo u analizu kao i definisanje izlaznih parametara uzimajući u obzir pitanja na koja treba da odgovori ova analiza osetljivosti
- 2) Karakterizacija ulaznih projektnih parametara kroz određivanje funkcija gustina raspodela verovatnoće koje karakterišu svaki od njih
- 3) Generisanje uzorka ulaznih projektnih parametara kroz upotrebu odgovarajuće metode slučajnog uzorkovanja
- 4) Sprovođenje niza numeričkih simulacija nad definisanim modelom modelom u cilju proračuna izlaznog parametra
- 5) Ocena uticaja i relativne važnosti svakog od ulaznih projektnih parametara na posmatrani izlazni parametar



Slika 3.3 Dijagram osnovnih koraka u stohastičkoj analizi osetljivosti

3.3.1. Definisavanje matematičkog modela konstrukcije

Potreban nivo detaljnog definisanja matematičkog modela konstrukcije zavisi od faze projektovanja u kojoj se analiza osetljivosti primenjuje, kao i od dostupnog znanja o ulaznim projektnim parametrima. Definisavanje matematičkog modela konstrukcije podrazumeva pre svega izbor ulaznih projektnih parametara koje želimo da uključimo u analizu. Kako bi se sprovela korisna i efikasna analiza osetljivosti, pored odabira ulaznih projektnih parametara, podjednako je bitno i definisanje izlaznih parametara uzimajući u obzir pitanja na koja treba da odgovori analiza osetljivosti.

Nakon izvršenog izbora ulaznih projektnih parametara kao i izlaznog parametra, matematički model konstrukcije može biti posmatran kao funkcija f koja vrši preslikavanje m -dimenzionog vektora x na izlazni parametar y :

$$\begin{aligned} x &\mapsto y = f(x), \\ f &: R^m \rightarrow R, \end{aligned} \tag{3.3}$$

gde je m broj ulaznih projektnih parametara koji čine matematički model konstrukcije.

3.3.2. Karakterizacija ulaznih parametara

Sledeći korak u analizi osetljivosti jeste određivanje domena izabranih ulaznih parametara koje ćemo posmatrati u ovoj studiji. Definisane domena ulaznih parametara u mnogome zavisi od pitanja na koja treba da odgovori ova analiza osetljivosti. Način definisanja domena ulaznih parametara zavisi i od izabrane metode analize osetljivosti. Kod determinističke analize osetljivosti domen ulaznih parametara se definiše određivanjem donje i gornje granice domena. Za razliku od nje, kod stohastičke analize osetljivosti karakterizacija varijabilnosti ulaznih parametara se vrši na taj način što se definiše odgovarajuća raspodela verovatnoće za svaki od izabranih ulaznih parametara. Karakterizacija varijabilnosti ulaznih parametara je izuzetno značajan deo analize osetljivosti, jer pretpostavljena varijabilnost ulaznih parametara utiče na varijabilnost izlaznog parametra kao i na procenjene mere osetljivosti. Definisane varijabilnosti ulaznih parametara se može izvršiti na različite načine u zavisnosti od slučaja do slučaja. Neki od ovih načina su statistička procena rezultata eksperimentalnih istraživanja, dostupna literatura, na osnovu empirijskih podataka ili kroz određeni proces u kojem učestvuju eksperti iz te oblasti. Obim procesa razmatranja eksperata na ovu temu može da varira veoma široko u zavisnosti od svrhe analize, veličine analize i dostupnih resursa. Raspodele na osnovu više ekspertskih mišljenja mogu biti sublimirane uzimanjem njihovog proseka (Cooke et al. 2004). Za svaki projektni parametar izabrana je nominalna vrednost (matematičko očekivanje), dok funkcija gustine raspodela verovatnoće može zavisiti i od konkretnih arhitektonskih ograničenja, tehničkih mogućnosti i sl.

3.3.3. Generisanje uzoraka ulaznih parametara

Za potrebe stohastičke analize osetljivosti neophodno je koristiti sofisticirane stohastičke simulacione metode. One su uglavnom zasnovane na izračunavanju determinističkog problema više puta, svaki put sa drugačijim setom ulaznih podataka. Generisanje uzoraka ulaznih projektnih parametara predstavlja definisanje niza setova ulaznih podataka pojedinačnih numeričkih simulacija. Ovako generisani uzorci ulaznih projektnih parametara mogu biti predstavljeni matricom $n \times m$ gde svaka od n vrsta matrice predstavlja ulazne podatke nezavisne numeričke simulacije. Elementi x_{ij} matrice \mathbf{X} predstavljaju pojedinačne uzorke svakog od m ulaznih projektnih parametara. Formiranje ovakve matrice se vrši različitim metodama slučajnog uzorkovanja, uzimajući u obzir prethodno zadate raspodele verovatnoća ulaznih parametara.

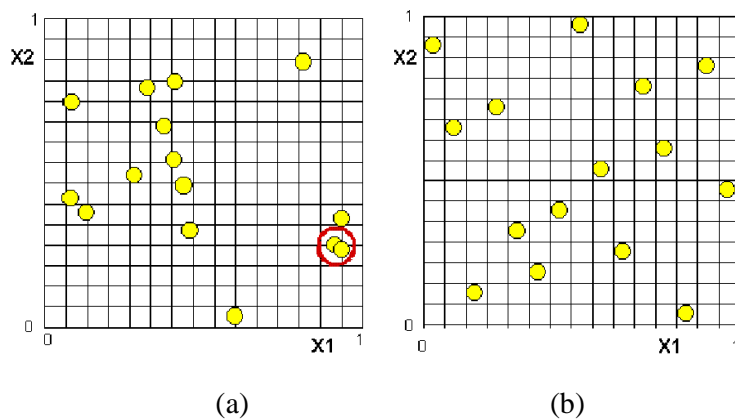
$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Monte Carlo metoda je najčešća i tradicionalna metoda za ovu vrstu stohastičke analize (Metropolis 1987). Ključnu ulogu kod Monte Carlo metode ima generator slučajnih brojeva sa uniformnom raspodelom na intervalu (0,1). Postoje različite metode uzorkovanja, među kojima su u inženjerstvu najzastupljenije direktna Monte Carlo metoda i metoda latinskih hiperkocki (*Latin Hypercube Sampling method*).

Direktna Monte Carlo metoda uzorkovanja se zasniva na nasumičnom uzimanju vrednosti ulaznih parametara za svaku iteraciju. Za direktnu Monte Carlo simulaciju je karakteristično to da nema "memoriju", odnosno može se desiti da je vrednost nekog ulaznog parametra u jednoj iteraciji relativno bliska vrednosti istog parametra u drugoj iteraciji (slika 3.4 a).

Pre nešto više od trideset godina, predstavljena je alternativna metoda generisanja matrice ulaznih parametara X koji je nazvan metoda latinskih hiperkocki (Olsson et al. 2003). Ova metoda uzorkovanja predstavlja napredniju i efikasniju formu Monte Carlo metode, odnosno jednu vrstu nadogradnje direktne Monte Carlo metode uzorkovanja. Metoda latinskih hiperkocki je veoma popularna metoda uzorkovanja za upotrebu kod računski zahtevnih numeričkih modela, jer njegova efikasna metoda raslojavanja domena omogućuje dobijanje velike količine informacija o varijabilnosti i osetljivosti na osnovu relativno malog uzorka. Metoda latinskih hiperkocki funkcioniše tako što generiše uzorak veličine n , uzimajući u obzir prethodno zadate raspodele verovatnoće za svaki od ulaznih parametara. Ova metoda osigurava da svaki ulazni parametar ima potpunu pokrivenost svog opsega. Podela u jednako verovatne intervale je urađena da uzme u obzir ne-uniformne raspodele verovatnoće kao što je npr. normalna raspodela. Opseg svakog ulaznog parametra X_j , $j=1, \dots, m$ je podeljen na n disjunktih intervala podjednake verovatnoće i po jedna vrednost x_{ij} je izabrana iz svakog od tih intervala. n vrednosti ulaznog parametra X_1 su uparene bez ponavljanja sa n vrednosti parametra X_2 i na taj način se dobija n parova vrednosti. Zatim se ovi parovi kombinuju sa n vrednosti parametra X_3 i tako se formiraju n trojki. Po identičnom principu, na kraju se formira n m -torki. Karakteristično za ovaj metod je to što se vrednost iz jednog intervala nekog od ulaznih parametara može naći samo u jednom uzorku (slika 3.4b). To predstavlja osnovnu razliku između uzorkovanja metodom latinskih hiperkocki i

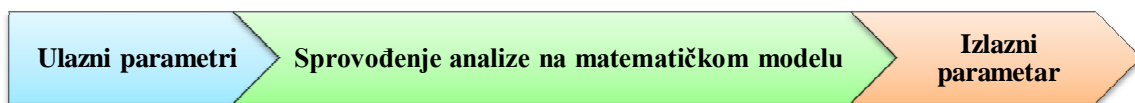
uzorkovanja pomoću direktne Monte Carlo metode. Može se reći da metoda latinskih hiperkocki ima “memoriju”, što znači da onemogućuje ponavljanje uzoraka koji su prethodno korišćeni. Potreban broj Monte Carlo simulacija ne zavisi od broja ulaznih parametara, već zavisi samo od varijabilnosti izlaznih parametara i tipa rezultata koji se očekuju od ove analize. Sa povećanjem broja iteracija, Monte Carlo metoda konvergira ka tačnom probablističkom rezultatu. Uzorkovanje metodom latinskih hiperkocki zahteva od 20% do 40% manje iteracija u odnosu na direktnu Monte Carlo metodu uzorkovanja kako bi se dobili rezultati sa istom tačnošću (Nowak and Collins 2000).



Slika 3.4 Uzorkovanje slučajnih ulaznih promenljivih pomoću direktne Monte Carlo metode (a) i metode latinskih hiperkocki (b) (Ansys Inc. 2013)

3.3.4. Sprovođenje numeričkih simulacija

Nakon izvršenog generisanja uzoraka ulaznih projektnih parametara, sledeći korak u stohastičkoj analizi osetljivosti je sprovođenje niza numeričkih simulacija na formiranom matematičkom modelu konstrukcije sa različitim setom ulaznih podataka u svakoj simulaciji. Svaka pojedinačna numerička simulacija podrazumeva proces sastavljen od 3 nezavisna koraka: 1) snabdevanje matematičkog modela konstrukcije setom ulaznih podataka, 2) sprovođenje željene analize na definisanom matematičkom modelu i 3) sakupljanje rezultata sprovedene analize, odnosno pojedinačnih uzoraka izlaznog parametra koji će biti korišćeni u daljoj analizi za ocenu varijabilnosti izlaznog parametra i mera osetljivosti.



Slika 3.5 Grafički prikaz procesa numeričke simulacije na matematičkom modelu konstrukcije

Nakon izvršenih n numeričkih simulacija, koristeći sukcesivno svaki od redova matrice \mathbf{X} , prethodno prikazane, dobija se n vrednosti izlaznog parametra Y , koji zapravo karakterišu njegovu varijabilnost. Elementi y_i mogu da formiraju N -dimenzioni vektor izlaznog parametra Y . Svaka kolona matrice ulaznih parametara \mathbf{X} može se posmatrati kao slučajna promenljiva za koju će matematički model konstrukcije biti analiziran.

Vremenski gledano, ovo predstavlja najdugotrajniji process u celoj stohastičkoj analizi osetljivosti i može trajati po nekoliko dana. Od velike koristi za sprovođenje ovakvih studija bi bilo paralelno povezivanje računara u cilju smanjenja potrebnog vremena za proračun.

3.4. Metode stohastičke analize osetljivosti

Generalno možemo razlikovati dve vrste metoda stohastičke analize osetljivosti: metode zasnovane na analizi varijanse i metode zasnovane na regresiji i korelaciji. Metode zasnovane na analizi varijanse (Saltelli et al. 2008) vrše podelu ukupne varijanse izlaznog parametra na varijanse koje uzrokuje svaki od ulaznih parametara, dok metode zasnovane na regresiji i korelaciji koriste funkcionalnu zavisnost izlaznog parametra u zavisnosti od ulaznih parametara (Kala 2011).

3.4.1. Metode zasnovane na analizi varijanse

Glavna ideja analize varijanse (Reuter et al. 2012) je da se varijansa izlaznog parametra predstavi kao zbir varijansi samih ulaznih parametara i varijansi interakcija među njima

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^n Var(f_i(X_i)) + \sum_{i=1}^n \sum_{j>1}^n Var(f_{ij}(X_i, X_j)) + Var(f_{1\dots n}(X_1, \dots, X_n)). \quad (3.5)$$

Na taj način se omogućuje upoređivanje varijansi za koje je uzrok poznat i varijanse za koju uzrok nije poznat (varijansa greške).

3.4.2. Metode zasnovane na regresiji i korelaciji

Regresija i korelacija se koriste kod analize povezanosti dve ili više promenljivih. Korelacija predstavlja uzajamnu povezanost među promenljivama. U zavisnosti od broja promenljivih, korelacija može biti jednostruka ili višestruka. Na osnovu oblika povezanosti, deli se na linearnu i nelinearnu, a na osnovu smera povezanosti na pozitivnu i negativnu. Regresiona analiza (Helton et al. 2006) predstavlja određivanje matematičkog modela

povezanosti nezavisne promenljive x koja predstavlja uzrok i zavisne promenljive y koja predstavlja posledicu: $y = f(x)$. Na osnovu oblika, možemo razlikovati linearnu i nelinearnu regresiju. Regresiona analiza obično razmatra linearni regresioni model

$$\hat{y} = a + \sum_{j=1}^n b_j x_j, \quad (3.6)$$

gde je \hat{y} očekivana vrednost zavisne promenljive, x_j su nezavisne promenljive, dok a i b_j predstavljaju regresione koeficijente.

Postoje različiti vidovi ocene inteziteta uticaja, a među njima su najzastupljeniji standardizovani regresioni koeficijenti (SRC), Pirsonov (Pearson) koeficijent korelacije i Spirmanov (Spearman) koeficijent korelacije rangova.

Standardizovani regresioni koeficijenti (SRC_j) se računaju na sledeći način

$$SRC_j = b_j \frac{\sigma_{x_j}}{\sigma_y}, \quad (3.7)$$

gde σ_{x_j} i σ_y predstavljaju standardne devijacije slučajnih promenljivih X_j i Y .

Generisanjem izlaznog parametra kao funkcije ulaznih projektnih parametara, moguće je oceniti koeficijente korelacije između ulaznih parametara i posmatranog izlaznog parametra. Najprimenjeniji koeficijenti korelacije za ovu vrstu analize su Pirsonov koeficijent korelacije i Spirmanov koeficijent korelacije rangova.

3.4.2.1. Pirsonov koeficijent korelacije

Pirsonov (Pearson) koeficijent korelacije (r) (Sheskin 2000) meri intezitet i smer linearne povezanosti ulaznih parametara sa posmatranim izlaznim parametrom na osnovu korelacije koju imaju sa njim. Pirsonov koeficijent korelacije $r_{X_j, Y}$ između parametara X_j i Y je definisan na sledeći način

$$r_{X_j, Y} = \frac{\hat{\gamma}(X_j, Y)}{s_{X_j} \cdot s_Y}, \quad (3.8)$$

gde je uzoračka kovarijansa parametara X_j i Y data izrazom:

$$\hat{\gamma}(X_j, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij} y_i}{n} - \bar{x}_j \bar{y}, \quad (3.9)$$

a uzoračke standardne devijacije parametara X_j i Y izrazima:

$$s_{X_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}{n} - \bar{x}_j^2}, \quad s_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2}, \quad (3.10)$$

i gde je n obim uzorka $(x_{ij} \text{ i } y_i)$, $i=1, \dots, n$.

Uzimajući u obzir prethodne izraze, Pirsonov koeficijent korelacije $r_{X_j, Y}$ možemo predstaviti i na ovaj način:

$$r_{X_j, Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.11)$$

gde su:

$$\bar{x}_j = \sum_{i=1}^n \frac{x_{ij}}{n}, \quad \bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}. \quad (3.12)$$

Vrednost Pirsonovog koeficijenta korelacije se kreće u intervalu $[-1, 1]$. Njegova pozitivna vrednost ukazuje na to da se dve posmatrane promenljive istovremeno povećavaju i smanjuju, dok negativna vrednost ukazuje na to da se ove dve promenljive menjaju u suprotnom smeru. Apsolutna vrednost koeficijenta korelacije od 0 do 1 daje procenu jačine linearnog odnosa između dve promenljive, gde je vrednost 1 prikaz čisto linearnog odnosa. Vrednost 0 Pirsonovog koeficijenta korelacije ukazuje na odsustvo linearne povezanosti između posmatranih promenljivih, što nikako ne znači da između njih ne postoji dobro definisan nelinearni odnos. U slučaju nelinearnosti, oni ne daju meru osetljivosti na pravi način, pa se u tom slučaju preporučuje korišćenje njene rang transformacije - Spirmanov (Spearman) koeficijent korelacije rangova.

3.4.2.2. Spirmanov koeficijent korelacije rangova

Spirmanov (Spearman) koeficijent korelacije rangova (ρ) (Pirie 2004) je neparametarska verzija Pirsonovog koeficijenta korelacije i meri jačinu veze između dve promenljive čije su vrednosti rangirane. Neparametarska metoda za ocenu jačine povezanosti se može primeniti u sledećim slučajevima: kada podaci za bar jednu promenljivu potiču sa ordinalne skale (postoji redosled - uređenje između vrednosti, ali se ne zna kvalitet razlike između vrednosti) ili rangova ili kada odnos između promenljivih nije linearan. Najpre se vrši dodela rangova vrednostima promenljive X_j vodeći računa da se prilikom rangiranja koristi

isti kriterijum i za promenljivu X_j i za promenljivu Y . Spirmanov koeficijent korelacije rangova ρ_i se definiše na sledeći način:

$$\rho_i = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}. \quad (3.13)$$

gde je d_i razlika između svakog para rangova odgovarajućih uzoraka promenljivih X_j i Y , a n označava broj parova uzoraka.

Spirmanov koeficijent korelacije rangova ρ_i ukazuje na čvrstinu monotone veze između promenljivih i može imati vrednost u intervalu $[-1,1]$. Vrednost 1 ukazuje na savršenu povezanost rangova, dok vrednost -1 pokazuje savršenu negativnu povezanost rangova. Sa druge strane, kada je vrednost koeficijenta ρ_i jednaka nuli to ukazuje na odsustvo povezanosti između rangova.

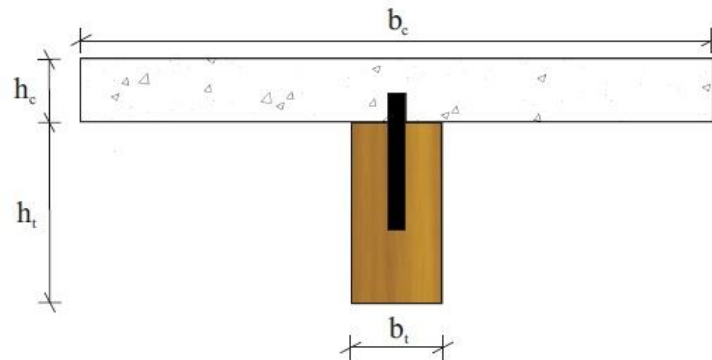
3.5. Stohastička analiza osetljivosti izlaznih projektnih parametara spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton

Definisanje matematičkog modela konstrukcije predstavlja prvi korak u stohastičkoj analizi osetljivosti. U novije vreme se u velikoj meri kao matematički modeli konstrukcija sve više koriste numerički modeli konstrukcija kako bi se simuliralo njihovo ponašanje. U ovom radu je posmatrana stohastička analiza osetljivosti izlaznih projektnih parametara spregnutog nosača tipa drvo-beton.

3.5.1. Numerički model spregnutog nosača tipa drvo-beton

Spregnuti nosač tipa drvo-beton je konstrukcijski sistem u kome je drvena greda povezana sa betonskom pločom na njoj pomoću različitih vrsta spojnih sredstava. Nosač ispitan u ovom radu izrađen je kao spregnuti T-presek. Raspon ovakvih spregnutih nosača (l) kod međuspratnih konstrukcija je obično od 4 m do 5 m, a međusobni razmaci drvenih greda (λ) su od 70 cm do 100 cm (Stevanović 2003). Na osnovu preporuka *Evropske tehničke saglasnosti* (EOTA 2011), betonska ploča kako prefabrikovana tako i livena na licu mesta mora biti izrađena od betona minimalne klase C20/25, minimalna debljina betonske ploče (h_c) da bude 5cm, dok je minimalna visina drvene grede (h_i) 10cm. Takođe se predlaže da maksimalna debljina betonske ploče bude 70% od visine drvene grede. Debljina betonske ploče je obično od 6 cm do 8 cm i armirana je uglavnom lakom mrežastom armaturom. Oblik i dimenzije nosača razmatranog u ovom radu su usvojene tako da predstavljaju uobičajene

dimenzije međuspratnih drvenih konstrukcija. Nosač je raspona 4 m, statičkog sistema proste grede.



Slika 3.6 Poprečni presek spregnutog nosača tipa drvo-beton izvedenog sa mehaničkim spojnim sredstvima

Američki institut za drvene konstrukcije AITC u svojim preporukama (AITC 1985) daje sledeće vrednosti za efektivnu širinu betonske ploče b_c kod spregnutih konstrukcija drvo-beton:

1. $b_c = \frac{l}{4} = \frac{400}{4} = 100 \text{ cm},$
2. $b_c \leq \lambda = 70 \text{ cm},$
3. $b_c = 12 \cdot h_c = 12 \cdot 7 = 84 \text{ cm},$

(3.14)

gde je l - raspon nosača, λ - razmak drvenih greda i h_c - debljina betonske ploče.

Na osnovu teorijskih analiza spregnutih sistema drvo-beton, u (Werner 1992) su dati sledeći izrazi za aktivnu širinu betonske ploče

1. $b_c = \lambda \left[1 - 1.4 \cdot \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \right]$ za jednako podeljeno opterećenje,
2. $b_c = \left[1 - 1.4 \cdot \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 - \left(\frac{\lambda}{l} \right) \right]$ za koncentrisane sile.

(3.15)

Za nosač posmatran u ovom radu koji je opterećen jednako raspodeljenim opterećenjem, biće:

$$b_c = \lambda \left[1 - 1.4 \cdot \left(\frac{70}{400} \right)^2 \right] = 67 \text{ cm.}$$

(3.16)

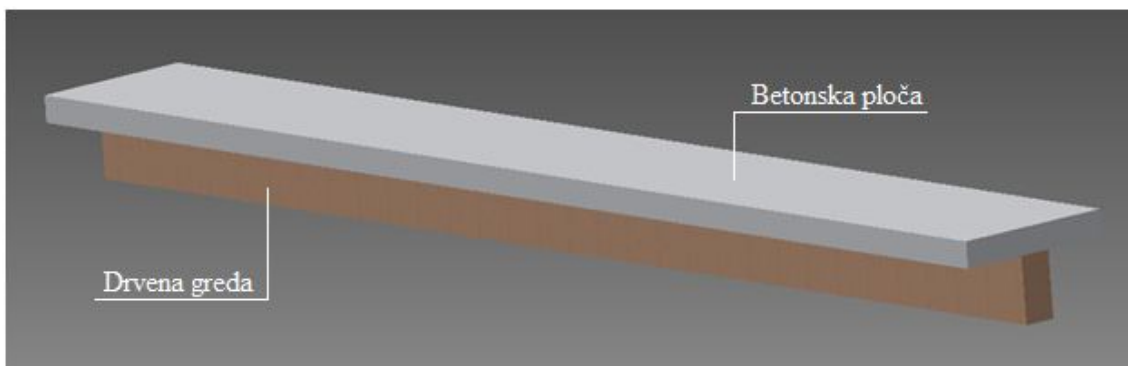
Na osnovu svih napred izračunatih vrednosti za širinu betonske ploče, kao i na osnovu analize dosadašnjih istraživanja spregnutih konstrukcija drvo-beton, usvojena je širina

betonske ploče $b_c = 70 \text{ cm}$, dok je njena visina 7 cm . Takođe, usvojena je i širina drvene grede 10 cm , a njena visina 20 cm . Nosač je opterećen eksploatacionim opterećenjem od 3 kN/m^2 koje se na osnovu Evrokoda 1 (CEN 2002) preporučuje za stambene i poslovne objekte.

Dias i Jorge (Dias et al. 2011) su sproveli parametarsku analizu sa ciljem da procene maksimalni dozvoljeni razmak između spojnih sredstava kod spregnutog nosača tipa drvo-beton. Na osnovu izvršene analize koja je obuhvatila različite vrste spojnih sredstava kao i različite geometrijske konfiguracije poprečnog preseka spregnutog nosača sve u cilju sagledavanja šireg spektra realnih uslova, može se zaključiti da je međusobni razmak spojnih sredstava od 150 mm dovoljan da se izbegne lom u vezi u bilo kojem od posmatranih slučajeva. U zavisnosti od vrste spojnih sredstava i geometrijske konfiguracije poprečnog preseka, maksimalni razmak između spojnih sredstava kako bi se izbegao lom u vezi kreće se od 150 mm do 500 mm .

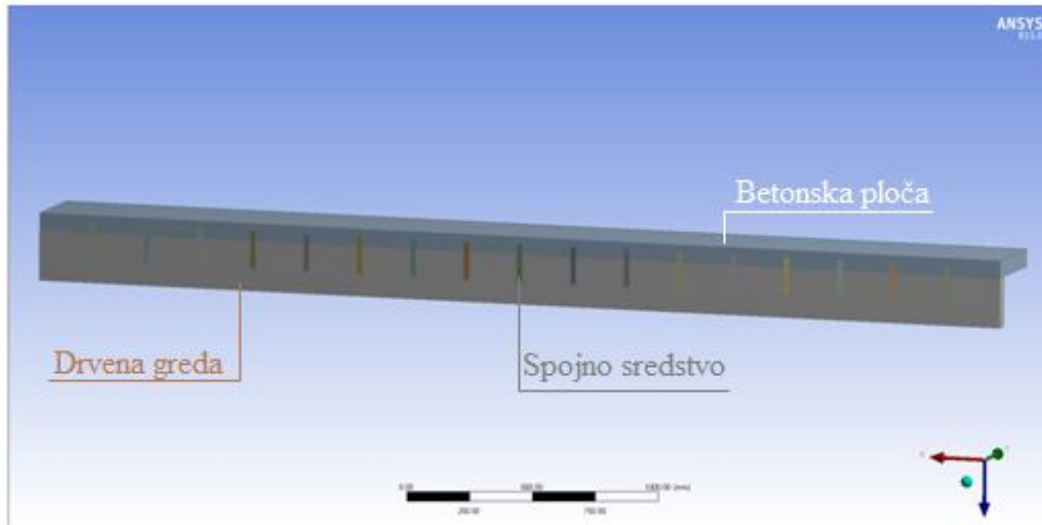
U našem primeru, međusobna veza drvene grede i betonske ploče ostvarena je trnovima od čelične glatke armature kao vrsta spojnog sredstva koja se često koristi pri sanaciji starih podova. Prečnik ovakve vrste spojnih sredstava varira od 8 mm do 30 mm (Stojić 1996). U prethodno izbušene rupe i premazane epoksi smolom pod pravim uglom u odnosu na gredu ugrađeni su čelični trnovi $\phi 20/150 \text{ mm}$ na razmacima od 24 cm (Rajčić 2001).

Na osnovu prethodno pretpostavljenih dimenzija, formiran je geometrijski model spregnutog nosača u programskom paketu za 3D modelovanje *Autodesk Inventor Professional 2013*, koji je prikazan na slici 3.7.



Slika 3.7 Geometrijski model spregnutog nosača tipa drvo-beton

Generisanje numeričkog modela spregnutog nosača tipa drvo-beton sprovedeno je primenom metode konačnih elemenata (MKE).



Slika 3.8 3D model polovine spregnutog nosača tipa drvo-beton

Ovaj numerički model je izrađen u programskom paketu za naponsko-deformacijsku analizu, *ANSYS Workbench 15.0*. Pri analizi je iskorišćena simetrija nosača i opterećenja, tako da je generisan 3D model polovine nosača, prikazan na slici 3.8.

3.5.1.1. Karakteristike materijala

Prilikom generisanja numeričkog modela, pretpostavljeno je nelinearno ponašanje sva tri materijala: drveta, čelika i betona. Interakcija između elemenata je predstavljena korišćenjem kontaktnih elemenata sa različitim koeficijentima trenja.

a) Beton

Beton je modelovan kao izotropni elasto-plastični materijal, a ponašanje betona je predstavljeno modelom betona *Concrete NL* dostupnom u Ansys-ovoj biblioteci materiala (Ansys Inc. 2013). Usvojene fizičke i mehaničke karakteristike materijala odgovaraju betonu klase C25/30 (CEN 2004):

$$\rho_c = 2300 \text{ kg/m}^3, E_c = 31000 \text{ MPa}, \nu_c = 0.18, G_c = 127120 \text{ MPa},$$

gde je ρ - zapreminska masa, E - Jungov modul elastičnosti, ν - Puasonov koeficijent i G - modul smicanja.

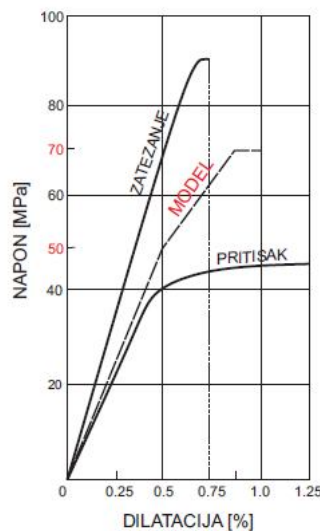
b) Drvo

Modelovanje drveta predstavlja nimalo lak zadatak pre svega zbog same prirodne nesavršene strukture drveta (distorzije vlakana, čvorova) koja utiče na njegovo ponašanje. Obično je samo longitudinalni pravac dobro definisan u drvetu, dok se pretpostavlja da nema razlike između radijalnog i tangencijalnog pravca. Međutim, svaki od tri ortotropna pravca

ima različita mehanička svojstva i ponašanje prilikom pritiska i zatezanja. Stoga, drvo je modelovano kao ortotropni elasto-plastični materijal, što podrazumeva korišćenje različitih parametara za opisivanje ponašanja materijala u različitim pravcima. Koordinatni sistem je tako postavljen da osa x odgovara longitudinalnom pravcu pružanja vlakana, osa y tangencijalnom pravcu, dok z osa odgovara radijalnom pravcu.

Prilikom modelovanja drveta usvojene su sledeće fizičke i mehaničke karakteristike (Mirianon et al. 2008):

$$\rho_t = 450 \text{ kg/m}^3, E_{tx} = 12000 \text{ MPa}, E_{ty} = 600 \text{ MPa}, E_{tz} = 600 \text{ MPa}, \nu_{tzy} = 0.558, \nu_{tzx} = 0.038, \nu_{tyx} = 0.015, G_{tzy} = 40 \text{ MPa}, G_{tzx} = 700 \text{ MPa}, G_{tyx} = 700 \text{ MPa}.$$



Slika 3.9 Dijagram napon-dilatacija korišćen za modelovanje ponašanja drveta (Stojić 1996)

c) Čelik

Čelik korišćen za spojna sredstva modeliran je kao izotropni materijal sa karakteristikama materijala *Structural Steel* iz Ansys-ove biblioteke materijala (Ansys Inc. 2013). Neke od usvojenih fizičkih i mehaničkih karakteristika ovog materijala su sledeće:

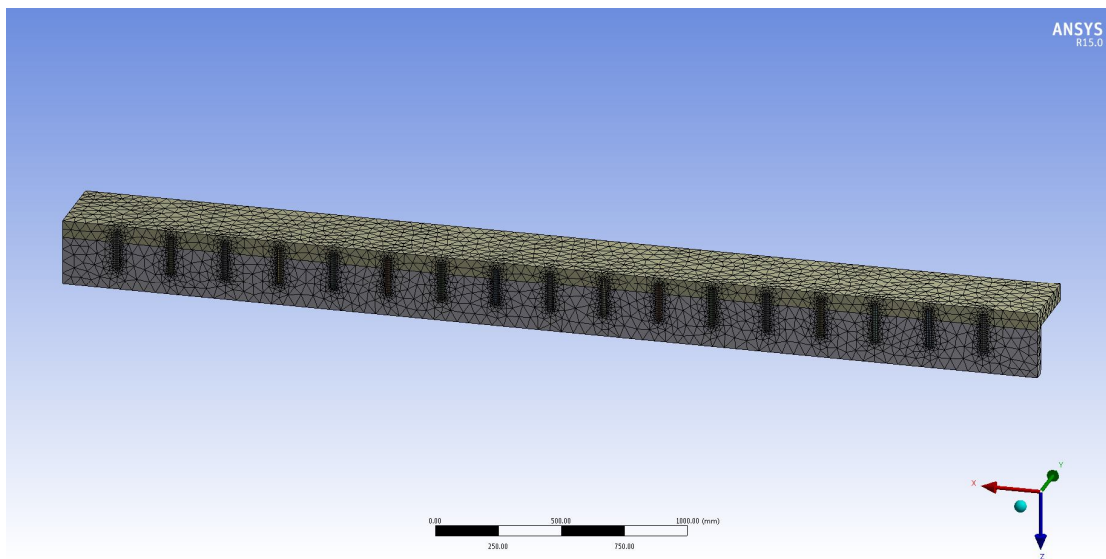
$$\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3, E_s = 210000 \text{ MPa}, \nu_s = 0.3, G_s = 76923 \text{ MPa}.$$

3.5.1.2. Konačni elementi i kontakti uslovi

Spregnuti nosač analiziran u ovom radu modeliran je pomoću 71384 solid konačnih elemenata dostupnih u programskom paketu *ANSYS Workbench 15.0*. Za modeliranje dela spregnutog nosača izrađenog od betona korišćeni su konačni elementi SOLID 258. Za

modeliranje drvenog dela spregnutog nosača kao i spojnih sredstava korišćeni su konačni elementi SOLID158.

Kontakt je jedan od najtežih elemenata prilikom modelovanja. Spregnuti nosač je modelovan kao elastično spregnut sa različitim koeficijentima trenja između kontaktnih površi elemenata. Kontaktni uslovi između različitih komponenti spregnutog nosača modelovani su korišćenjem kontaktnih elemenata. Prilikom modelovanja ovog spregnutog nosača, korišćeni su sledeći koeficijenti trenja između materijala: drvo-beton 0.57 (Van de Kuilen et al. 2004), drvo-čelik 0.5 (Dias et al. 2004) i čelik-beton 0.9 (Dias et al. 2007).



Slika 3.10 Mreža konačnih elemenata 3D modela polovine spregnutog nosača tipa drvo-beton

Za modelovanje kontakta između delova ovog spregnutog nosača izvedenog mehaničkim spojnim sredstvima korišćeni su kontaktni konačni elementi TARGE170 i CONTA174. Ovi elementi se koriste u trodimenzionalnoj analizi sa površinskim tipom kontakta, koji je proizvod zajedničkog dejstva elemenata TARGE170 (koji ANSYS definiše kao ciljnu površinu) i CONTA174 (definisani kao kontakt površina). Ovi elementi mogu simulirati pritisak između elemenata u prisustvu kontakta i razdvajanje između istih elemenata u odsustvu kontakta. Ova dva elementa su u mogućnosti da simuliraju i trenje između delova spregnutog preseka. TARGE170 se koristi za modelovanje različitih trodimenzionalnih kontaktnih površi. Target površina je diskretizovana setom elemenata TARGE170 i uparena sa pridruženom kontakt površinom. Elementima target segmenta mogu se zadati translacije ili rotacije, temperatura, naprezanje, itd. CONTA174 je kontaktni element koji se koristi za predstavljanje kontakta i klizanja između 3D target površine

(TARGE170) i deformabilne površine, definisane ovim elementom. Kontakt nastaje kada element površine prodire u jedan od elemenata target segmenta (TARGE170) na zadatoj target površini.

3.5.2. Izbor i karakterizacija ulaznih projektnih parametara

Nakon generisanja numeričkog modela spregnutog nosača tipa drvo-beton, sledeći korak je izbor i karakterizacija ulaznih projektnih parametara koje ćemo uključiti u stohastičku analizu osetljivosti. Uzimanjem u obzir svih parametara koji čine prethodno generisani numerički model, analiza osetljivosti bi bila previše glomazna. Stoga smo se mi opredelili za određeni broj projektnih parametara koji su prikazani u tabeli 3.1.

Tabela 3.1 Ulazni projektni parametri razmatrani u sprovedenoj stohastičkoj analizi osetljivosti

Projektni parametar	Oznaka	Dimenzija	Raspodela	Matematičko očekivanje	Koeficijent varijacije
Širina betonske ploče	b_c	mm	Normalna	700	0.02
Visina betonske ploče	h_c	mm	Normalna	70	0.02
Širina drvene grede	b_t	mm	Normalna	100	0.01
Visina drvene grede	h_t	mm	Normalna	200	0.01
Prečnik spojnog sredstva	d_s	mm	Normalna	20	0.02
Broj spojnih sredstava	n_s	kom	Uniformna	17	0.034
Modul elastičnosti betona	E_c	MPa	Lognormalna	31000	0.05
Zapreminska masa betona	ρ_c	kg/m ³	Normalna	2300	0.04
Modul elastičnosti drveta u x pravcu	E_{tx}	MPa	Lognormalna	12000	0.13
Zapreminska masa drveta	ρ_t	kg/m ³	Normalna	450	0.1
Modul elastičnosti spojnog sredstva	E_s	MPa	Lognormalna	210000	0.13

Karakterizacija izabranih ulaznih projektnih parametara izvršena je usvajanjem preporučenih raspodela verovatnoće i koeficijenata varijacije kao bezdimenzione mere disperzije na osnovu preporuka *JCSS Probabilistic Model Code* (JCSS 2001). Još 1971.

godine formirana je određena grupa eksperata (The Joint Committee on Structural Safety) koja se bavi osnovnim i prenormativnim istraživanjem u oblasti pouzdanosti konstrukcija i analize rizika. Osnovna ideja je da principi pouzdanosti i bezbednosti budu isti za sve vrste materijala i sve tipove konstrukcija sa kojima se susrećemo u građevinarstvu. Generisanje uzoraka odabranih ulaznih projektnih parametara vršiće se na osnovu LHS metode, koja je prethodno opisana u odeljku 3.3.3.

3.5.3. Analiza varijabilnosti izlaznog parametra

Analiza varijabilnosti izlaznog parametra podrazumeva razmatranje sakupljenih rezultata nakon niza izvršenih numeričkih simulacija na definisanom pametarskom modelu, tj. dobijenih pojedinačnih vrednosti izlaznog parametra. Ova analiza ima za cilj ocenu raspodele verovatnoće posmatranog izlaznog parametra uključujući njegovo matematičko očekivanje, standardnu devijaciju, funkciju gustine raspodele verovatnoće, funkciju kumulativne raspodele verovatnoće itd.

Prilikom projektovanja konstrukcija tipa drvo-beton, i granično stanje nosivosti i granično stanje upotrebljivosti mora biti zadovoljeno. Granično stanje nosivosti se kontroliše na osnovu ocene maksimalnih napona u komponentalnim materijalima (drvo, beton i spojna sredstva), dok se ocena graničnog stanja upotrebljivosti vrši na osnovu provere maksimalnog ugiba (Fragiacomo et al. 2011).

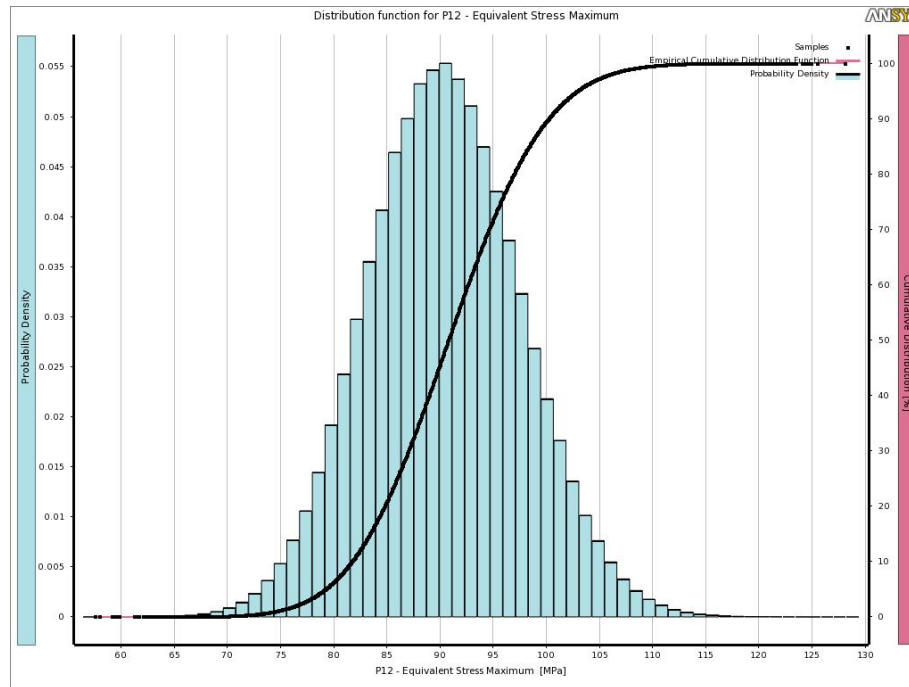
Na osnovu toga, prvi izlazni parametar koji ćemo analizirati biće ekvivalentni (Von Mises) napon σ_e koji se vrlo često koristi u projektovanju, zato što dozvoljava da bilo koje trodimenzionalno naponsko stanje bude predstavljeno pomoću samo jednog napona pozitivne vrednosti. On se definiše pomoću glavnih napona ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) sledećim izrazom (Ansys Inc. 2013):

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}. \quad (3.17)$$

Prikaz dobijenih rezultata u vidu određenih karakteristika posmatranog izlaznog parametra, tj. maksimalnog ekvivalentnog napona σ_e dat je u tabeli 3.2, dok slika 3.11 daje grafički prikaz histograma i funkcije kumulativne raspodele verovatnoće ovog izlaznog parametra.

Tabela 3.2 Parametri raspodele verovatnoće maksimalnog ekvivalentnog napona σ_e

Izlazni parametar	Matematičko očekivanje	Standardna devijacija
Maksimalni ekvivalentni napon σ_e	90.78 MPa	6.9251 MPa

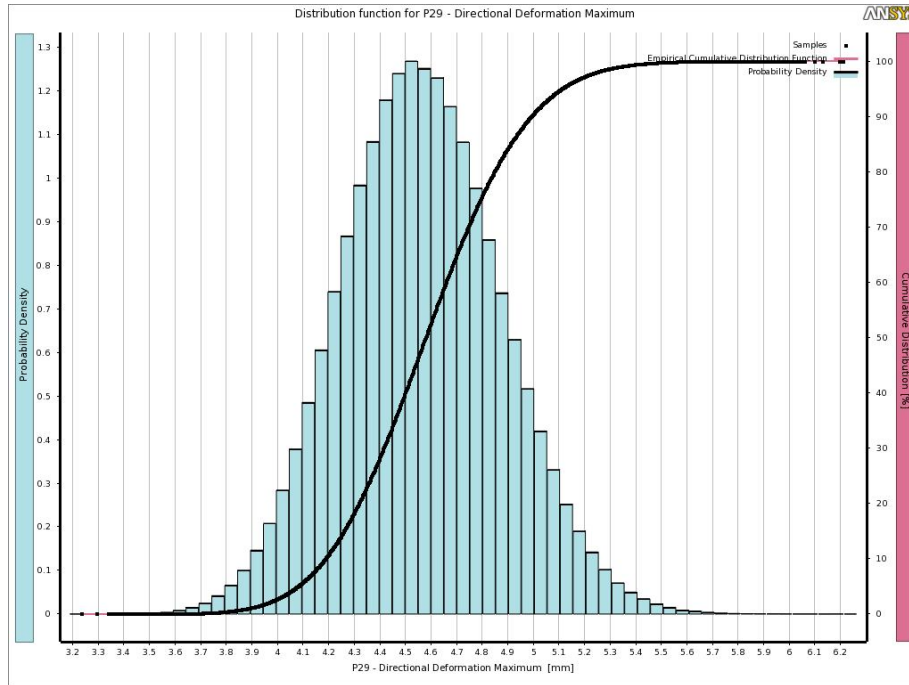


Slika 3.11 Grafički prikaz histograma i funkcije kumulativne raspodele verovatnoće maksimalnog ekvivalentnog napona σ_e

Za spregnute nosače srednjeg i velikog raspona najozbiljniji uslov prilikom projektovanja je granično stanje upotrebljivosti maksimalnih ugiba (Fragiacomo et al. 2004). Na osnovu toga, drugi izlazni parametar koji ćemo ovde analizirati biće maksimalni ugib spregnutog nosača. Po već opisanom principu, izvršena je analiza varijabilnosti maksimalnog ugiba spregnutog nosača i ocenjeni su parametri raspodele verovatnoće ovog izlaznog parametra na osnovu sakupljenih rezultata nakon niza izvršenih numeričkih simulacija. Prikaz dobijenih rezultata ove analize varijabilnosti dat je u tabeli 3.3.

Tabela 3.3 Parametri raspodele verovatnoće izlaznog parametra maksimalnog ugiba spregnutog nosača

Izlazni parametar	Matematičko očekivanje	Standardna devijacija
Maksimalni ugib grede	4.1329 mm	0.23436 mm



Slika 3.12 Grafički prikaz histograma i funkcije kumulativne raspodele verovatnoće maksimalnog ugiba grede

3.5.4. Ocena mere osetljivosti izlaznog parametra

Sledeći korak u analizi osetljivosti jeste određivanje mere osetljivosti izlaznog parametra u odnosu na varijabilnost pojedinačnih ulaznih projektnih parametara, na osnovu korelacije koju imaju sa njim. U ovom radu, mera osetljivosti izlaznog parametra je ocenjena korišćenjem Spirmanovog koeficijenta korelacije rangova, prethodno objašnjenog u odeljku 3.4.2.2.

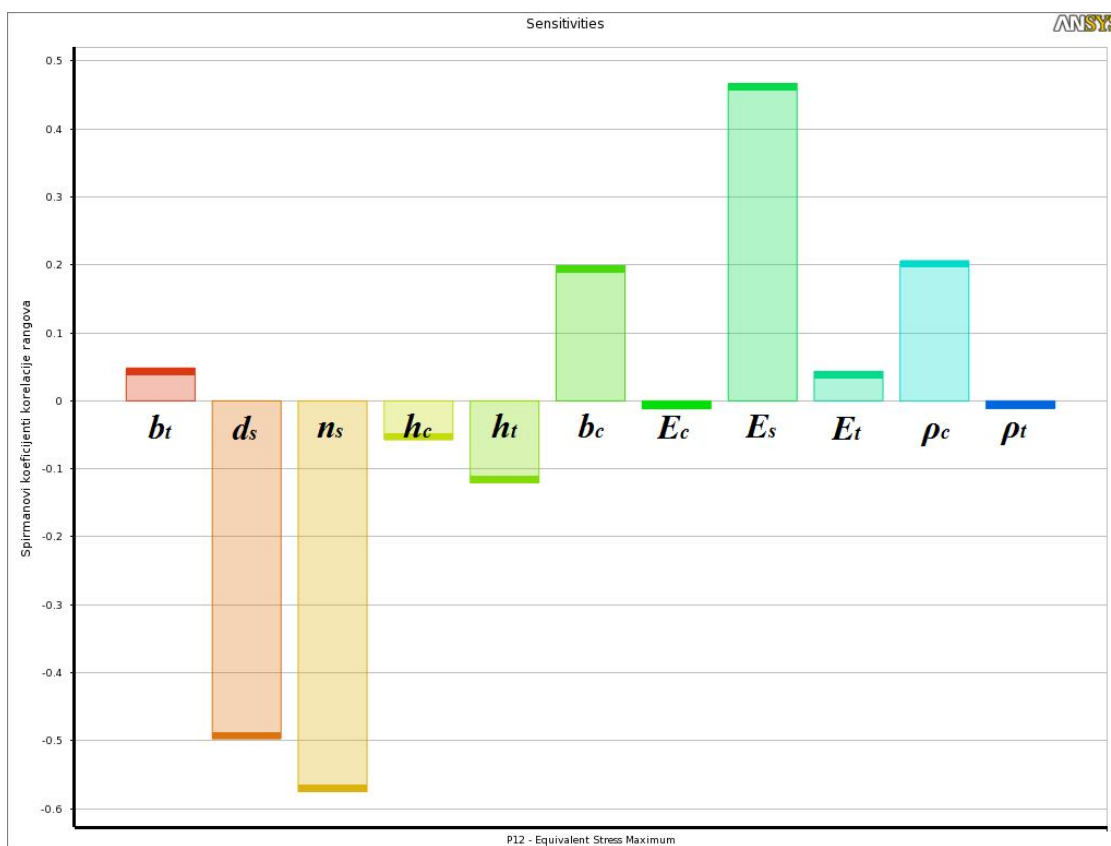
3.5.4.1. Ocena mere osetljivosti maksimalnog ekvivalentnog napona

Najpre ćemo predstaviti rezultate stohastičke analize osetljivosti za maksimalni ekvivalentni napon σ_e , koji su dati u tabeli 3.4.

Tabela 3.4 Spirmanovi koeficijenti korelacije rangova projektnih parametara za maksimalni ekvivalentni napon

	b_t	d_s	n_s	h_c	h_t	b_c	E_c	E_s	E_t	ρ_c	ρ_t
ρ	0.0482	-0.4972	-0.5748	-0.0574	-0.1206	0.1988	-0.0118	0.4668	0.0433	0.2061	-0.0114

Projektni parametri sa većim koeficijentom korelacije imaju veći uticaj na posmatrani izlazni parametar, dok projektni parametri sa koeficijentom korelacije čija je vrednost blizu nule imaju nizak uticaj na posmatrani izlazni parametar. Pozitivna korelacija nekog ulaznog parametra pokazuje da se sa povećanjem vrednosti parametra povećava vrednost izlaznog parametra za koji se prikazuje osetljivost. Odnosno, negativna korelacija pokazuje da sa povećanjem vrednosti parametra, smanjuje se vrednost posmatranog izlaznog parametra. Na slici 3.13 je prikazana osetljivost posmatranog izlaznog parametra u odnosu na ulazne projektne parametre pomoću stubičastog grafikona.



Slika 3.13 Osetljivost posmatranog izlaznog parametra - Maksimalni ekvivalentni napon

Na osnovu pregleda rezultata sprovedene stohastičke analize osetljivosti maksimalnog ekvivalentnog napona, uočljivo je da parametri veze, broj spojnih sredstava (n_s), prečnik spojnog sredstva (d_s) i modul elastičnosti čeličnog spojnog sredstva (E_s), imaju dominantan uticaj na promenu maksimalnog ekvivalentnog napona. Iz rezultata sprovedene analize može se zaključiti da povećanje vrednosti ulaznih projektnih parametara b_t , b_c , E_s , E_t i ρ_c direktno utiče na povećanje maksimalnog ekvivalentnog napona posmatranog spregnutog nosača.

Takođe, sa povećanjem vrednosti projektnih parametara d_s , n_s , h_c , h_t , E_c i ρ_t smanjuje se maksimalni ekvivalentni napon posmatranog spregnutog nosača.

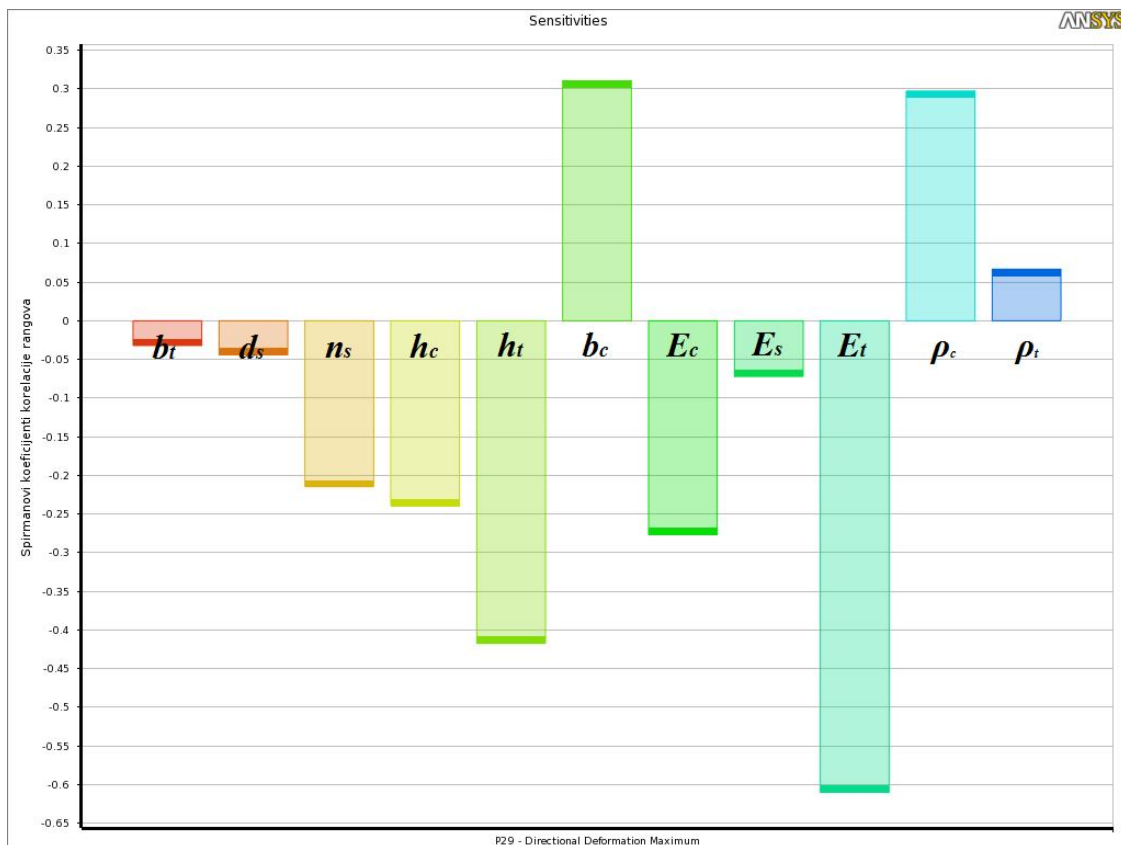
3.5.4.2. Ocena mere osetljivosti maksimalnog ugiba spregnutog nosača

Sledi prikaz rezultata stohastičke analize osetljivosti za maksimalni ugib posmatranog spregnutog nosača, koji su dati u tabeli 3.5.

Tabela 3.5 Spirmanovi koeficijenti korelacije rangova projektnih parametara za maksimalni ugib

	b_t	d_s	n_s	h_c	h_t	b_c	E_c	E_s	E_t	ρ_c	ρ_t
ρ	-0.0321	-0.0442	-0.2148	-0.2398	-0.4174	0.3105	-0.2769	-0.0721	-0.6101	0.2972	0.0668

Kao što se može videti iz prikazanih rezultata sprovedene stohastičke analize osetljivosti maksimalnog ugiba nosača tipa drvo-beton, najveći uticaj na posmatrani izlazni parametar ima modul elastičnosti drveta (E_t).



Slika 3.14 Osetljivosti posmatranog izlaznog parametra – Maksimalni ugib

Zanimljivo je uočiti da parametri veze, prečnik spojnog sredstva (d_s) i broj spojnih sredstava (n_s), nemaju dominantan uticaj na promenu ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton. Iz rezultata sprovedene analize može se zaključiti da povećanje vrednosti projektnih parametara b_c , ρ_c i ρ_t direktno utiče na povećanje maksimalnog ugiba grede. Takođe, sa povećanjem vrednosti projektnih parametara b_b , d_s , n_s , h_c , h_b , E_c , E_s i E_t smanjuje se maksimalni ugib posmatranog spregnutog nosača.

Projektni parametri se generalno mogu podeliti u dve osnovne grupe. Prvu grupu čine oni parametri na koje se može povoljno uticati načinom izrade (npr. geometrijske karakteristike, čvrstoća), dok drugu grupu čine parametri koji nisu dovoljno osetljivi na promenu tehnologije izrade (npr. Jungov modul elastičnosti). Prva grupa projektnih parametara može biti podeljena u dve podgrupe: (a) parametri kod kojih i srednja vrednosti koeficijent varijacije mogu biti promenjeni poboljšanjem kvaliteta proizvodnje (npr. čvrstoća materijala); (b) parametri kod kojih se srednja vrednost ne može značajno promeniti jer treba da bude jednaka nominalnoj vrednosti (npr. geometrijske karakteristike preseka).

3.5.5. Metoda regresione površi

U cilju boljeg razumavanja korelacije između ulaznih projektnih parametara i izlaznog parametra, prikazana je metoda regresione površi (*Response surface method*) koja pruža precizniji opis njihove uzajamne povezanosti (Haldar et al. 2000). Ova metoda je zasnovana na osnovnoj pretpostavci da uticaj ulaznih parametara X_i i X_j na izlazni parametar Y može biti aproksimiran pomoću polinomske funkcije, a najčešće pomoću kvadratne funkcije oblika:

$$Y = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i X_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} X_i \cdot X_j, \quad (3.18)$$

gde je c_0 - konstanta, c_i - koeficijenti linearnih članova i c_{ij} - koeficijenti kvadratnih članova.

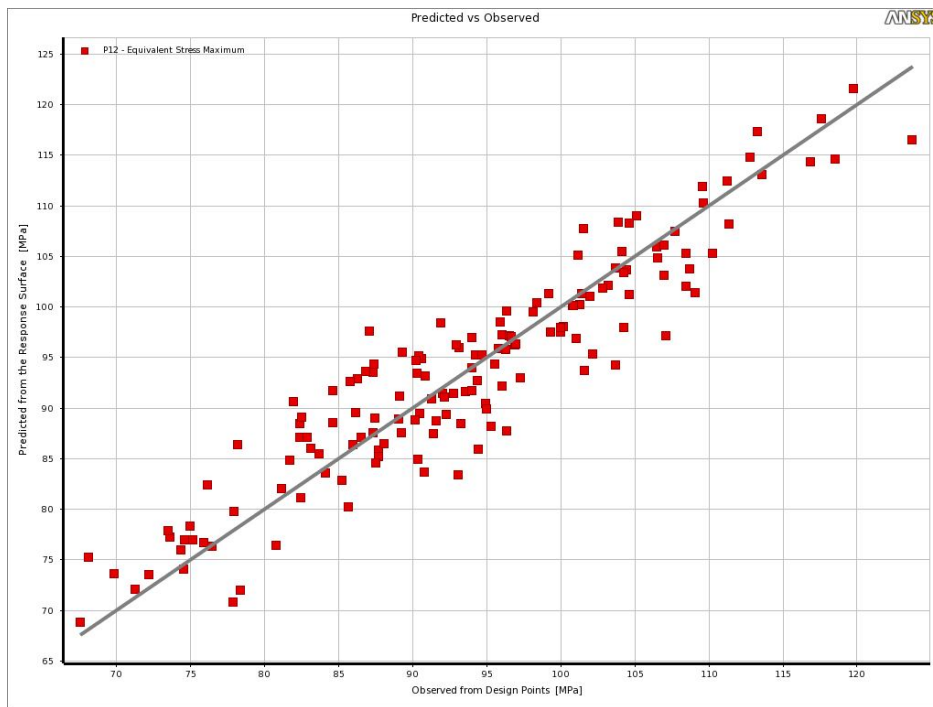
Za ocenu ovih koeficijenta koristi se regresija i koeficijenti se obično ocenjuju na osnovu metode najmanjih kvadrata. Koeficijenti se određuju tako da se zbir kvadrata razlika između pravih rezultata prethodno sprovedenih numeričkih simulacija i vrednosti aproksimacione funkcije bude minimalan.

Ocena kvaliteta metode regresione površi vrši se na osnovu koeficijenta determinacije (R^2) koji predstavlja procenat varijanse izlazne promenljive koji je objašnjen predikcionim modelom:

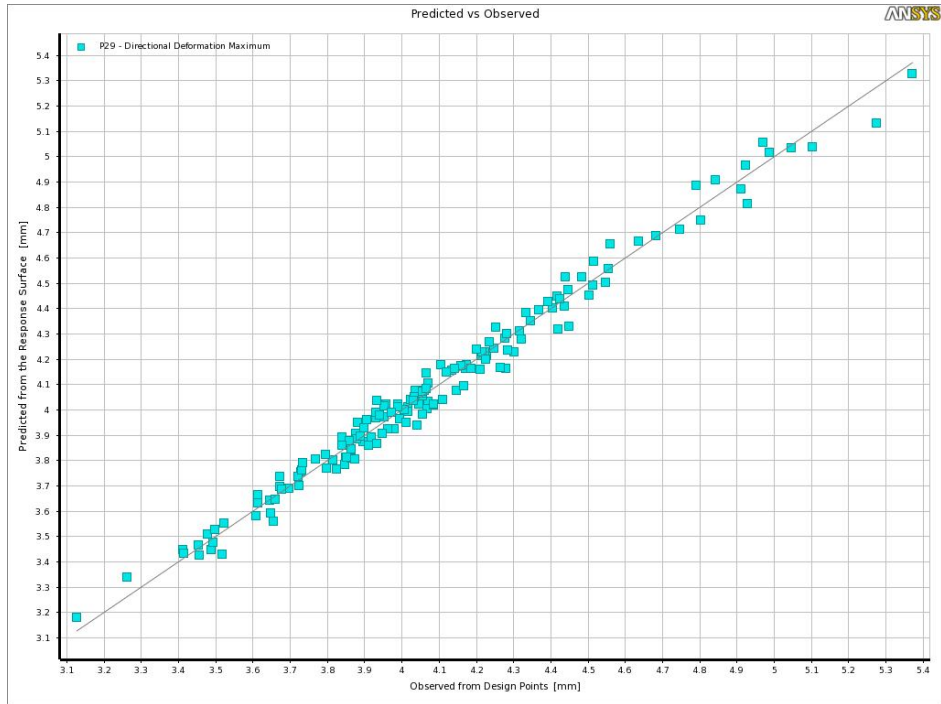
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (3.19)$$

gde su: y_i - pojedinačne vrednosti izlaznog parametra dobijenih na osnovu numeričkih simulacija, \bar{y} - aritmetička sredina vrednosti y_i i \hat{y}_i vrednosti izlaznog parametra dobijenih na osnovu predikcionog, odnosno aproksimacionog modela.

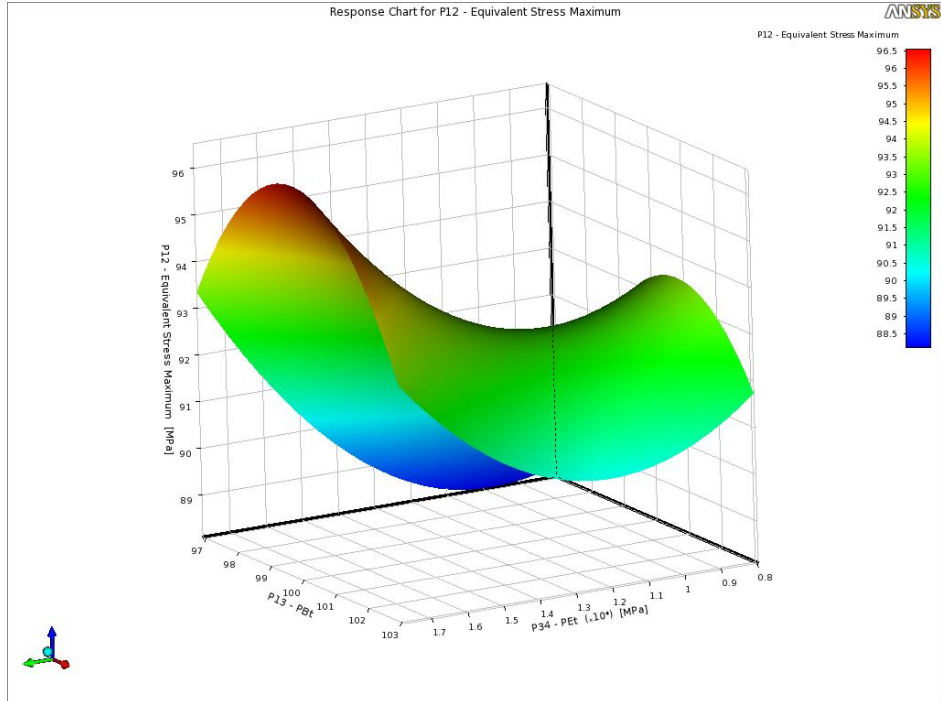
Maksimalna vrednost koeficijenta determinacije je 1 i on pokazuje savršenu aproksimaciju rezultata dobijenih na osnovu sprovedenih numeričkih simulacija pomoću predikcionog modela. U našem slučaju, vrednost ovog koeficijenta bila je 0.872 kod analize Maksimalnog ekvivalentnog napona i 0.985 kod analize maksimalnog ugiba, što ukazuje na visok nivo preciznosti aproksimacije.



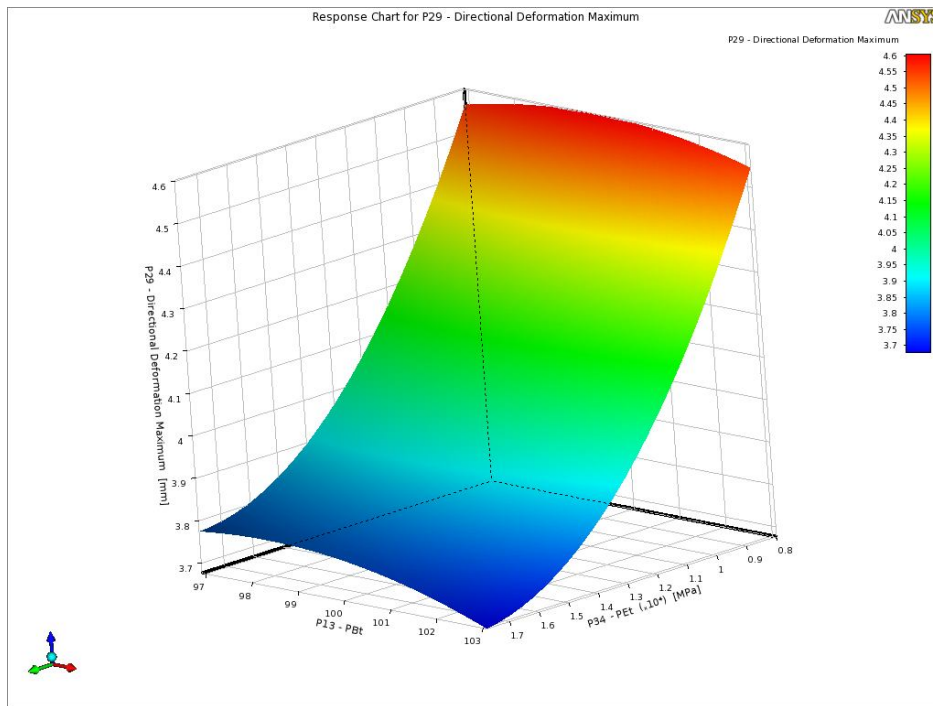
Slika 3.15 Poređenje rezultata dobijenih na osnovu sprovedenih numeričkih simulacija i na osnovu metode regresione površi – Maksimalni ekvivalentni napon



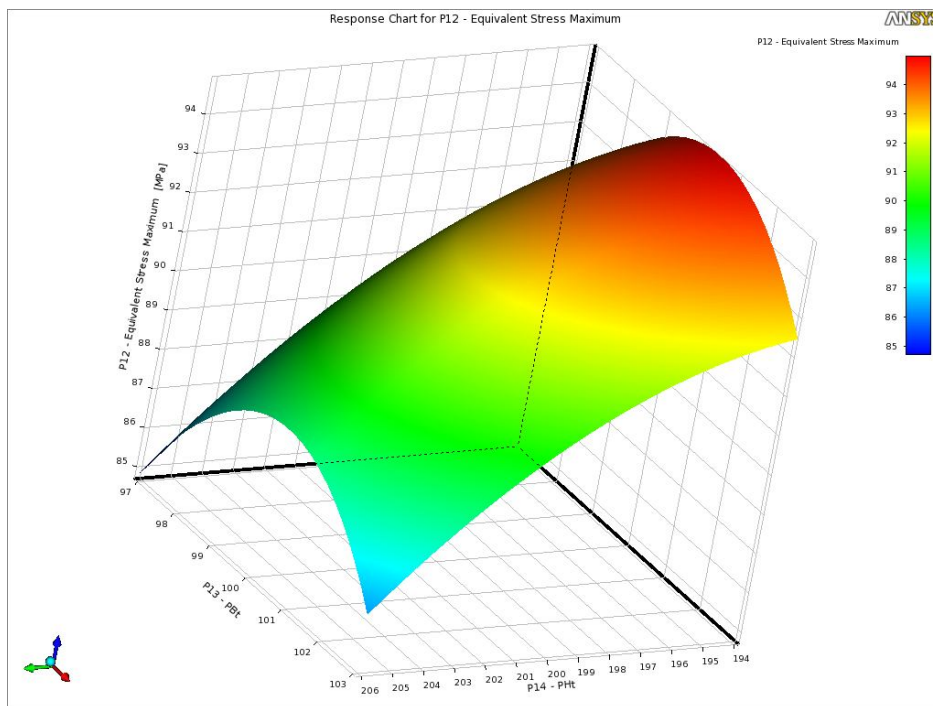
Slika 3.16 Poređenje rezultata dobijenih na osnovu sprovedenih numeričkih simulacija i na osnovu metode regresione površi – Maksimalni ugib



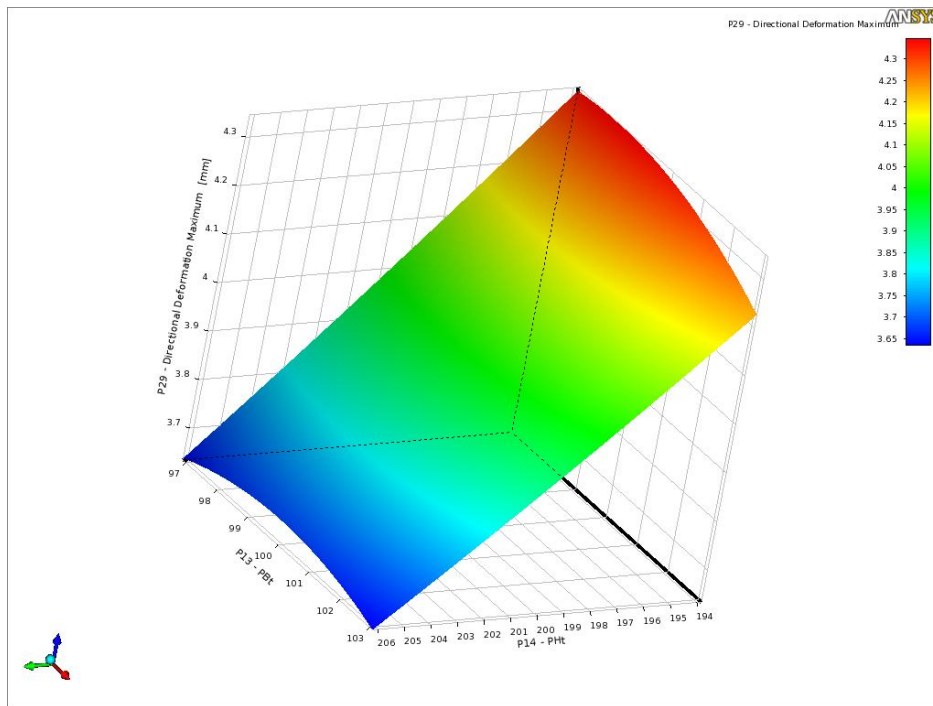
Slika 3.17 Regresiona površ: maksimalni ekvivalentni napon / širina drvene grede/modul elastičnosti drveta



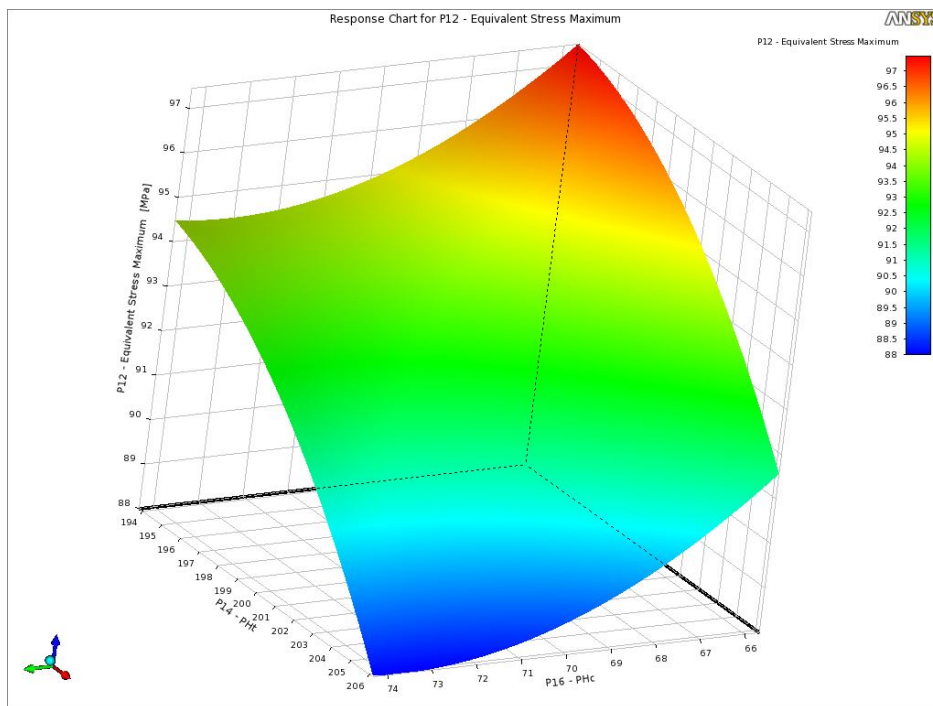
Slika 3.18 Regresiona površ: maksimalni ugib / širina drvene grede / modul elastičnosti drveta



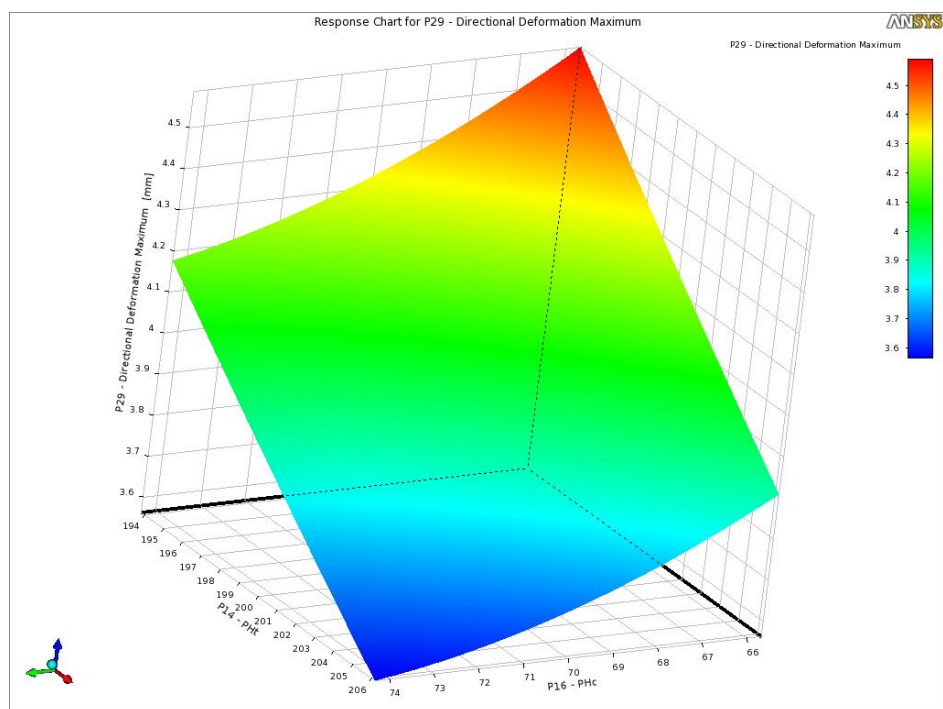
Slika 3.19 Regresiona površ: maksimalni ekvivalentni napon / širina drvene grede / visina drvene grede



Slika 3.20 Regresiona površ: maksimalni ugib / širina drvene grede / visina drvene grede



Slika 3.21 Regresiona površ: maksimalni ekvivalentni napon / visina betonske ploče / visina drvene grede



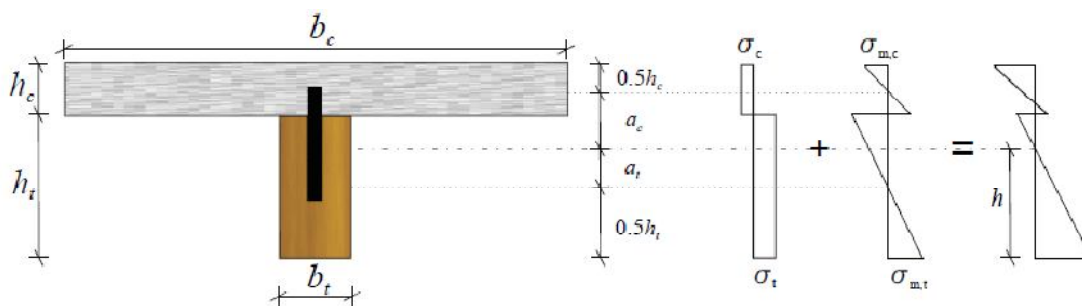
Slika 3.22 Regresiona površ: maksimalni ugib / visina betonske ploče / visina drvene grede

4. ANALIZA PONAŠANJA SPEGNUTIH KONSTRUKCIJA TIPRA DRVO-BETON USLED DUGOTRAJNOG OPTEREĆENJA

4.1. Proračuna spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton

Analitički modeli za sračunavanje naprežanja i deformacija spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton razvijeni su najpre za spregnute konstrukcije sa delimičnim sprežanjem između dva spregnuta drvena elementa i kao takvi zatim primenjeni na spregnuti sistem drvo-beton. Godine 1956. Karl Möhler je predstavio model za određivanje naprežanja u elastično spregnutim nosačima na osnovu prethodno izvedenih jednačina ravnoteže uzimajući u obzir problem pomerljivosti veze između dva drvena elementa međusobno povezana mehaničkim spojnima sredstvima. Ovaj proračunski model predstavlja osnovu za danas opšte prihvaćenu γ -metodu, datu u Aneksu B - Evrokoda 5 (CEN 2004), kojim se zasad vrši dimenzionisanje ovih spregnutih sistema. Ova metoda je zasnovan na teoriji linearne elastičnosti kao i na sledećim pretpostavkama:

- Nosači su sistema proste grede raspona l . Za kontinualne nosače isti izrazi se mogu primeniti sa tom razlikom da se tada za l uzima 0.8 od odgovarajućeg raspona, dok se u slučaju konzolnog nosača za l uzima dvostruka dužina konzole.
- Betonski i drveni deo preseka su iz jednog dela.
- Drveni i betonski deo su međusobno spojeni mehaničkim spojnima sredstvima sa modulom popustljivosti K .
- Rastojanje spojnih sredstava e je konstantno ili je jednako promenljivo u skladu sa transferzalnom silom, gde je minimalno rastojanje e_{min} , a maksimalno e_{max} tako da važi da je $e_{max} \leq 4 e_{min}$.
- Opterećenje deluje u z -pravcu i daje transferzalnu silu $T=T(x)$ i moment $M=M(x)$ koji se menja saglasno sinusoidi ili paraboli.



Slika 4.1. Geometrijske karakteristike i naponi u elastično spregnutom nosaču

Efektivna krutost na savijanje spregnutog preseka tipa drvo-beton računa se na osnovu sledećeg izraza:

$$(EI)_{eff} = E_c I_c + \gamma_{t-c} E_c A_c a_c^2 + E_t I_t + E_t A_t a_t^2, \quad (4.1)$$

gde je E_c modul elastičnosti betona, E_t modul elastičnosti drveta, A_c i I_c površina poprečnog preseka i moment inercije betonske ploče, a A_t i I_t površina poprečnog preseka i moment inercije drvene grede. Rastojanje težišta drvenog elementa od neutralne ose spregnutog preseka obeleženo je sa a_t :

$$a_t = \frac{\gamma_{t-c} E_c A_c (h_c + h_t)}{2(\gamma_{t-c} E_c A_c + E_t A_t)}, \quad (4.2)$$

dok je rastojanje betonskog preseka od neutralne ose označeno sa a_c :

$$a_c = \frac{h_t + h_c}{2} - a_t. \quad (4.3)$$

U izrazu za proračun efektivne krutosti na savijanje spregnutog preseka egzistira parametar γ_{t-c} , koji predstavlja koeficijent sprezanja

$$\gamma_{t-c} = \left[1 + \frac{\pi^2 E_c A_c e}{Kl^2} \right]^{-1}. \quad (4.4)$$

Pomoću koeficijenta γ_{t-c} kvantifikuje se stepen sprezanja između drveta i betona. Vrednost koeficijenta γ_{t-c} jednaka 1 označava potpuno, odnosno kruto sprezanje, a vrednost koeficijenta γ_{t-c} jednaka 0 označava da između komponentalnih elemenata nema sprezanja. Na vrednost koeficijenta sprezanja, uticaj ima i modul popustljivosti spojnog sredstva K čija je vrednost definisana formulama datim u Evrokodu 5 (CEN 2004) za granično stanje upotrebljivosti (K_s) i granično stanje nosivosti (K_u):

$$K_s = 2 \frac{\rho_m^{1.5} d}{23}, \quad (4.5)$$

$$K_u = \frac{2}{3} K_s,$$

gde je $\rho_m = \sqrt{\rho_c \cdot \rho_t}$, a d prečnik spojnog sredstva. Međutim, neka eksperimentalna istraživanja (Turrini and Piazza 1983, Ceccotti et al. 2006b) su pokazala da je za usvojeni slučaj spojnog sredstva, trnovi od čelične glatke armature ugradjeni u prethodno izbušene

rupe u drvetu i premazane epoksi smolom, prikladnije usvojiti sledeći izraz za modul popustljivosti spojnog sredstva:

$$K_s = 0.16E_t d. \quad (4.6)$$

Ugib u sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo-beton statičkog sistema proste grede iznosi:

$$\delta = \frac{5ql^4}{384(EI)_{eff}}, \quad (4.7)$$

gde je q jednako raspodeljeno opterećenje.

Normalni naponi u spregnutom nosaču računaju se na osnovu sledećih izraza:

$$\sigma_c = \frac{\gamma_{t-c} E_c a_c M}{(EI)_{eff}}, \quad \sigma_{m,c} = \frac{1 E_c h_c M}{2 (EI)_{eff}}, \quad (4.8)$$

$$\sigma_t = \frac{E_t a_t M}{(EI)_{eff}}, \quad \sigma_{m,t} = \frac{1 E_t h_t M}{2 (EI)_{eff}}. \quad (4.9)$$

Maksimalni smičući napon javlja se na mestima gde su normalni naponi jednaki nuli. Ako se neutralna linija nalazi u drvenom delu preseka, što je inače uglavnom slučaj, onda se maksimalni smičući napon računa na osnovu izraza:

$$\tau_{t,max} = \frac{1 E_t b_t h^2 T}{2 b_t (EI)_{eff}}, \quad (4.10)$$

gde je T - transverzalna sila u preseku, a h je rastojanje od donje ivice drvenog preseka do neutralne ose. Sila koja deluje na spojna sredstva, data je pomoću izraza:

$$F = \frac{\gamma_{t-c} E_c A_c a_c e T}{(EI)_{eff}}, \quad (4.11)$$

u kome e predstavlja razmak među spojnim sredstvima.

Osnovna zamerka proračunskog modela predstavljenog u Evrokodu 5 (CEN 2004) je ta da nisu svi relevantni činitelji uzeti u obzir, pre svega oni nastali usled dugotrajnog opterećenja i promene uticaja spoljašnje sredine. Poslednjih godina su sprovedena značajna istraživanja na ovu temu i neka od njih su izložena u dostupnim preglednim radovima (Khorsandnia et al. 2013; Stepinac et al. 2015).

4.2. Ponašanje spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja

Ponašanje spregnutih sistema tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja predstavlja veoma složen problem. Ono ne zavisi samo od dugotrajnog opterećenja, već i od reološkog ponašanja konstitutivnih materijala ovog spregnutog sistema. Varijacija uticaja spoljašnje sredine, tj. temperature i relativne vlažnosti vazduha, značajno utiče na ponašanje drveta, betona i spojnih sredstava. Reološka svojstva materijala kao što su tečenje, odnosno neprekidno povećanje deformacija uzorka izloženog dugotrajnom konstantnom opterećenju, skupljanje, bubrenje i ostala reološka svojstva karakteristišu i komponentalne materijale spregnutog sistema tipa drvo-beton. Posledica toga je i promenljivost raspodele napona i dilatacija unutar sistema što uzrokuje povećanje deformacija tokom vremena. Važno je napomenuti da drvo i beton imaju različito ponašanje tokom vremena i da različito deluju na promenljive uticaje spoljašnje sredine tako da to u mnogome otežava opisivanje ponašanja spregnutog sistema usled dugotrajnog opterećenja. Karakteristična reološka svojstva betona su tečenje, skupljanje i termičke dilatacije. Pored viskoelastičnog tečenja, za drvo je karakteristično i mehano-sorpciono tečenje, tj. tečenje pod stalnim opterećenjem usled promene sadržaja vlage u drvetu, zatim skupljanje, odnosno bubrenje kao i termičke dilatacije, dok je za sistem spojnih sredstava karakteristično viskoelastično tečenje i mehano-sorpciono tečenje. Kao posledica mehaničke veze između drvene grede i betonske ploče imamo to da se dilatacije u komponentalnim elementima ne mogu slobodno odvijati i da su one na neki način ograničene fleksibilnošću sistema veze (Fragiacomo 2006).

Najupotrebljivija metoda za proračun dugotrajnog ponašanja spregnutih konstrukcija tipa drvo beton je metoda efektivnog modula (*Effective Modulus Method*) koju je predložio Ceccotti (2002). Analiza efekata uticaja dugotrajnog opterećenja, kao i uticaja tečenja materijala uzeta je u obzir zamenjujući module elastičnosti drveta i betona, kao i modul popustljivost spojnog sredstva sa efektivnim modulom elastičnosti betona $E_{c,eff}$, efektivnim modulom elastičnosti drveta $E_{t,eff}$ i efektivnim modulom popustljivosti spojnog sredstva K_{eff}

$$E_{c,eff}(t) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi_c(t, t_0)}, \quad E_{t,eff}(t) = \frac{E_t}{1 + \varphi_t(t, t_0)}, \quad K_{eff}(t) = \frac{K}{1 + \varphi_f(t, t_0)}, \quad (4.12)$$

gde je t trenutno vreme, t_0 vreme nanošenja opterećenja, a $\varphi_c(t, t_0)$, $\varphi_t(t, t_0)$ i $\varphi_f(t, t_0)$ su koeficijenti tečenja za beton, drvo i spojno sredstvo.

4.2.1. Tečenje betona

Određivanje koeficijenta tečenja betona vršeno je na osnovu CEB/FIP Model Code koji je uvršten u Evrokod 2 (CEN 2004). Koeficijent tečenja betona ima sledeći oblik:

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0), \quad (4.13)$$

gde je t sadašnji trenutak u danima, a t_0 vreme nanošenja opterećenja, gde se obično pretpostavlja da je opterećenje naneto nakon 28 dana. U prethodnom izrazu egzistira nominalni koeficijent tečenja φ_0 :

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0). \quad (4.14)$$

Parametar φ_{RH} prikazuje uticaj relativne vlažnosti na nominalni koeficijent tečenja i ima sledeći oblik:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0.1\sqrt[3]{h_0}} \quad \text{za } f_{cm} \leq 35 \text{MPa}, \quad (4.15)$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0.1\sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad \text{za } f_{cm} > 35 \text{MPa},$$

gde je f_{cm} čvrstoća betona na pritisak nakon 28 dana od betoniranja:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8, \quad (4.16)$$

obim betonskog dela koji je izložen atmosferskim uticajima (u) je:

$$u = 2b_c + 2h_c, \quad (4.17)$$

dok je nominalna veličina betonskog dela h_0 :

$$h_0 = \frac{2A_c}{u}, \quad (4.18)$$

Parametar $\beta(f_{cm})$ pokazuje uticaj čvrstoće betona na nominalni koeficijent tečenja i dat je na sledeći način:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}}. \quad (4.19)$$

Takođe, parametar $\beta(t_0)$ pokazuje uticaj starenja betona pod opterećenjem na nominalni koeficijent tečenja:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0.1 + t_0^{0.20})}. \quad (4.20)$$

Koeficijent β_H zavisi od relativne vlažnosti i nominalne veličine betonskog dela i ima sledeći oblik:

$$\begin{aligned} \beta_H &= 1.5 \cdot [1 + (0.012RH)^{18}] h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{za } f_{cm} \leq 35MPa, \\ \beta_H &= 1.5 \cdot [1 + (0.012RH)^{18}] h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \quad \text{za } f_{cm} > 35MPa, \end{aligned} \quad (4.21)$$

gde koeficijenti $\alpha_{1/2/3}$ uvode u proračun uticaj čvrstoće betona:

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7}, \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2}, \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.5}. \quad (4.22)$$

Pored nominalnog koeficijenta tečenja φ_0 , koeficijent tečenja betona zavisi i od koeficijenta $\beta_c(t-t_0)$ koji opisuje razvoj tečenja u toku vremena nakon nanošenja opterećenja:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0.3}. \quad (4.23)$$

4.2.2. Tečenje drveta

Prema metodi efektivnog modula, tečenje drveta se uzima u obzir koristeći koeficijent deformacije za drvo k_{def} koji je tabelarno dat u Evrokodu 5 (CEN 2004) za različite klase upotrebljivosti. Međutim, za kompleksnije opisivanje reološkog ponašanja drveta postoje više različitih modela (Hanhijarvi 1995, Toratti 1992, Becker 2002 i Martensson 1992), među kojima je Torattiev reološki model najprihvaćeniji i biće primenjen u ovom radu.

Na osnovu Torattievog modela, koeficijent tečenja drveta je dat na sledeći način:

$$\varphi_t(t, t_0) = \varphi_{tc}(t, t_0) + \varphi_{tms}(t, t_0). \quad (4.24)$$

gde su $\varphi_{tc}(t, t_0)$ i $\varphi_{tms}(t, t_0)$ delovi koeficijenta tečenja drveta koji opisuju viskoelastično tečenje i mehano-sorpciono tečenje, dok je t_i trenutak nanošenja opterećenja, a t sadašnji trenutak

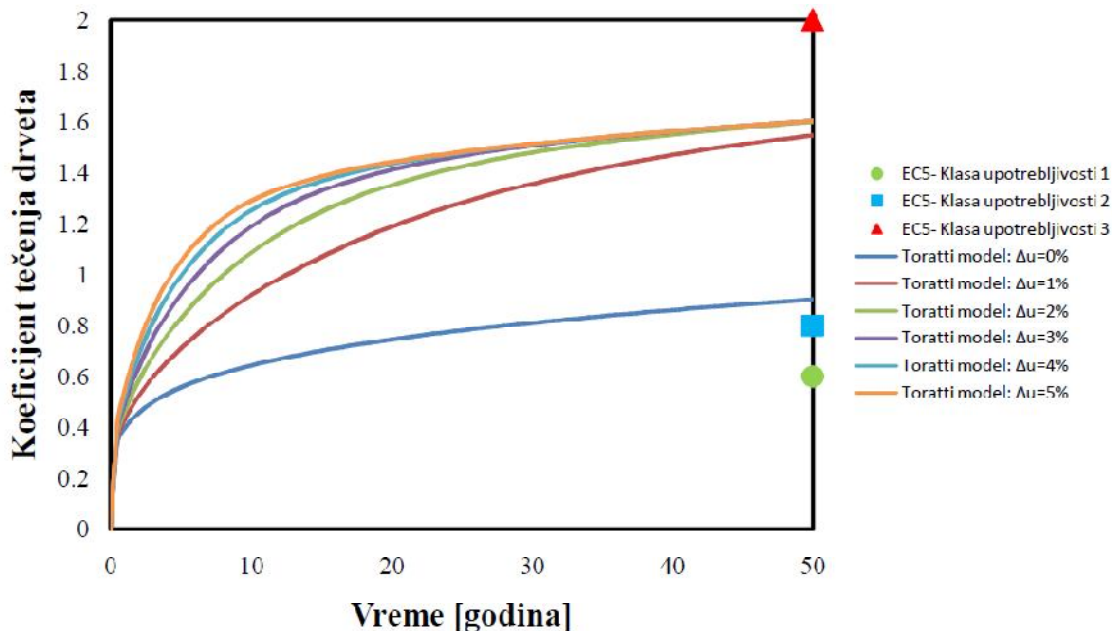
$$\varphi_{tc}(t, t_i) = \left(\frac{t - t_i}{t_d} \right)^m, \quad (4.25)$$

$$\varphi_{t_{ms}}(t, t_i) = j_i^\infty \left[1 - e^{-c_t \frac{2\Delta u}{\Delta t} (t-t_i)} \right] \quad (4.26)$$

Pošto vlažnost drveta nije ista u svim tačkama poprečnog preseka, obično se posmatra prosečna vlažnost drvenog preseka u_{aver} , odnosno efektivna vrednost prosečne vlažnosti drveta Δu tokom posmatranog perioda Δt . To zapravo predstavlja razliku između njene maksimalne i minimalne vrednosti, $\Delta u = u_{aver,max} - u_{aver,min}$. Ostali parametri prisutni u ovim izrazima predstavljaju parametre materijala. U konkretnom slučaju vrednosti parametara materijala su: $j_i^\infty = 0.7$, $c_t = 2.5$, $m = 0.21$, $t_d = 29500$ dana. Sadržaj vlage u drvetu je u ravnoteži sa relativnom vlažnošću spoljašnje sredine i može se aproksimirati sledećim izrazom (Toratti 1992):

$$u_{eq} = \frac{0.01 \cdot RH}{(-0.00084823 \cdot RH^2 + 0.11665 \cdot RH + 0.38522)} \quad (4.27)$$

Na slici 4.2 je prikazana uporedna analiza koeficijenta tečenja drveta na osnovu Torattievog modela i koeficijenta deformacije za drvo k_{def} koji se primenjuje u metodi efektivnog modula.



Slika 4.2. Dijagram razvoja koeficijenta tečenja drveta tokom vremena

Sa prikazanog dijagrama se može videti, a na osnovu primenjenog Torattievog reološkog modela, da varijacija sadržaja vlage u drvetu utiče na povećanje koeficijenta

tečenja drveta, ali i da je njegova konačna vrednost na kraju pretpostavljenog eksploatacionog veka od 50 godina nezavisna od efektivne vrednosti prosečne vlažnosti drveta Δu veće od 2%. Eksperimentalna istraživanja su utvrdila da Torattiev model daje vrednosti koeficijenta tečenja drveta približnije eksperimentalnim tako da se one uglavnom koriste kao merodavne.

4.2.3. Tečenje spojnih sredstava

U nedostatku eksperimentalnih podataka, koeficijent tečenja spojnih sredstava može biti dobijen dupliranjem koeficijenta tečenja drveta dobijenog na osnovu Evrokoda 5 (CEN 2004)

$$\varphi_f(t, t_0) = 2 \cdot \varphi_t(t, t_0). \quad (4. 28)$$

Međutim, na osnovu sprovedenih eksperimentalnih istraživanja (Fragiacomo 2006; Bonamini et al. 1990) na spregnutim nosačima sa sličnom vrstom spojnog sredstva kao što mi posmatramo, preporučeno je da vrednost koeficijenta tečenja spojnog sredstva bude jednak koeficijentu tečenja drveta

$$\varphi_f(t, t_0) = \varphi_t(t, t_0). \quad (4. 29)$$

4.2.4. Reološke pojave zanemarene metodom efektivnog modula

Na osnovu različitih eksperimentalnih i numeričkih istraživanja koja su sprovedena poslednjih godina, uvidelo se da najzastupljeniji pristup za proračun dugotrajnog ponašanja spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton, metoda efektivnog modula, ima određene nedostatke što je i predstavljeno od strane različitih autora, Fragiaco i Cecotti (2004), Fragiaco (2006), Jorge et al. (2010) i Kanocz et al. (2013). Ovaj pristup zanemaruje efekte reoloških pojava kao što su skupljanje betona i neelastične dilatacije betona i drveta usled varijacije temperature i relativne vlažnosti vazduha spoljašnje sredine. Stoga se preporučuje uračunavanje svih dugotrajnih reoloških efekata koji se javljaju u konstitutivnim materijalima kada se zahteva kompleksnija analiza dugotrajnog ponašanja ovog spregnutog sistema. U okviru ovog rada, za uračunavanje ovih reoloških pojava primenjen je pristup predložen u radu (Kanocz et al. 2013). Shodno različitim eksperimentalnim i numeričkim ispitivanjima ustanovljena je podela na tri različita uticaja koja utiču na raspodelu napona i dilatacija u spregnutom nosaču tipa drvo-beton:

1. stalno i korisno opterećenje
2. skupljanje betona
3. varijacija uticaja spoljašnje sredine

Predloženi pristup superponira efekte dugotrajnog ponašanja spregnutog sistema tipa drvo-beton usled ovih različitih uticaja:

$$S = S(q) + S(\varepsilon_{cs}) + S(\varepsilon_u) + S(\varepsilon_T), \quad (4.30)$$

gde veličina S predstavlja generisani efekat (ugib, klizanje, smičuću silu ili napone u drvetu ili betonu), q - stalno i korisno opterećenje, ε_{cs} - dilatacije skupljanja betona, ε_u - neelastične dilatacije usled varijacije relativne vlažnosti vazduha i ε_T - neelastične dilatacije usled varijacije spoljašnje temperature.

4.2.4.1. Uticaj skupljanja betona

Skupljanje betona predstavlja reološku pojavu smanjenja zapremine betona tokom očvršćavanja, a donekle i nakon toga. Proračun dilatacija skupljanja betona data je na osnovu CEB-FIP Model Code i uvršćen je u Evrokod 2 (CEN 2004). Na osnovu ovog modela, dilatacija skupljanja betona (ε_{cs}) sastoji se od dve komponentalne dilatacije: dilatacija skupljanja usled sušenja (ε_{cd}) i sopstvena (autogena) dilatacija skupljanja (ε_{ca})

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}. \quad (4.31)$$

Dilatacija skupljanja usled sušenja se odvija sporo, jer je funkcija migracije vode kroz očvršli beton. Sa druge strane, sopstvena dilatacija skupljanja betona se odvija u toku očvršćavanja betona, pa se njen najveći deo obavi prvih dana nakon betoniranja.

Razvijanje dilatacija skupljanja betona usled sušenja (ε_{cd}) dato je sledećim izrazom:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}. \quad (4.32)$$

Prilikom proračuna koeficijenta $\beta_{ds}(t, t_s)$ pretpostavljeno je da je vreme nege betona (t_s) jednako vremenu nanošenja spoljašnjeg opterećenja (t_0)

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}}. \quad (4.33)$$

Tabela 4.1 Vrednosti koeficijenta k_h data u zavisnosti od nominalne veličine h_0 (CEN 2004)

h_0	k_h
100	1.0
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

Nominalna neredukovana vrednost dilatacija ($\varepsilon_{cd,0}$) skupljanja betona usled sušenja data je sledećim izrazom:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0.85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH}, \quad (4.34)$$

gde je $f_{cm0} = 10\text{MPa}$, $RH_0 = 100\%$,

$$\beta_{RH} = 1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right]. \quad (4.35)$$

Koeficijenti α_{ds1} i α_{ds2} zavise od vrste cementa i imaju sledeće vrednosti:

$$\alpha_{ds1} = \begin{cases} 3 & \text{cement klase } S, \\ 4 & \text{cement klase } N, \\ 6 & \text{cement klase } R, \end{cases} \quad (4.36)$$

$$\alpha_{ds2} = \begin{cases} 0.13 & \text{cement klase } S, \\ 0.12 & \text{cement klase } N, \\ 0.11 & \text{cement klase } R. \end{cases} \quad (4.37)$$

Sa druge strane, sopstvena dilatacija skupljanja betona (ε_{ca}) data je na sledeći način:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty), \quad (4.38)$$

gde je :

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}, \quad (4.39)$$

odnosno:

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2 \cdot t^{0.5}). \quad (4.40)$$

Uticaj dilatacija skupljanja betona na ugib u sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo beton uzet je u obzir na osnovu sledećeg izraza:

$$\delta_{cs} = \frac{\gamma_{t-c} \cdot \varepsilon_{cs} \cdot E_c \cdot A_c \cdot a_c}{(EI)_{eff}} \cdot \frac{l^2}{8}. \quad (4.41)$$

Takođe, uticaj ove reološke pojave na raspodelu napona u spregnutom nosaču uračunat je pomoću izraza:

$$\sigma_{cs,c} = \gamma_{t-c} \cdot \varepsilon_{cs} \cdot E_c \cdot \left(1 + \frac{E_c \cdot A_c \cdot a_c}{(EI)_{eff}} \cdot (\mp 0.5 \cdot h_c - \gamma_{t-c} \cdot a_c) - \frac{E_c \cdot A_c}{E_c \cdot A_c + E_t \cdot A_t} \right), \quad (4.42)$$

$$\sigma_{cs,t} = \gamma_{t-c} \cdot \varepsilon_{cs} \cdot E_c \cdot \left(\frac{E_t \cdot A_c \cdot a_c}{(EI)_{eff}} \cdot (\mp 0.5 \cdot h_t + a_t) - \frac{E_t \cdot A_c}{E_c \cdot A_c + E_t \cdot A_t} \right).$$

4.2.4.2. Varijacija uticaja spoljašnje sredine

Komponentalni materijali spregnutog sistema tipa drvo-beton deterioriraju različitim tempom tokom eksploatacionog veka konstrukcije. Različiti reološki efekti komponentalnih materijala razvijaju se u različitim periodima eksploatacionog veka.

Uticaj neelastičnih dilatacija usled promene sadržaja vlage u drvetu na ugib u sredini raspona spregnutog nosača dat je izrazom:

$$\delta_u = \frac{\alpha_{t,u} \cdot \Delta u \cdot E_t \cdot A_t \cdot a_t}{(EI)_{eff}} \cdot \frac{l^2}{8}. \quad (4.43)$$

Takođe, njihov uticaj na raspodelu napona u posmatranom spregnutom nosaču uračunat je pomoću izraza:

$$\sigma_{u,c} = \alpha_{t,u} \cdot \Delta u \cdot E_t \cdot \left(\frac{E_c \cdot A_t \cdot a_t}{(EI)_{eff}} \cdot (\mp 0.5 \cdot h_c - \gamma_{t-c} \cdot a_c) + \frac{E_c \cdot A_t}{E_c \cdot A_c + E_t \cdot A_t} \right), \quad (4.44)$$

$$\sigma_{u,t} = \alpha_{t,u} \cdot \Delta u \cdot E_t \cdot \left(-1 + \frac{E_t \cdot A_t \cdot a_t}{(EI)_{eff}} \cdot (\mp 0.5 \cdot h_t + a_t) + \frac{E_t \cdot A_t}{E_c \cdot A_c + E_t \cdot A_t} \right).$$

Uticaj neelastičnih dilatacija usled varijacije spoljašnje temperature na na ugib u sredini raspona spregnutog nosača dat je izrazom:

$$\delta_T = \frac{\gamma_{t-c} \cdot (\alpha_{c,T} - \alpha_{t,T}) \cdot \Delta T \cdot E_c \cdot A_c \cdot a_c}{(EI)_{eff}} \cdot \frac{l^2}{8}, \quad (4.45)$$

gde je ΔT efektivna vrednost spoljašnje temperature.

Sa druge strane, usled varijacije spoljašnje temperature na raspodelu napona u posmatranom spregnutom nosaču dat je pomoću sledećih izraza:

$$\sigma_{T,c} = \gamma_{t-c} \cdot (\alpha_{c,T} - \alpha_{t,T}) \cdot \Delta T \cdot E_c \cdot \left(1 + \frac{E_c \cdot A_c \cdot a_t}{(EI)_{eff}} \cdot (\mp 0.5 \cdot h_c - \gamma_{t-c} \cdot a_c) - \frac{E_c \cdot A_c}{E_c \cdot A_c + E_t \cdot A_t} \right),$$

$$\sigma_{T,t} = \gamma_{t-c} \cdot (\alpha_{c,T} - \alpha_{t,T}) \cdot \Delta u \cdot E_t \cdot \left(\frac{E_t \cdot A_c \cdot a_c}{(EI)_{eff}} \cdot (\mp 0.5 \cdot h_t + a_t) + \frac{E_t \cdot A_c}{E_c \cdot A_c + E_t \cdot A_t} \right).$$
(4.46)

Pretpostavićemo da su srednje vrednosti koeficijenata dilatacija (Fragiacomo 2006):

$$\alpha_{t,u} = 3 \times 10^{-3} \quad - \quad \text{koeficijent dilatacija usled varijacije vlažnosti,}$$

$$\alpha_{c,T} = 10 \times 10^{-6} [^{\circ}\text{C}^{-1}] \quad - \quad \text{koeficijent temperaturnih dilatacija drveta,} \quad (4.47)$$

$$\alpha_{t,T} = 5 \times 10^{-6} [^{\circ}\text{C}^{-1}] \quad - \quad \text{koeficijent temperaturnih dilatacija betona.}$$

4.3. Parametarska analiza ponašanja spregnutog nosača usled dugotrajnog opterećenja

U cilju što boljeg sagledavanja ponašanja spregnutog nosača drvo-beton pod konstantnim eksploatacionim opterećenjem, izvršena je sveobuhvatna parametarska analiza kako bi se identifikovali najuticajnije svojstava konstitutivnih materijala koja utiču na promenu maksimalnog ugiba spregnutog nosača, što predstavlja glavni kriterijuma za ocenu graničnog stanja upotrebljivosti. Ova analiza je sprovedena za slučaj spregnutog nosača drvo-beton sa geometrijskim karakteristikama datim u tabeli 4.2 a za korisno opterećenje od 3kN/m^2 . Sprezanje drveta i betona je ostvareno pomoću trnova od čelične glatke armature ugrađenih u prethodno izbušene rupe u drvetu i premazane epoksi smolom.

Tabela 4.2 Geometrijske karakteristike posmatranog spregnutog nosača

Veličina	Oznaka	Dimenzija	Vrednost
Dužina nosača	l	mm	4200
Širina betonske ploče	b_c	mm	800
Visina betonske ploče	h_c	mm	60
Širina drvene grede	b_t	mm	100
Visina drvene grede	h_t	mm	200
Prečnik spojnog sredstva	d	mm	20
Rastojanje između sp. sredstvima	e	mm	240

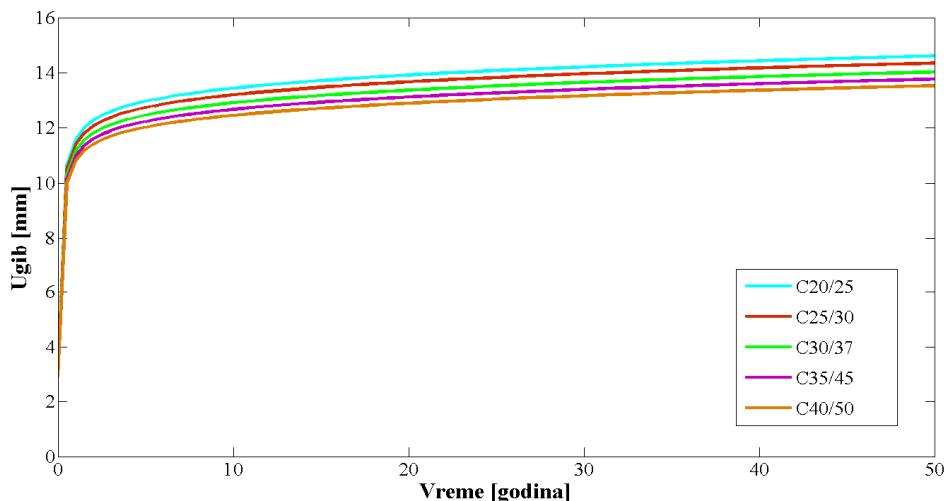
4.3.1. Uticaj čvrstoće betona

Uticaj čvrstoće betona na promenu maksimalnog ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton ispitan je pod konstantnim spoljašnjim uticajima, pri čemu je pretpostavljeno da je drvena greda izrađena od drveta klase C27.

Tabela 4.3 Uticaj čvrstoće betona na ugib u sredini spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka

	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
E_{cm} [GPa]	30	31	33	34	35
f_{cm} [MPa]	28	33	38	43	48
Ugib (50) [mm]	14.6094	14.3479	14.0278	13.7679	13.5300

Na osnovu rezultata sprovedene parametarske analize (tabela 4.3), može se zaključiti da koristeći beton klase C40/50 dolazi do smanjenja maksimalnog ugiba spregnutog nosača na kraju pretpostavljenog eksploatacionog veka (50 god.) za 7.4% u odnosu slučaj primene betona klase C20/25. To ne predstavlja neko značajno umanjenje, tako da se kod ovakvih spregnutih elemenata slobodno može koristiti beton niže klase čvrstoće. Na slici 4.3 prikazan je trend priraštaja ugiba spregnutog nosača tokom vremena za različite klase betona.



Slika 4.3 Uticaj čvrstoće betona na promenu ugiba spregnutog nosača

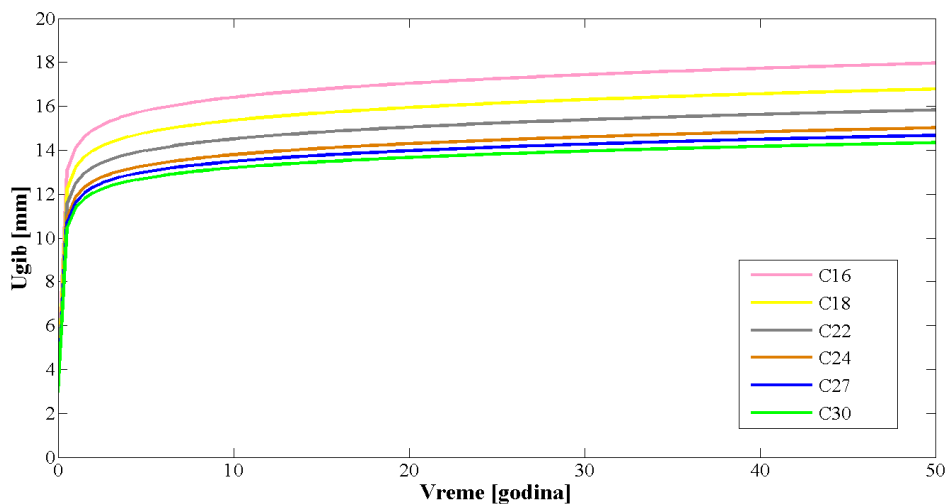
4.3.2. Uticaj čvrstoće drveta

Uticaj čvrstoće drveta na maksimalni ugib spregnutog nosača drvo-beton ispitan je pod konstantnim spoljašnjim uticajima za različite klase čvrstoće drveta, pri čemu je pretpostavljeno da je beton klase C25/30. Analizirajući rezultate prikazane u tabeli 4.4, možemo da vidimo da se sa povećanjem čvrstoće drveta od klase C16 do klase C30, maksimalni ugib posmatranog spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka smanjio za 20.1%, što pokazuje da čvrstoća drveta ima veći uticaj na maksimalni ugib spregnutog nosača drvo-beton u odnosu na čvrstoću betona.

Tabela 4.4 Uticaj čvrstoće drveta na ugib spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka

	C16	C18	C22	C24	C27	C30
$E_{0,mean}$ [GPa]	8	9	10	11	11.5	12
g [kN/m ³]	3.7	3.8	4.1	4.2	4.5	4.6
Ugib (50) [mm]	17.9659	16.7888	15.8345	15.0251	14.6814	14.3531

Na slici 4.4 je prikazan dijagram očekivanog ugiba u sredini spregnutog nosača tokom vremena za različite klase čvrstoće drveta.



Slika 4.4 Uticaj čvrstoće drveta na promenu ugiba spregnutog nosača

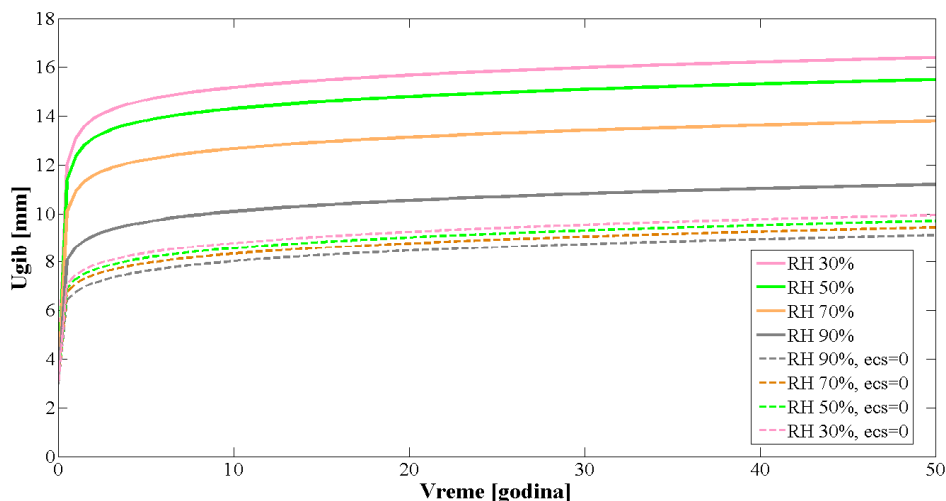
4.3.3. Uticaj skupljanja betona

Usled spreznjanja drvenog i betonskog elementa, slobodno odvijanje reološkog procesa skupljanja betona je sprečeno što dovodi do povećanja ukupnih deformacija u spregnutom nosaču drvo-beton. Na skupljanje betona najveći efekat ima relativna vlažnost vazduha spoljašnje sredine. U ovoj analizi je izvršen proraču ugiba u sredini raspona spregnutog nosača tokom vremena za različite vrednosti relativne vlažnosti vazduha. Pri tome je urađena uporedna analiza kada se u proračun ugiba uzima u obzir skupljanje betona i kada je ono zanemareno (slika 4.5).

Iz sprovedene analize čiji su rezultati prikazani u tabeli 4.5, može se videti da usled niže relativne vlažnosti vazduha nastaju veće deformacije usled skupljanja betona što prouzrokuje i povećanje ugiba spregnutog nosača. Može se zaključiti da se uticaj skupljanja betona nikako ne sme zanemariti, kao što je to slučaj u proračunu na osnovu metode efektivnog modula, jer je njegov doprinos ukupnom ugibu u nekim slučajevima skoro 40%.

Tabela 4.5 Uticaj skupljanja betona na ugib spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka

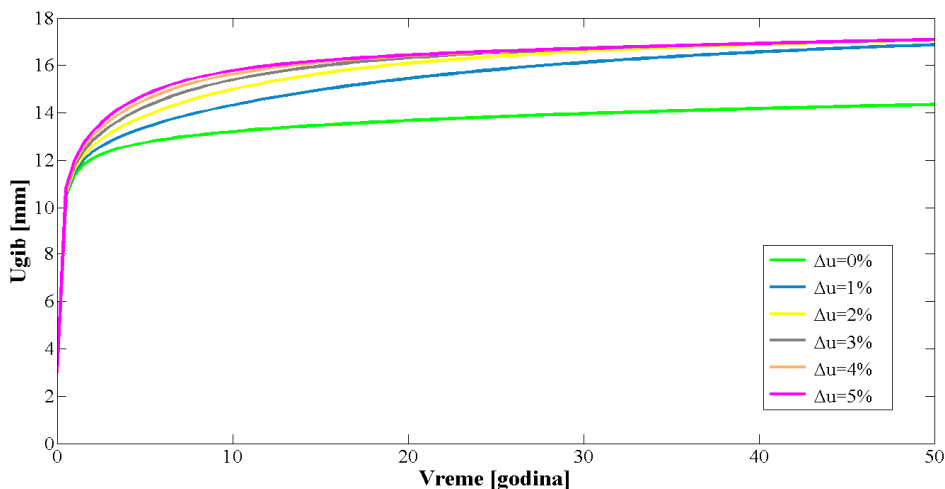
RH	30%	30%	50%	50%	70%	70%	90%	90%
		$\epsilon_{cs}=0$		$\epsilon_{cs}=0$		$\epsilon_{cs}=0$		$\epsilon_{cs}=0$
Ugib (50) [mm]	16.3981	9.9514	15.4956	9.7107	13.8052	9.4443	11.2040	9.1255



Slika 4.5 Uticaj skupljanja betona na promenu ugiba spregnutog nosača

4.3.4. Uticaj mehano-sorpcionog tečenja

Tečenje drveta je reološka pojava koja nije najjasnije definisana u važećem standardu Evrokod 5. Na osnovu metode efektivnog modula, prilikom opisivanja dugotrajnog ponašanja spregnutog sistema drvo-beton, tečenje drveta se uzima u obzir pomoću konačnog redukcionog koeficijenta modula elastičnosti drveta na kraju eksploatacionog veka, tj. koeficijenta deformacije za drvo k_{def} . Međutim, na ovaj način se zanemaruje uticaj mehano-sorpcionog tečenja koje često uzrokuje veće deformacije nego viskoelastično tečenje. Sa druge strane Torattiev reološki model daje vremenski zavistan koeficijent tečenja koji jasno uzima u obzir uticaj mehano-sorpcionog tečenja jer postoji direktna zavisnost koeficijenta tečenja od efektivne vrednosti prosečne vlažnosti drveta Δu . Sprovedena parametarska analiza pokazuje uticaj mehano-sorpcionog tečenja na promenu maksimalnog ugiba spregnutog nosača tokom vremena, što je i prikazano na slici 4.6.



Slika 4.6 Uticaj mehano-sorpcionog tečenja na promenu ugiba spregnutog nosača

Tabela 4.6 Uticaj mehano-sorpcionog tečenja na ugib u sredini spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka

Δu	0%	1%	2%	3%	4%	5%
Ugib (50) [mm]	14.3531	16.8714	17.0717	17.0882	17.0895	17.0896

Analizirajući rezultate ove parametarske analize prikazane u tabeli 4.6, može se zaključiti da se uračunavanjem uticaja mehano-sorpcionog tečenja maksimalni ugib spregnutog nosača povećava do 16% u odnosu na slučaj kada je on zanemaren. Takođe,

uočljivo je da bez obzira na različiti tempo povećanja ugiba tokom vremena, maksimalni ugib na kraju pretpostavljenog eksploatacionog veka je isti za sve slučajeve gde je efektivna vrednost prosečne vlažnosti drveta Δu veća od 2%.

4.3.5. Varijacija uticaja spoljašnje sredine

Radi sveobuhvatnog sagledavanja efekata varijacije uticaja spoljašnje sredine, sprovedli smo dve uporedne analize uticaja varijacije temperature i vlažnosti vazduha i to za slučaj unutrašnje prostorije za boravak ljudi i spoljašnjeg prostora izloženog atmosferskom uticaju. Opšte karakteristike klimatskih uslova u prostoriji za boravak ljudi izložene su u tabeli 4.7.

Tabela 4.7 Klimatski uslovi u prostoriji za boravak ljudi

Vrsta prostorije	Prosečna godišnja min. temperatura (°C)	Prosečna godišnja max. temperatura (°C)	Prosečna godišnja temperatura (°C)	Prosečna godišnja min. relativna vlažnost vazduha (%)	Prosečna godišnja max. relativna vlažnost vazduha (%)	Prosečna godišnja relativna vlažnost vazduha (%)
Prostorija za boravak ljudi	18	26	22	45	55	50

Pretpostavili smo da se godišnja varijacija temperature i relativne vlažnosti vazduha menja po sinusoidi i to na sledeći način:

$$T = 22^{\circ} + 4^{\circ} \cdot \sin\left(2\pi \frac{t + 270}{365}\right), \quad (4.48)$$

$$RH = 50\% + 5\% \cdot \sin\left(2\pi \frac{t + 91}{365}\right), \quad (4.49)$$

gde je t - vreme u danima.

Sa druge strane, posmatrali smo i spoljašnji prostor izložen atmosferskom uticaju. Pretpostavili smo da se on nalazi na lokaciji u Nišu. Merodavne podatke o klimi u Nišu uzeti sa na osnovu zvaničnih podataka Republičkog hidrometeorološkog zavoda Srbije i prikazani su u tabeli 4.8 i tabeli 4.9.

Tabela 4.8 Podaci o klimi u Nišu (1981–2010) (izvor: Republički hidrometeorološki zavod Srbije)

	Jan.	Feb.	Mar.	Apr.	Maj.	Jun.	Jul.	Avg.	Sep.	Okt.	Nov.	Dec.	God.
Apsolutni maksimum °C	21.7	25	28.6	33	34.7	40.3	44.2	42.2	38.6	35	29	22.2	44.2
Srednja maksimalna °C	5	7.5	13	18.4	23.8	27.1	29.8	30.1	25	19.3	11.9	6.1	18.1
Normalna vrednost °C	0.6	2.4	7	12.2	17.1	20.4	22.5	22.3	17.4	12.3	6.4	2.1	11.9
Srednja minimalna °C	-2.2	-1.4	2.3	6.4	11	13.8	15.4	15.4	11.5	7.4	2.6	-0.8	6.8
Apsolutni minimum °C	-23.7	-19.3	-13.2	-5.6	-1.0	4.2	4.1	4.6	-2.2	-6.8	-14.0	-15.8	-23.7
<u>Prosečna relativna vlažnost (%)</u>	80	74	66	63	65	65	60	60	69	73	77	81	70

Tabela 4.9 Klimatski uslovi u spoljašnjem prostoru na lokaciji grad Niš

Vrsta prostorije	Prosečna godišnja min. temperatura (°C)	Prosečna godišnja max. temperatura (°C)	Prosečna godišnja temperatura (°C)	Prosečna godišnja min. relativna vlažnost vazduha (%)	Prosečna godišnja max. relativna vlažnost vazduha (%)	Prosečna godišnja relativna vlažnost vazduha (%)
Niš - spoljašnji prostor	-2.2	30.1	13.95	60	80	70

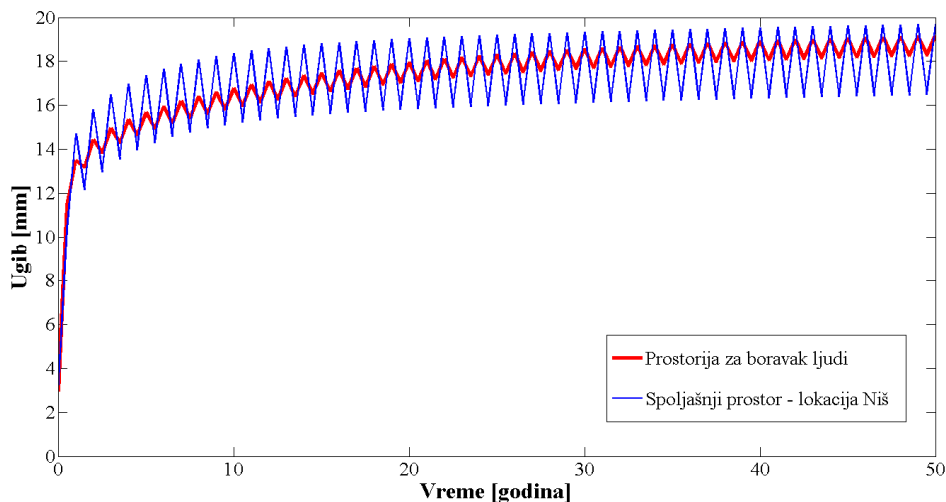
Varijacija klimatskih uslova ima ciklični trend tokom vremena. Kao i za slučaj prostorije za boravak ljudi, tako smo i u ovom slučaju pretpostavili sinusoidnu varijaciju temperature i relativne vlažnosti vazduha:

$$T = 13.95^{\circ} + 16.15^{\circ} \cdot \sin\left(2\pi \frac{t + 270}{365}\right), \quad (4.50)$$

$$RH = 70\% + 10\% \cdot \sin\left(2\pi \frac{t + 91}{365}\right). \quad (4.51)$$

Godišnje varijacije uticaja spoljašnje sredine dovode do fluktacije ugiba spregnutog nosača, a samim tim i do varijacije eksploatacionog veka konstrukcije. Opadanje temperature prouzrokuje veće skupljanje betonske ploče u odnosu na drvenu gredu, što u suštini dovodi do povećanja ugiba spregnute grede. Sa druge strane, smanjenje relativne vlažnosti vazduha dovodi i do smanjenja vlažnosti samog drveta što prouzrokuje smanjenje ugiba spregnutog nosača. Generalno, u svim analiziranim slučajevima uočljivo je značajno povećanje ugiba u

sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo-beton pod konstantnim eksploatacionim opterećenjem u prvih par godina nakon opterećenja nosača.



Slika 4.7 Uticaj varijacije klimatskih uslova na promenu ugiba spregutog nosača

Na osnovu uporednog dijagrama ugiba u sredini raspona posmatranog nosača tipa drvo beton (slika 4.7), može se videti da ne postoji prevelika razlika u konačnoj veličini ugiba na kraju pretpostavljenog eksploatacionog veka od 50 godina između spregnutog nosača izloženog klimatskim uslovima u prostoriji za boravak ljudi i klimatskim uslovima u spoljašnjem prostoru na lokaciji Niš. Ono što je međutim uočljivo je različiti stepen fluktaicije u ova dva slučaja. Godišnja fluktaicija ugiba u slučaju prostorije za boravak ljudi iznosi oko 30% od vrednosti inicijalnog elastičnog ugiba u trenutku nakon nanošenja opterećenja, dok u slučaju spoljašnjeg prostora godišnja fluktaicija ugiba je nešto veća od vrednosti elastičnog ugiba za posmatrani spregnuti nosač.

5. OPTIMALNO PROJEKTOVANJE SPREGNUTOG NOSAČA TIPA DRVO-BETON

5.1. Uvod

Prilikom projektovanja konstrukcija, projektant je u obavezi da na osnovu određenih uslova i zadatih kriterijuma ponudi najpovoljnije tehničko rešenje u smislu izbora oblika konstrukcije, njenih dimenzija, vrsta materijala. Prilikom projektovanja na konvencionalan način uglavnom se teži maksimalnom ispunjenju zadatih uslova, pri čemu je veoma uticajno iskustvo samog projektanta. Takav pristup često dovodi do usvajanja predimenzionisanog rešenja koje odstupa od najpovoljnijeg, odnosno optimalnog rešenja. Na taj način se značajno povećava finansijski rizik projekta, jer usvojeno projektno rešenje konstrukcije može drastično da odstupa od najpovoljnijeg rešenja. Na osnovu ove činjenice, poželjna je upotreba optimizacije tokom procesa projektovanja konstrukcije. U cilju što efikasnijeg projektovanja različitih vrsta konstrukcija, razvijena je projektna optimizacija koja ima za cilj da pomogne inženjerima u projektovanju pouzdanijih, efikasnijih i jeftinijih konstruktivnih sistema. Takođe, ona može imati svoju primenu i prilikom unapređivanja efikasnosti postojećih sistema. Međutim, širok spektar različitih i složenih projektnih zahteva postaje veliki tehnički izazov prilikom primene optimizacije u procesu projektovanja konstrukcije. Postoji veliki broj različitih definicija projektne optimizacije, ali glavni cilj uvek predstavlja izbor najbolje opcije iz skupa podobnih projektnih kandidata. Ovo se može objasniti kao proces maksimiziranja ili minimiziranja željenih kriterijuma optimalnosti, a da pritom budu zadovoljena sva pretpostavljena ograničenja. Generalno, postoje tri kategorije problema projektne optimizacije: optimizacija topologije, optimizacija oblika i optimizacija dimenzija (Christensen and Klarbring 2009). Optimizacija topologije predstavlja najkompleksniji oblik optimizacije tokom koje pronalazimo najbolje projektno rešenje konstrukcije koje zadovoljava predhodno definisane zahteve. To je najopštija metoda optimizacije budući da na dimenzije i oblik konstrukcije utiče njena topologija. Poteškoće koje se javljaju kod ove metode dolaze od same uopštenosti posmatranog problema, jer prikaz topologije obično zahteva veliki broj optimizacionih promenljivih. Optimizacija oblika predstavlja pronalaženje pravog oblika konstrukcije koja će optimalno izvršiti zadatu funkciju pod određenim predhodno definisanim uslovima i ograničenjima, pri čemu je topologija konstrukcije

nepromenjena. Optimizacija dimenzija ima za cilj da pronađe najadekvatnije vrednosti optimizacionih promenljivih, kao što su na primer dimenzije poprečnog preseka ili karakteristike materijala, pri čemu su oblik i topologija konstantni.

5.2. Osnovni pojmovi projektne optimizacije

Optimizacione promenljive predstavljaju nezavisne projektne parametre $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_q)$ koji variraju kako bi se pronašlo najpovoljnije rešenje projektog problema. Svaka optimizaciona promenljiva ima svoja zadata ograničenja u vidu donje i gornje granice u okviru kojih varira i koje određuju opseg optimizacionih promenljivih:

$$x_{k,\min} \leq x_k \leq x_{k,\max}, \quad k = 1, 2, \dots, q. \quad (5.1)$$

Kriterijum optimizacije koji se još naziva i *funkcija cilja* predstavlja funkciju projektih parametara, odnosno zavisnu promenljivu koju pokušavamo da optimizujemo i možemo je predstaviti na sledeći način:

$$y_j = f_j(\mathbf{x}), \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5.2)$$

Optimizacija se na osnovu broja posmatranih kriterijuma može klasifikovati u dve grupe:

- Jednokriterijumska optimizacija, gde postoji jedna funkcija cilja koja treba biti optimizovana,
- Višekriterijumska optimizacija, gde više funkcija cilja treba biti optimizovane u isto vreme.

Za svaki od kriterijuma optimizacije trebalo bi da se odrede određene granice u okviru kojih se smatra da je on zadovoljen. *Funkcija ograničenja* ograničava optimizaciju projekta i predstavlja funkciju projektih parametara. Ona može imati maksimalnu i minimalnu granicu, ili pak samo jednu od njih. Takođe, funkcija ograničenja može biti određena i konkretnom vrednošću

$$\begin{aligned} g_l(\mathbf{x}) &\leq 0, & l = 1, 2, \dots, s, \\ h_l(\mathbf{x}) &= 0, & l = 1, 2, \dots, r. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Skup optimizacionih promenljivih koje zadovoljavaju zadate funkcije ograničenja čine *skup dopustivih rešenja* koji ćemo obeležiti sa S :

$$S = \{\mathbf{x} \in R^q \mid g_l(\mathbf{x}) \leq 0, \quad h_l(\mathbf{x}) = 0, \quad x_{k,\min} \leq x_k \leq x_{k,\max}\}. \quad (5.4)$$

Za svako dopustivo rešenje $\mathbf{x} \in S$, možemo izračunati vrednosti funkcija cilja:

$$\vec{f}(\mathbf{x}) = \{y_j\} = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})\}. \quad (5.5)$$

Skup ovako dobijenih vrednosti funkcija cilja se naziva *kriterijumski skup*:

$$C = \{\vec{f}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in S\}. \quad (5.6)$$

Optimizacijom svakog kriterijuma pojedinačno nad skupom dopustivih rešenja, dobijamo *marginalna rešenja* problema višekriterijumske optimizacije:

$$\mathbf{x}^{(j)*} = (x_1^{(j)*}, x_2^{(j)*}, \dots, x_q^{(j)*}), \quad (5.7)$$

gde $\mathbf{x}^{(j)*}$ predstavlja optimalno rešenje j -te funkcije cilja.

Vrednosti funkcija cilja za marginalna rešenja predstavljaju *idealne vrednosti funkcija cilja*:

$$f_j^* = f_j(\mathbf{x}^{(j)*}), \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5.8)$$

Najbolje moguće vrednosti za svaki kriterijum definišu *idealnu tačku* u kriterijumskom prostoru:

$$\mathbf{f}^* = (f_1^*, f_2^*, \dots, f_n^*). \quad (5.9)$$

Ukoliko postoji rešenje \mathbf{x}^* za koje dobijamo idelane vrednosti svih funkcija cilja istovremeno, onda se takvo rešenje naziva *savršeno rešenje*:

$$\mathbf{x}^* = \{\mathbf{x} \mid f_j(\mathbf{x}) = f_j^*, j = 1, \dots, n\}. \quad (5.10)$$

5.3. Višekriterijumsko odlučivanje

Zadati kriterijumi optimizacije mogu biti istovremeno zadovoljeni jedinstvenim izborom vrednosti optimizacionih promenljivih, međutim u realnim uslovima to uglavnom nije slučaj jer se obično posmatraju konfliktne kriterijumi koji ne mogu biti istovremeno i u potpunosti zadovoljeni pa samim tim i ne postoji savršeno rešenje. Stoga je zadatak projektanta prilikom pronalaženja prihvatljivog kompromisnog rešenja za suprotstavljene kriterijume veoma komplikovan. U svrhu rešavanja ovakve vrste problema, višekriterijumsko odlučivanje može biti primenjeno.

Višekriterijumsko odlučivanje može analizirati i kriterijume koje treba minimizirati i kriterijume koje treba maksimizirati. Problem pronalaženja najboljeg varijantnog rešenja obično nema jedinstveno rešenje. Nivo optimalnosti specifičnog rešenja zavisi od preferencija donosioca odluke. Cilj je rešenje koje treba prihvatiti kao efikasan rezultat od strane donosioca odluke. Da bi se taj cilj ostvario, potrebno je postojanje što je više moguće preferencija u toku procesa računanja. U dostupnoj literaturi postoje brojni algoritmi za višekriterijumsko odlučivanje. Verovatno najpoznatija metoda je metoda težinskih koeficijenata (Fishburn 1967), ELECTRE metoda (Benaïoun et al. 1966), TOPSIS metoda (Hwang and Yoon 1981) i PROMETHEE metoda (Brans and Vincke 1985). Većina nedavnih istraživanja posvećena je proceni njihovih karakteristika i performansi.

Težinski koeficijenti se često koriste u svrhu određivanja važnosti kriterijuma (Jahan et al., 2012; Zardari et al. 2015). Razmotrimo višekriterijumski model za rangiranje alternativa (A_1, \dots, A_m) koristeći n kriterijuma (C_1, \dots, C_n) kao što je prikazano u tabeli 5.1. Vrednost koja se koristi za prikaz alternative A_i koja zadovoljava kriterijum C_j , označava se a_{ij} . Koeficijenti alternativa prema kriterijumu C_j dati su u j -koloni u tabeli 5.1. Primetno je da ovi kriterijumi mogu imati različit značaj za donosioca odluka.

Tabela 5.1 Matrica odlučivanja

	C_1	C_2	...	C_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}		a_{2n}
.
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Uzimajući u obzir da kriterijumi mogu biti raznorodne veličine koje se izražavaju različitim jedinicama mere i da zbog toga može doći do nekih nepovoljnih konsekvenci na proces donošenja odluke o optimalnom rešenju, vrši se normalizacija funkcija cilja. Normalizacija podrazumeva svodenje svih kriterijuma na istu jedinicu mere. Zbog toga, matrica odlučivanja mora biti normalizovana kako bi se donele validne odluke. U našem slučaju je primenjena metoda normalizacije vektora, iako postoje i mnoge druge metode normalizacije i one se prikazane u (Jahan and Edwards 2015). Korišćenjem ove metode određuje se normalizovana matrica odlučivanja, koja ima oblik prikazan u tabeli 5.2. Svaki

element u ovoj tabeli pripada jediničnom intervalu $[0, 1]$. Svi kriterijumi koji se minimiziraju prevedeni su u kriterijume koji se maksimiziraju tako što se množe sa vrednošću -1.

Tabela 5.2 Normalizovana matrica odlučivanja

	C_1	C_2	...	C_n
A_1	q_{11}	q_{12}	...	q_{1n}
A_2	q_{21}	q_{22}	...	q_{2n}
.
A_m	q_{m1}	q_{m2}	...	q_{mn}

5.3.1 Rangiranje alternativa

Za $i = 1, 2, \dots, m$ i $j = 1, 2, \dots, n$, elementi q_{ij} određuju nove normalizovane vrednosti alternativa A_i koristeći kriterijum C_j . Ako je W_j težinski koeficijent koji se odnosi na kriterijum C_j , onda možemo razmotriti sledeće jednačine kako bismo odredili elemente preferencije e_{ij} koji su povezani sa kriterijima C_j :

$$e_{ij} = W_j \cdot q_{ij}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n, \quad (5.11)$$

gde koeficijent W_j predstavlja težinski koeficijent j -tog kriterijuma, pri čemu važi:

$$\sum_{j=1}^m W_j = 1, \quad W_j \geq 0. \quad (5.12)$$

Treba se imati u vidu da je zadatak donosioca odluke da izabere odgovarajuće težinske koeficijente za sve pojedinačne kriterijume, kao i da oni ne moraju nužno da odgovaraju relativnom značaju samog kriterijuma. Koristeći izraz (5.12), mogu se odrediti elementi tabele 5.3.

Tabela 5.3 Vrednosti preferencije za odgovarajuće kriterijume

	C_1	C_2	...	C_n
A_1	e_{11}	e_{12}	...	e_{1n}
A_2	e_{21}	e_{22}	...	e_{2n}
.
A_m	e_{m1}	e_{m2}	...	e_{mn}

Nakon toga, elemente e_{ij} ($j = 1, 2, \dots, n$) treba sabrati kako bi se dobila ukupna vrednost alternative A_i data na sledeći način:

$$V(A_i) = \sum_{j=1}^n e_{ij}. \quad (5.13)$$

Konačno, rangiranje alternativa A_i je zasnovano na vrednostima agregacije date izrazom (5.13) i ispunjavanju kriterijuma po redosledu značaja. Za svake dve alternative A_i i A_j kažemo da je A_j preferirana u odnosu na A_i , što se označava sa $A_j \rightarrow A_i$, ako i samo ako:

$$\begin{aligned} V(A_i) &< V(A_j), \\ V(A_i) &= V(A_j), \quad e_{i1} < e_{j1}, \\ &\dots \\ V(A_i) &= V(A_j), \quad e_{i1} = e_{j1}, \dots, e_{i,n-1} = e_{j,n-1}, \quad e_{in} < e_{jn}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

5.3.2 Pareto optimalnost

U slučajevima kada više od jedne funkcije cilja treba da bude istovremeno optimizovano, obično ne postoji savršeno rešenje takvo da daje idealne vrednosti za sve kriterijume optimizacije. U ovakvom slučaju treba prepoznati neka kompromisna rešenja i među njima izabrati ono najprihvatljivije.

Koncept Pareto optimalnosti predstavlja najvažniji deo višekriterijumskog odlučivanja. Dopustivo rešenje $\mathbf{x}^* \in S$ predstavlja *Pareto optimum* ako bi poboljšanje vrednosti bilo koje funkcije cilja prouzrokovalo pogoršanje vrednosti neke druge funkcije cilja, odnosno ako ne postoji neko dopustivo rešenje $\mathbf{x} \in S$ takvo da važi:

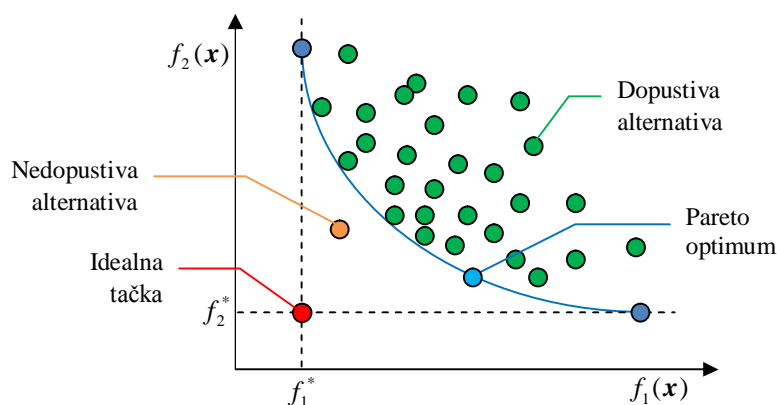
$$f_j(\mathbf{x}) \leq f_j(\mathbf{x}^*), \quad \forall j = 1, \dots, n, \quad (5.15)$$

pri čemu da za najmanje jedan kriterijum optimalnosti *ne postoji* neko dopustivo rešenje $\mathbf{x} \in S$ takvo da važi:

$$f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{x}^*). \quad (5.16)$$

Međutim, koncept Pareto optimalnosti skoro uvek daje ne samo jedno rešenje, nego skup rešenja gde izborom bilo kog od njih žrtvujemo kvalitet izbora najmanje jednog kriterijuma, dok istovremeno poboljšavamo najmanje jedan. Ovaj skup rešenja se često naziva *Pareto optimalni skup* ili *Pareto front*. Kako bi se izabralo jedinstveno optimalno rešenje, potrebno je razmotriti neke dodatne informacije o kriterijumima optimizacije. Izbor konačnog rešenja problema višekriterijumskog odlučivanja može da se izvrši na osnovu

mišljenja eksperta iz te oblasti gde on donosi konačnu odluku na osnovu analize članova Pareto optimalnog skupa ili na osnovu odgovarajuće skalarizacione metode.



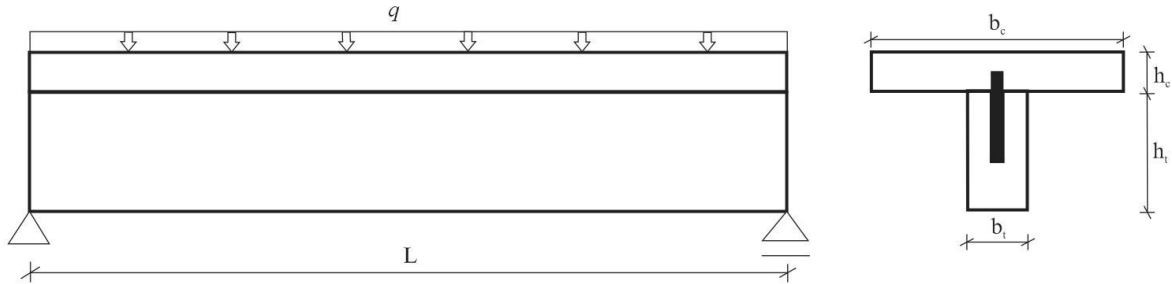
Slika 5.1 Koncept Pareto optimalnosti

5.4. Optimizacija dimenzija poprečnog preseka spregnutog nosača tipa drvo-beton

Kao što je već rečeno u uvodnom poglavlju, tržišni potencijal spregnutih sistema tipa drvo-beton ogleda se u njihovoj primeni u izgradnji višespratnih stambenih i poslovnih objekata (Knauf 2017). Međutim, kako bi se što više mogla rasprostraniti primena ove vrste konstruktivnog sistema, potrebno je obezbediti opštu dostupnost relevantnih dokumenata vezanih za njihovo projektovanje i primenu. Ovi dokumenti treba da budu namenjeni arhitektama i projektantima kako bi im pomogli u praksi. Smernice za projektovanje ove vrste kompozitnih sistema nisu eksplicitno date ni u jednom od dostupnih standarda za projektovanje konstrukcija, osim u Aneksu B - Evrokoda 5 (CEN 2004). Međutim, ovaj standard ne razmatra detaljnu proceduru njihovog projektovanja, ali se očekuje da to bude izmenjeno razvojem nove generacije ovog standarda. Buduća revizija Evrokoda 5 trebalo bi da sadrži poglavlje posvećeno spregnutim sistemima tipa drvo-beton, što sada nije slučaj (Dias et al. 2016). Prilikom projektovanja ovog spregnutog sistema, trebalo bi razmotriti i granično stanje upotrebljivosti i granično stanje nosivosti, kako pri kratkotrajnom tako i pri dugotrajnom opterećenju. Iako se upotrebljivost generalno smatra manje važnim u odnosu na bezbednosti, posledice prekoračenja graničnog stanja upotrebljivosti mogu biti značajne u pogledu troškova. U mnogim projektnim situacijama, naročito prilikom projektovanja rezidencijalnih i poslovnih objekata, dimenzionisanje ovog spregnutog sistema se najčešće

vrši na osnovu graničnog stanja upotrebljivosti i to naročito proverom ugiba prilikom dugotrajnog opterećenja.

Imajući u vidu da je cilj optimizacije dimenzija pronaći najadekvatnije vrednosti projektnih parametara, ona može biti naročito korisna prilikom projektovanja ovakvih spregnutih sistema. Cilj ove studije je izbor najboljeg rešenja za dimenzije poprečnog preseka spregnutog nosača tipa drvo-beton, istovremeno se usredsređujući na verifikaciju graničnog stanja upotrebljivosti i cenu koštanja. Glavni zadatak predstavlja minimiziranje materijala koji se koristi i samim tim smanjenje ukupne težine nosača bez ugrožavanja njegovih karakteristika. Zbog toga, sprovedena optimizaciona analiza može predstavljati priliku da se pronađe određena ušteda u materijalu i samim tim u troškovima izgradnje ovakve vrste objekata, što svakako može biti od praktičnog značaja.



Slika 5.2 Spregnuti nosač tipa drvo-beton statičkog sistema proste grede

U okviru ove studije je posmatran spregnuti nosač tipa drvo-beton izveden mehaničkim spojnim sredstvima, statičkog sistema proste grede (slika 5.2). Ulazni podaci optimizacionog modela definišu geometrijske karakteristike spregnutog nosača, posmatrani sistem sprezanja, mehaničke karakteristike komponentih materijala i spojnih sredstava, kao i opterećenje i granične uslove. Drvena greda posmatrana kao konstitutivni element ovog spregnutog sistema ima pravougaoni poprečni presek i izrađuje se od drveta Smreke, klase čvrstoće C27 (CEN 2004). Betonska ploča je izrađena od betona klase čvrstoće C25/30 sa karakteristikama prikazanim u Evrokodu 2 (CEN 2004). Sprezanje ova dva elementa je postignuto pomoću trnova od čelične glatke armature S235 ugrađenih u predhodno izbušene rupe u drvenoj gredi i premazane epoksi smolom. Ovaj vid sprezanja se najčešće koristi prilikom ojačanja starih drvenih podova kao i prilikom izgradnje novih međuspratnih konstrukcija. Čelični trnovi dimenzija $\phi 20/150$ mm ugrađeni su na jednakom rastojanju $s = 240$ mm. Ovom prilikom smo se ograničili na posmatranje spregnutih nosača u unutrašnjoj prostoriji za boravak ljudi, gde je temperatura vazduha $22 \pm 4^\circ\text{C}$, a relativna vlažnost vazduha

50±5%. Prema preporukama *Evrokoda 1* (CEN 2002), pretpostavljeno korisno opterećenje za prostore za stanovanje i boravak je od 2 kN/m² do 4 kN/m².

5.4.1. Optimizacione promenljive

Svi projektni parametri koji opisuju jedan model optimizacije mogu se generalno podeliti u dve grupe, na parametre čiju vrednost treba odrediti tokom procesa optimizacije i parametre koji nisu uključeni u proces optimizacije i njihove vrednosti treba tretirati kao konstantne. U okviru ove studije, kao nezavisne optimizacione promenljive posmatrane su geometrijske karakteristike poprečnog preseka spregnutog nosača: širina betonske ploče (b_c), visina betonske ploče (h_c), visina drvene grede (h_t) i širina drvene grede (b_t). Za posmatrane optimizacione promenljive neophodno je odrediti oblast istraživanja koja je definisana donjom i gornjom granicom i prikazana je u tabeli 5.4. Određivanje oblasti istraživanja optimizacionih promenljivih izvršeno je kako na osnovu Evrokoda 5 (CEN 2004) i preporuka EOTA (EOTA 2011), tako i na osnovu iskustvenih preporuka.

Tabela 5.4 Oblasti istraživanja optimizacionih promenljivih

Optimizaciona promenljiva	Oznaka	Dimenzija	Donja granica	Gornja granica
Širina drvene grede	b_t	mm	50	150
Visina drvene grede	h_t	mm	100	500
Visina betonske ploče	h_c	mm	50	100
Širina betonske ploče	b_c	mm	600	1000

Ostali projektni parametri koji definišu posmatrani optimizacioni model, kao što su mehanička svojstva materijala, karakteristike sistema veze, opterećenje i granični uslovi posmatrani su kao konstantni tokom procesa optimizacije. Karakteristični raspon za ovu vrstu konstruktivnih sistema, gde je drvena greda izvedena od monolitnog drveta nije veći od 8 m (EOTA 2011). Na osnovu toga, u okviru ove studije posmatrani su spregnuti nosači tipa drvo-beton raspona od 4m do 8m.

5.4.2. Kriterijumi optimizacije

Izbor kriterijuma optimizacije predstavlja vitalan deo svakog procesa optimizacije. Kako bi se izabrali odgovarajući kriterijumi, potrebno je dobro poznavanje samog projektnog problema kao i jasno definisan cilj optimizacije. Analiza neadekvatnih kriterijuma optimizacije može dovesti do izvođenja pogrešnih zaključaka.

Najvažniji kriterijum za verifikaciju graničnog stanja upotrebljivosti spregnutih nosača tipa drvo-beton je kontrola ugiba u sredini raspona. U tom smislu potrebna je kontrola ugiba usled kratkotrajnog opterećenja, kao i kontrola maksimalnog ugiba usled dugotrajnog opterećenja na kraju proračunskog eksploatacionog veka, koji za konstrukcije zgrada iznosi 50 godina. Kontrola graničnog stanja upotrebljivosti usled kratkotrajnog opterećenja postiže se proverom trenutnog ugiba nosača odmah nakon nanošenja opterećenja pri čemu se reološki efekti materijala ne uzimaju u obzir. Kao što je već detaljno prikazano u poglavlju 4, ponašanje spregnutog sistema drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja predstavlja kompleksan problem na koji utiče kako dugotrajno opterećenje tako i reološko ponašanje konstitutivnih materijala. Drvo i beton imaju različito reološko ponašanje tokom vremena i promena njihovih mehaničkih karakteristika se odvija različitim tempom tokom vremena. Razvijanje dilatacija u komponentalnim elementima ne može se slobodno odvijati, jer su one na neki način ograničene fleksibilnošću mehaničke veze između drvene grede i betonske ploče. Kao posledica toga, dolazi do nastanka dodatnih deformacija u spregnutom nosaču. Uzimajući u obzir sve predhodno izneto, može se zaključiti da je dimenzionisanje ovakve vrste spregnutih nosača obično uslovljeno maksimalnim ugibom na kraju eksploatacionog veka. Na osnovu toga, kao prvi kriterijum optimizacije određen je maksimalni ugib spregnutog nosača tipa drvo-beton na kraju proračunskog eksploatacionog veka.

Usled stalnog povećanja tržišne potražnje za ovom vrstom konstruktivnog sistema, raste i konkurencija među proizvođačima. U takvim okolnostima, potreba za smanjenjem troškova proizvodnje je sve veća. Od projekatata se stalno zahteva da donose rigorozne odluke u cilju smanjenja troškova proizvodnje i zadržavanja optimalnih karakteristika sistema, odnosno da se sa istim troškovima proizvodnje dobije unapređen kvalitet konstrukcije. Kao što smo ranije rekli, tradicionalan način projektovanja obično dovodi do predimenzionisanih konstrukcija. Stoga je kao drugi kriterijum optimizacije usojena cena koštanja spregnutog nosača. Obzirom na to da je ovaj spregnuti sistem još uvijek u fazi razvoja i uvođenja na tržište, procena cene koštanja je veoma nezahvalan zadatak. U ovom trenutku još uvek postoje određene vrste troškova koji nisu dovoljno analizirani, što svakako otežava proračun troškova tokom eksploatacionog veka (Knauf 2017). Iz tog razloga, cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton definisali smo sledećim izrazom:

$$C(\mathbf{x}) = c_c \cdot V_c + c_t \cdot V_t = (c_c \cdot b_c \cdot h_c + c_t \cdot b_t \cdot h_t) \cdot L, \quad (5.17)$$

gde c_c i c_t označavaju relativne cene koštanja proizvodnje i ugradnje betonskog i drvenog elementa po m³. Razmatrajući trenutno stanje na tržištu, pretpostavljeno je da je relativna

cena koštanja drveta (c_c) tri puta veća u odnosu na relativnu cenu koštanja posmatranog drvenog materijala (c_t). Posmatrana cena koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton ne uzima u obzir spojna sredstva, jer se pretpostavlja da je njihov broj za određeni raspon nosača konstantan za sve optimizacione alternative.

5.4.3. Funkcije ograničenja

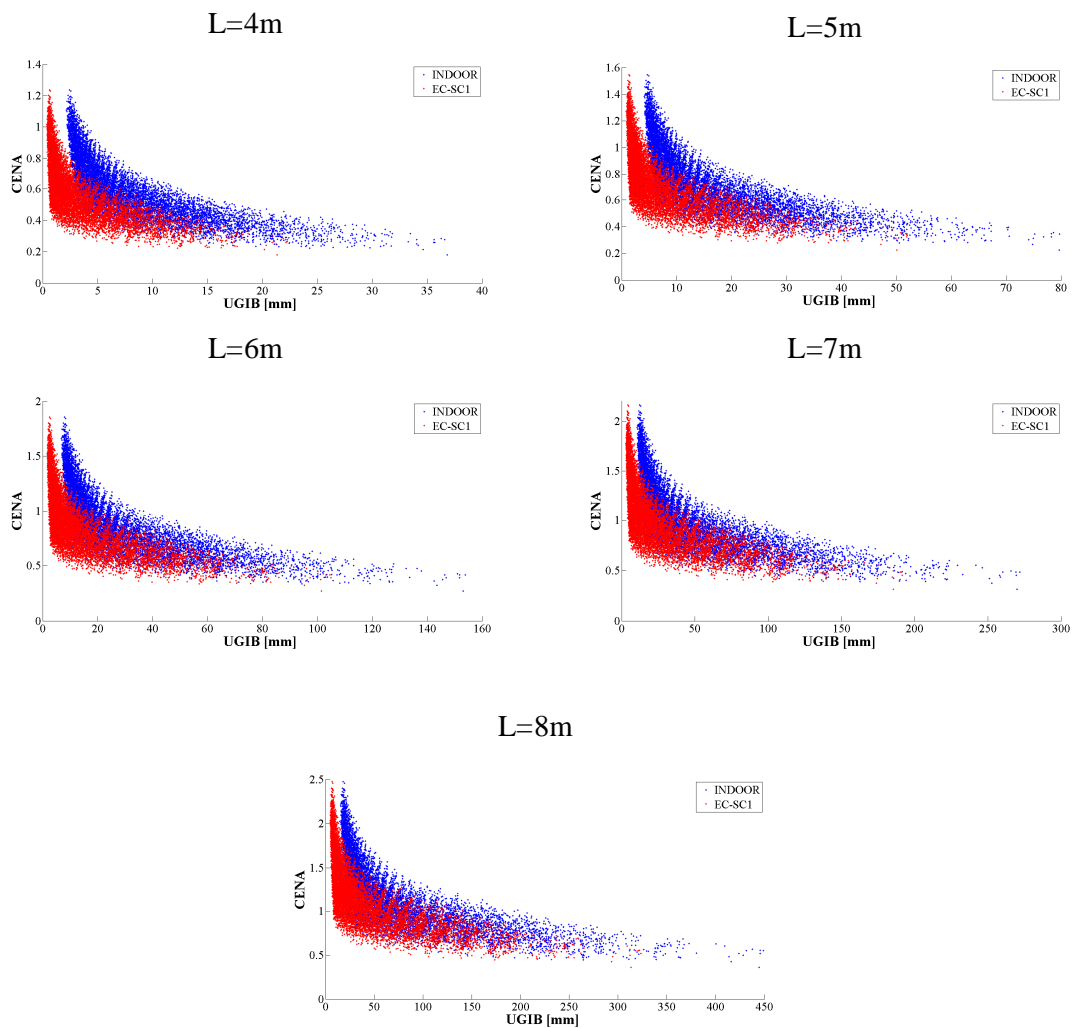
Kako bi se izbegle prekomerne deformacije i drugi neželjeni efekti u toku eksploatacionog veka, kao što su izgled, udobnost i funkcionalnost konstrukcije, maksimalni ugib horizontalnih konstrukcijskih elemenata treba biti ograničen. Na osnovu preporuka datih u Evrokodu 5 (CEN 2004), za spregnuti nosač drvo-beton statičkog sistema proste grede, granična vrednost trenutnog ugiba nosača je $L/300$, a za ugib na kraju proračunskog eksploatacionog veka je $L/200$, gde je L raspon nosača. Pored toga, na osnovu preporuka datih u (EOTA 2011), pretpostavili smo da je odnos visine betonske ploče (h_c) i visine drvene grede (h_t) manji od 70%.

5.5. Rezultati i diskusija

5.5.1 Optimizacione alternative

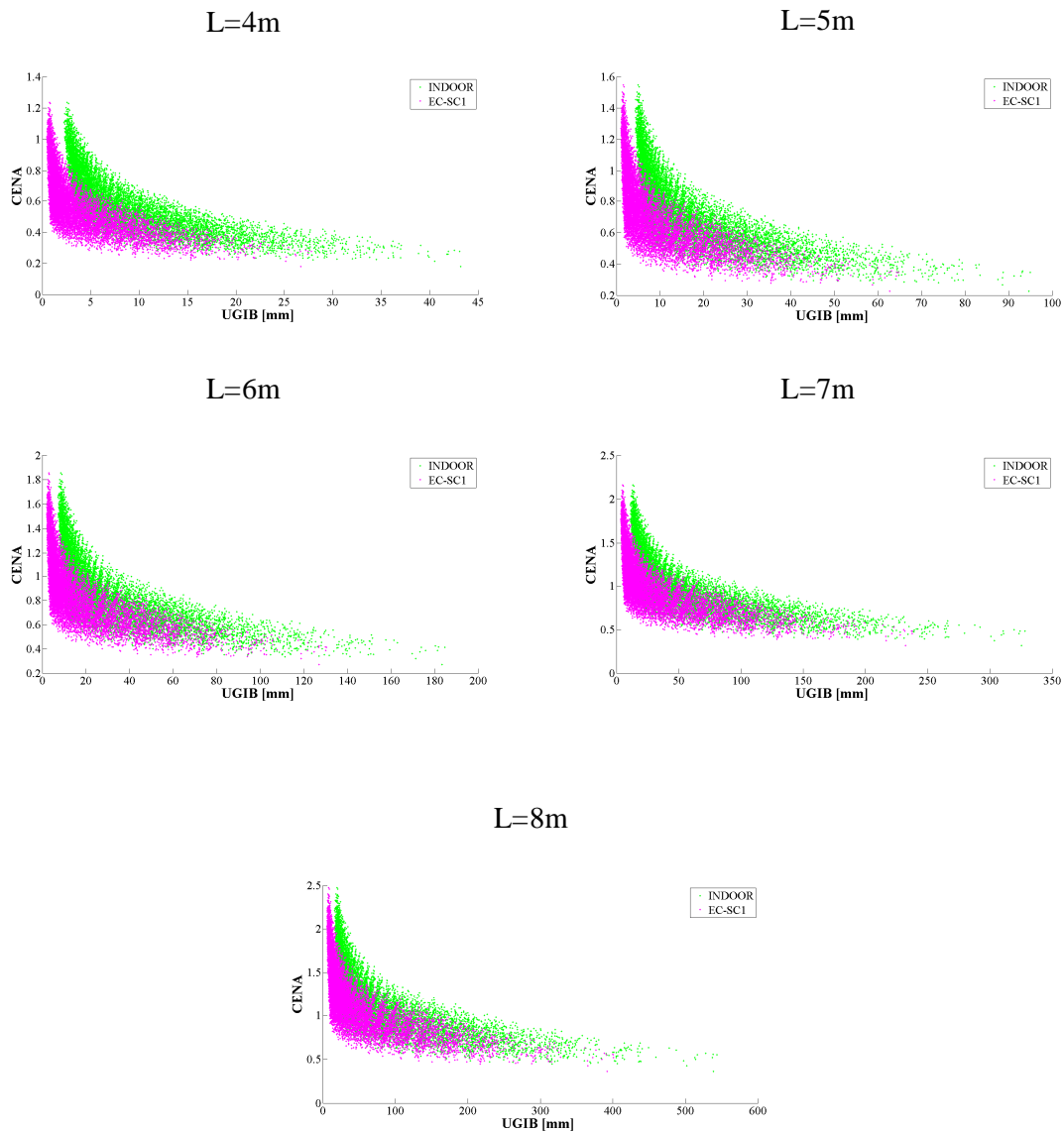
Proračunski model spregnutih nosača tipa drvo-beton dat u Aneksu B - Evrokoda 5 (γ -metoda) prikazan je u ovom radu u okviru poglavlja 4. Rečeno je da prikazani model ne uzima u obzir sve relevantne činitelje koji nastaju tokom eksploatacionog veka konstrukcije. Međutim, on će ovde biti primenjen za kontrolu graničnog stanja upotrebljivosti usled kratkotrajnog opterećenja. Za proračun ponašanja posmatranog spregnutog nosača usled dugotrajnog opterećenja obično se koristi metoda efektivnog modula predstavljen u radu (Ceccotti 2002). Ovom metodom se uzima u obzir efekat tečenja konstitutivnih materijala pomoću redukcije modula elastičnosti i modula popustljivosti, koristeći izraze (4.12). Kao što je već rečeno u okviru poglavlja 4, različita istraživanja koja su sprovedena poslednjih godina pokazala su da ovaj pristup ima određene nedostatke, jer zanemaruje efekte reoloških pojava kao što su skupljanje betona i neelastične dilatacije betona i drveta usled varijacije temperature i relativne vlažnosti vazduha spoljašnje sredine. Na osnovu toga, kada se zahteva kompleksnija analiza ponašanja ovog spregnutog sistema usled dugotrajnog opterećenja, preporučuje se računanje svih dugotrajnih reoloških efekata koji se javljaju u konstitutivnim materijalima tokom eksploataciog veka.

Kako bi se generisali relevantni uzorci optimizacionih promenljivih u skladu sa unapred definisanom oblašću istraživanja, čije su donje i gornje granice prikazane u tabeli 5.4, korišćena je metoda Monte Carlo uzorkovanja. Koristeći ovu metodu uzorkovanja, generisali smo populaciju od 10.000 uzoraka posmatranih optimizacionih promenljivih. Analizirane optimizacione alternative formirane su na osnovu posmatranih kriterijuma optimizacije, cene koštanja spregnutog nosača i maksimalnog ugiba nosača na kraju eksploatacionog veka, koristeći generisanu populaciju optimizacionih promenljivih.



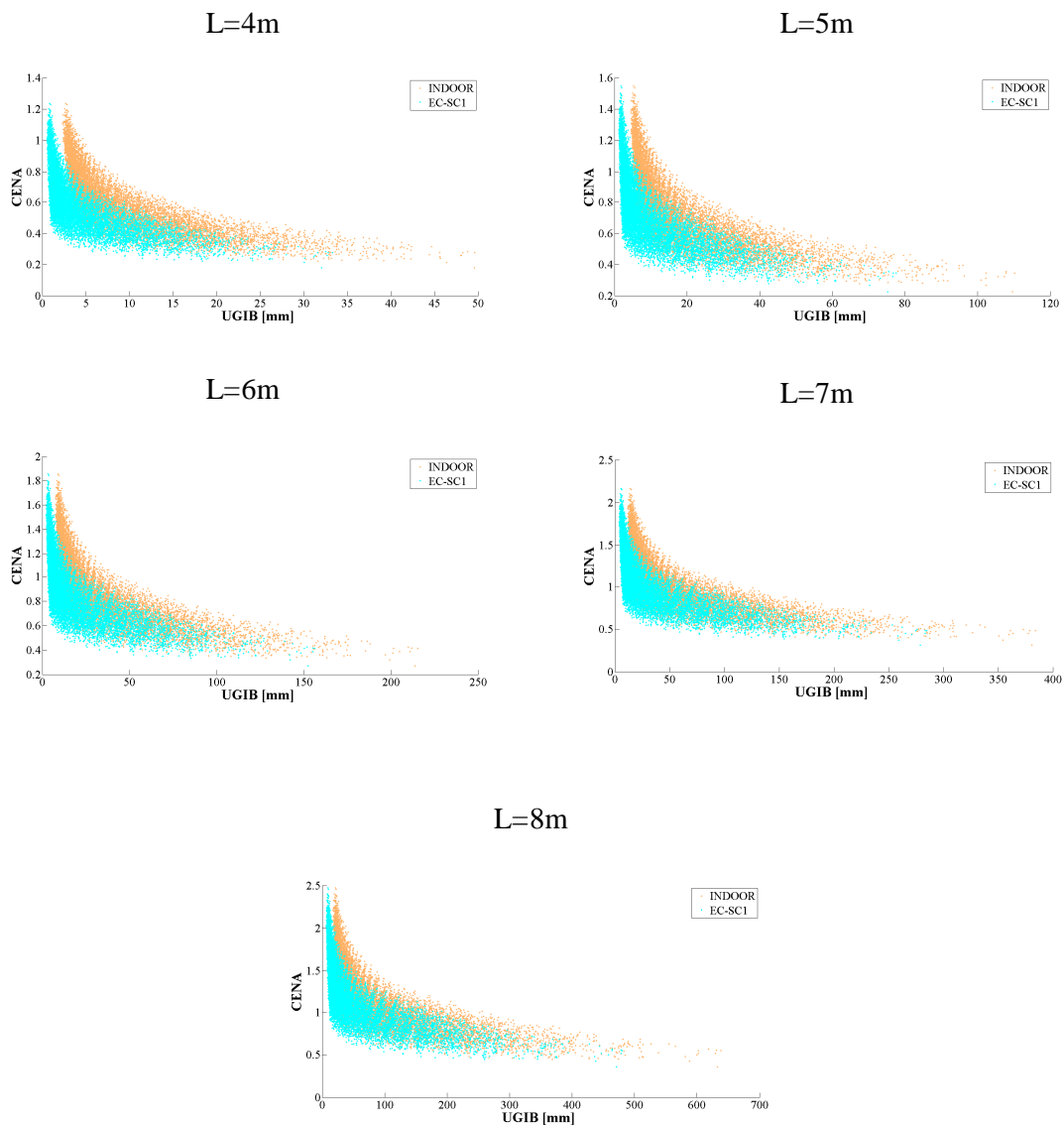
Slika 5.3 Trade-off grafikoni posmatranih alternativa za posmatrane raspone spregnutog nosača opterećene korisnim opterećenjem od $2kN/m^2$

Da bismo analizirali uticaj reoloških pojava zanemarenih metodom efektivnog modula na dimenzionisanje spregnutog nosača, formirali smo dve grupe alternativa. U prvoj grupi alternativa (EC-SC1), maksimalni ugib nosača na kraju eksploatacionog veka izračunat je u skladu sa metodom efektivnog modula, dok je druga grupa alternativa (INDOOR) formirana tako što je maksimalni ugib računat koristeći rigorozan pristup predstavljen u radu (Kanocz et al. 2013).



Slika 5.4 Trade-off grafikoni posmatranih alternativa za posmatrane raspone spregnutog nosača opterećene korisnim opterećenjem od $3kN/m^2$

U cilju istraživanja efekta raspona nosača na ekonomičnost dimenzionisanja spregnutog nosača tipa drvo-beton, posmatrali smo nosače srednjeg i dugog raspona, od 4m do 8m. Takođe, u okviru ove studije analizirali smo i uticaj korisnog opterećenja na dimenzionisanje poprečnog preseka izimajući u obzir korisna opterećenja od 2, 3 i 4 kN/m^2 . Na slikama 5.3, 5.4 i 5.5 prikazani su trade-off grafikoni posmatranih optimizacionih alternativa za različite razmatrane vrednosti korisnog opterećenja od 2, 3 i 4 kN/m^2 , respektivno. Dodatno, oni nam pružaju i komparativnu analizu dva posmatrana pristupa za izračunavanje maksimalnog ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton.



Slika 5.5 Trade-off grafikoni posmatranih alternativa za posmatrane raspone spregnutog nosača opterećene korisnim opterećenjem od 4kN/m²

U cilju rangiranja alternativa, primenili smo metodu težinskih koeficijenata, koja je objašnjena u odeljku 5.3.1. Na početku se definišu matrica odlučivanja i težinski koeficijenti za posmatrane funkcije cilja, cenu koštanja spregnutog nosača i maksimalni ugib. Implementacija ove metode je izvršena na osnovu originalnog Algoritma 5.1.

Algoritam 5.1 Izračunavanje najboljih alternativa

Ulazni podaci: Težinski koeficijenti W_1 i W_2 za cenu i ugib; broj alternativa m

1: Izvršenje normalizacije matrice odlučivanja C:

$$c'_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{k=1}^m c_{kj}}, \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq 2.$$

2: Za svaku alternativu i , $1 \leq i \leq m$ sračunati težinske sume cene i ugiba:

$$d_i = W_1 \cdot c_{i1} + W_2 \cdot c_{i2}.$$

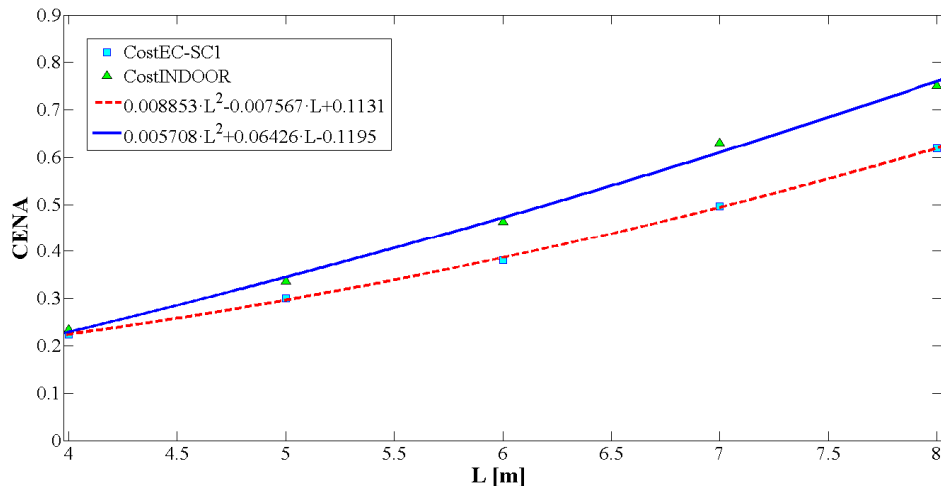
3: Sortirati alternative (redove u matrici C) na osnovu vrednosti d_i , od najveće do najmanje vrednostis, i označiti novu matricu sa D.

4: **Vratiti** prvih m redova martrice D kao rezultat.

5.5.2 Minimalna cena koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton

U većini slučajeva, investitori zahtevaju od građevinskih projekatata da ponude najekonomičnije projektno rešenje konstrukcije koje zadovoljava prethodno definisane uslove i zahteve projektnog zadatka. Shodno tome, sproveli smo optimizacionu analizu koristeći Algoritam 5.1, pri čemu je usvojen težinski koeficijent za cenu jednak 1. Kao rezultat ovakve analize dobijamo minimalnu cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton opterećenog različitim posmatranim korisnim opterećenjm, pri čemu su definisane funkcije ograničenja zadovoljene. Takođe, ovom analizom se razmatraju i dva različita pristupa za izračunavanje maksimalnog ugiba spregnutog nosača, koji su prethodno bili izloženi. Na slici 5.6 prikazani

su dobijeni rezultati izvršene optimizacione analize za slučaj korisnog opterećenja od 2 kN/m^2 , kao i grafici polinoma koji najbolje aproksimiraju dobijene rezultate. Kriva označena isprekidanom linijom daje pregled dobijenih rezultata zasnovanih na metodi efektivnog modula (CostEC-SC1), dok je kriva označena punom linijom definisana korišćenjem rezultata dobijenih naprednijim računskim pristupom (CostINDOOR) koji uzima u obzir reološke efekte zanemarene metodom efektivnog modula.



Slika 5.6 Minimalna cena koštanja spregnutih nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju 2 kN/m^2

U tabeli 5.5 date su funkcije kvadratnih polinoma kojima se aproksimira odnos između minimalne cene koštanja posmatranih spregnutih nosača i njihovih raspona. Ovi rezultati se mogu koristiti za dobijanje inicijalne procene cene koštanja određene dužine spregnutog nosača drvo-beton.

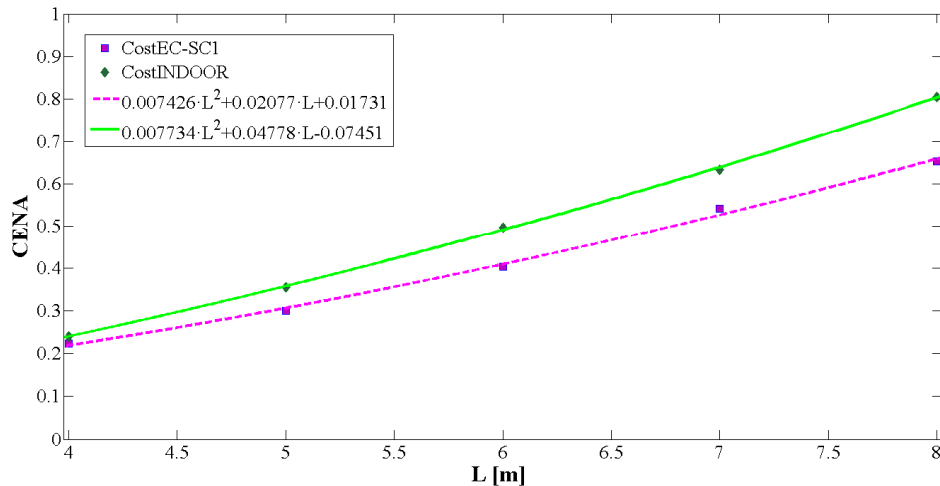
Tabela 5.5 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira minimalnu cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju od 2 kN/m^2

Model	Najbolja polinomska aproksimacija	Koeficijent determinacije (R^2)
EC-SC1	$0.008853 \cdot L^2 - 0.07567 \cdot L + 0.1131$	0.9994
INDOOR	$0.005708 \cdot L^2 + 0.06426 \cdot L - 0.1195$	0.9966

Primetno je da obe krive imaju isti nelinearni trend koji se povećava sa povećanjem raspona nosača. Na osnovu predstavljenih rezultata možemo zaključiti da minimalna cena koštanja spregnutih nosača tipa drvo-beton za slučaj korisnog opterećenja od 2 kN/m^2 može biti

povećana za čak 26.6% ako se reološki efekti koji su zanemareni metodom efektivnog modula uzmu u obzir prilikom izračunavanja maksimalnog ugiba na kraju proračunskog eksploatacionog veka.

Rezultati sprovedenih optimizacija za slučajeve korisnog opterećenja od 3 kN/m^2 i 4 kN/m^2 , kao i grafici polinoma koji najbolje aproksimiraju dobijene rezultate, prikazani su na slikama 5.7 i 5.8, respektivno.

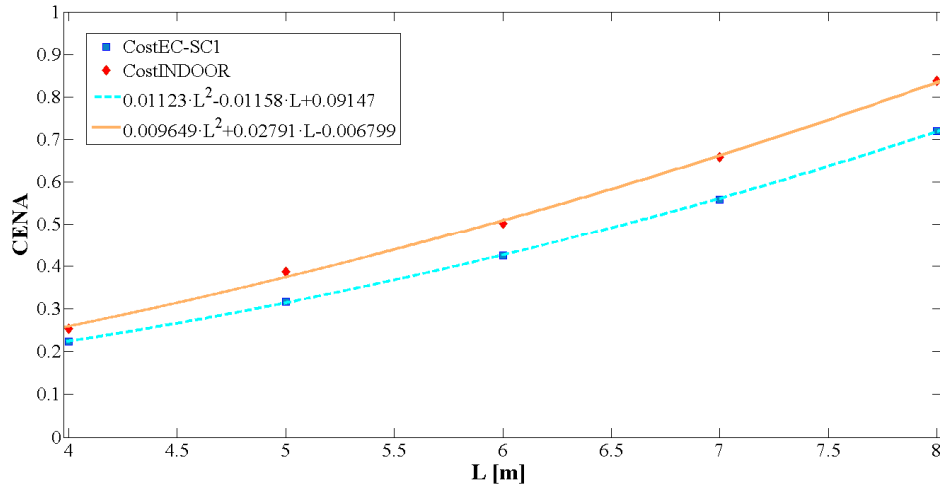


Slika 5.7 Minimalna cena koštanja spregnutih nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju 3 kN/m^2

Tabela 5.6 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira minimalnu cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju od 3 kN/m^2

Model	Najbolja polinomska aproksimacija	Koeficijent determinacije (R^2)
EC-SC1	$0.007426 \cdot L^2 - 0.02077 \cdot L + 0.01731$	0.9971
INDOOR	$0.007734 \cdot L^2 + 0.04778 \cdot L - 0.07451$	0.9996

Na osnovu predstavljenih rezultata za slučaj korisnog opterećenja od 3 kN/m^2 možemo zaključiti da se minimalna cena koštanja spregnutog nosača prosečno povećava za 17.9% ako se reološki efekti zanemareni metodom efektivnog modula uzmu u obzir, odnosno da to povećanje može biti i do 23.34%. U slučaju posmatranog korisnog opterećenja od 4 kN/m^2 imamo da se cena koštanja povećava prosečno za 17.51%, odnosno maksimalno za 21.77%.



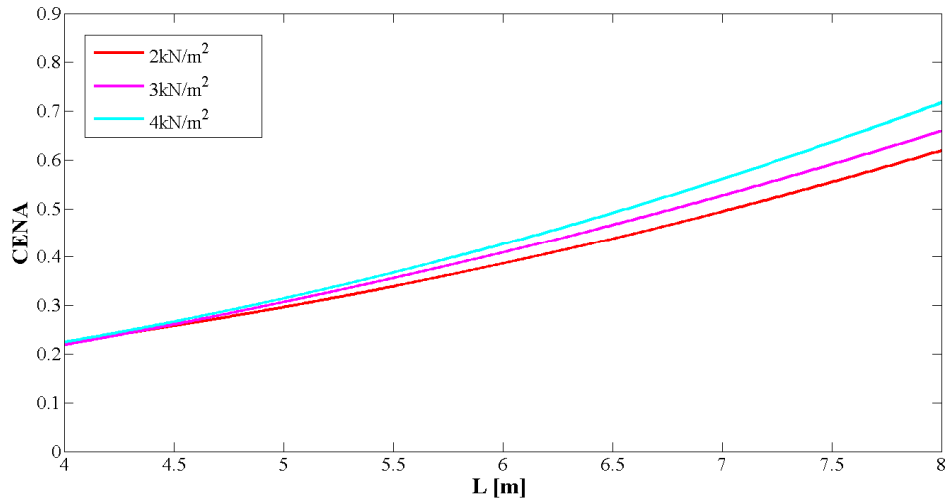
Slika 5.8 Minimalna cena koštanja spregnutih nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju 4kN/m^2

I za ovaj slučaj posmatranog korisnog opterećenja tabelarno su prikazane kvadratne funkcije koje najbolje fituju dobijena rešenja optimizacione analize.

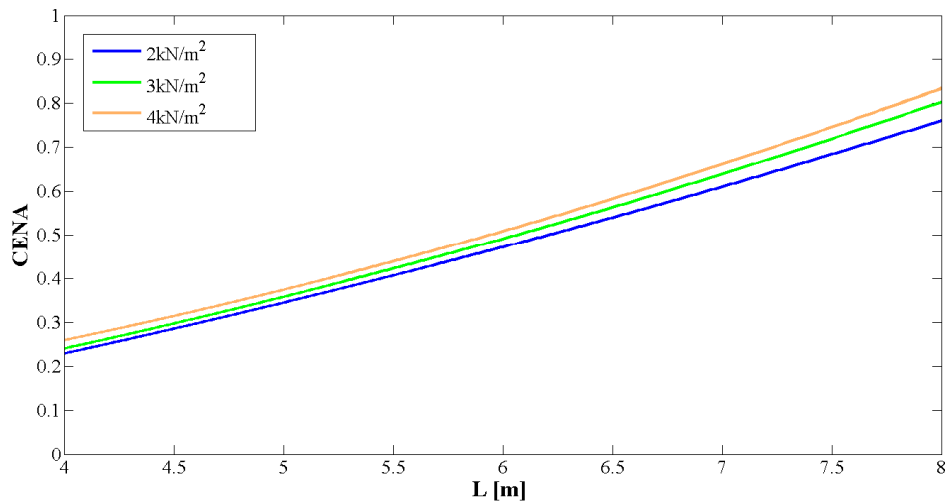
Tabela 5.7 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira minimalnu cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pri korisnom opterećenju od 4kN/m^2

Model	Najbolja polinomska aproksimacija	Koeficijent determinacije (R^2)
EC-SC1	$0.01123 \cdot L^2 - 0.01158 \cdot L + 0.09147$	0.9999
INDOOR	$0.009649 \cdot L^2 + 0.02791 \cdot L - 0.006799$	0.9988

Uporedni prikaz grafika dobijenih kvadratnih funkcija koje aproksimiraju dobijene rezultate zasnovane na metodi efektivnog modula dat je na slici 5.9, dok su na slici 5.10 rezultujuće funkcije kvadratnih polinoma dobijenih računskim pristupom koji uzima u obzir reološke efekte zanemarene metodom efektivnog modula.

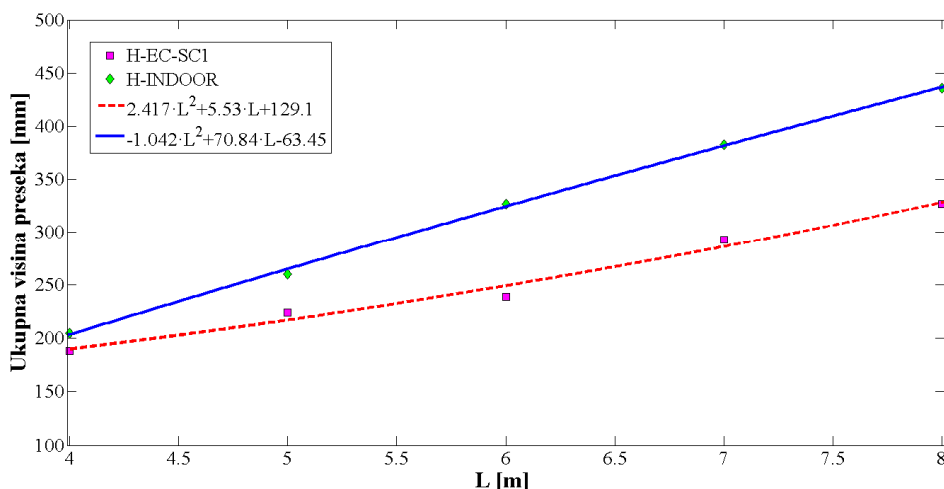


Slika 5.9 Uporedni prikaz minimalne cene koštanja zasnovane na metodi efektivnog modula



Slika 5.10 Uporedni prikaz minimalne cene koštanja zasnovane na rigoroznom proračunu

Još jedan benefit sprovedene optimizacione analize može biti i dobijena potrebna visina poprečnog preseka spregnutog nosača tipa drvo-beton.



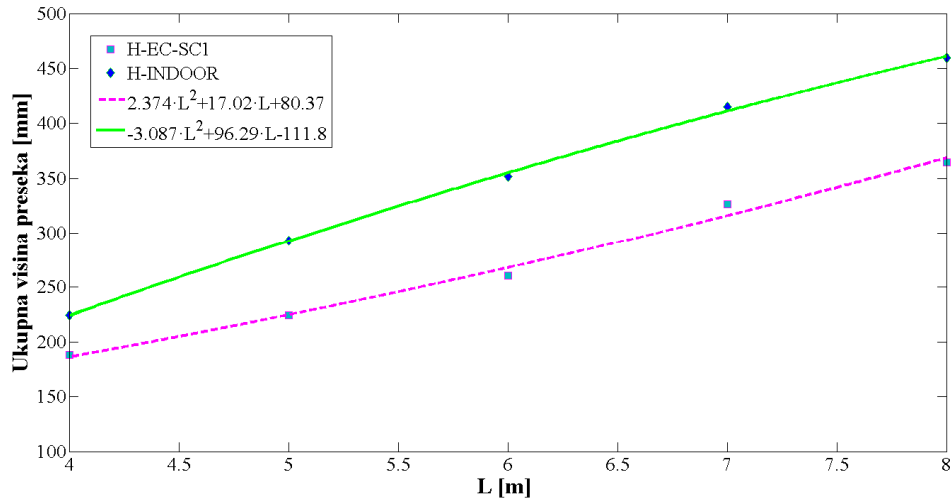
Slika 5.11 Potrebna ukupna visina poprečnog preseka za korisno opterećenje od $2kN/m^2$

Na osnovu rezultata optimizacione analize predstavljenih na slici 5.11 za slučaj korisnog opterećenja od $2kN/m^2$, možemo videti da se potrebna ukupna visina poprečnog preseka spregnutog nosača povećava i za čak 36.7% kada se za proračun maksimalnog ugiba nosača uzimaju u obzir efekti zanemareni metodom efektivnog modula. Rezultujuće kvadratne funkcije koje najbolje fituju potrebnu ukupnu visinu spregnutog nosača tipa drvo-beton prikazane su u tabeli 5.8.

Tabela 5.8 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira potrebnu ukupnu visinu spregnutog nosača za slučaj korisnog opterećenja od $2kN/m^2$

Model	Najbolja polinomska aproksimacija	Koeficijent determinacije (R^2)
EC-SC1	$2.417 \cdot L^2 + 5.53 \cdot L + 129.1$	0.9829
INDOOR	$-1.042 \cdot L^2 + 70.84 \cdot L - 63.45$	0.9991

Za slučaj korisnog opterećenja od $3kN/m^2$, rezultujuće potrebne visine preseka kao i grafici polinoma koji najbolje fituju te rezultate prikazani su na slici 5.12, dok su u tabeli 5.9 dati jednačine polinoma.



Slika 5.12 Potrebna ukupna visina poprečnog preseka za korisno opterećenje od $3kN/m^2$

Prikazani rezultati ukazuju na to da se potrebna visina poprečnog preseka drvo-beton u slučaju korisnog opterećenja od $3kN/m^2$ povećava za prosečno 27.62%, odnosno za maksimalno 35.01%.

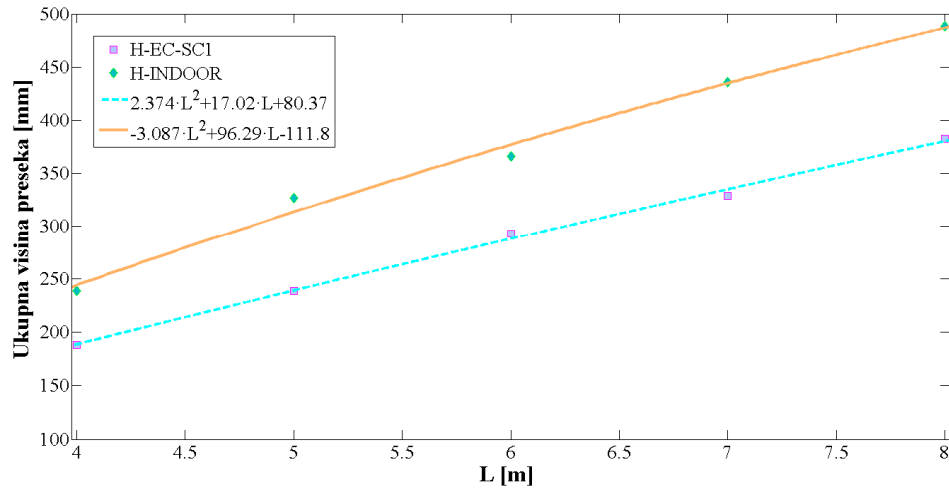
Tabela 5.9 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira potrebnu ukupnu visinu spregnutog nosača za slučaj korisnog opterećenja od $3kN/m^2$

Model	Najbolja polinomska aproksimacija	Koeficijent determinacije (R^2)
EC-SC1	$2.374 \cdot L^2 + 17.02 \cdot L + 80.37$	0.9909
INDOOR	$-3.087 \cdot L^2 + 96.29 \cdot L - 111.8$	0.9991

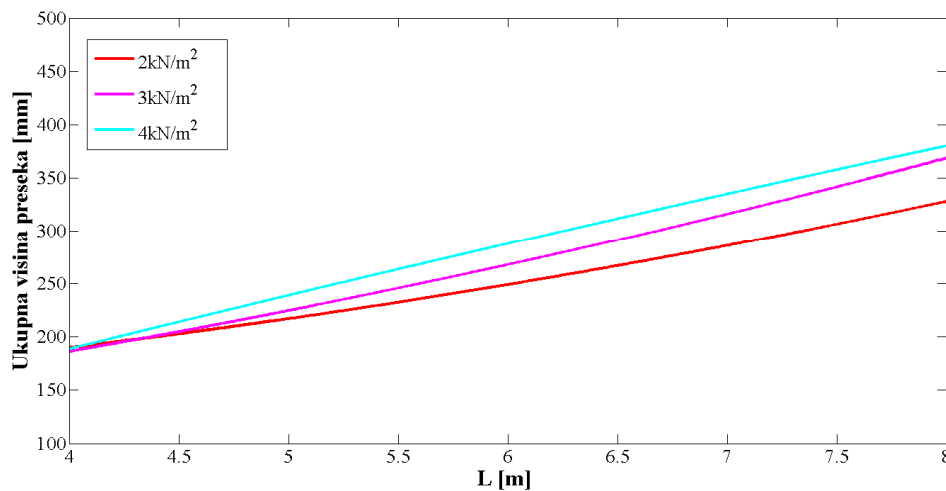
Na kraju, za posmatrano opterećenje od $4kN/m^2$ dobili smo rezultate koji su prikazani na slici 5.13, kao i u tabeli 5.10. Njihovom analizom dolazimo do zaključka da se potrebna visina poprečnog preseka drvo-beton povećava za prosečno 29.8%, odnosno za maksimalno 36.66%.

Tabela 5.10 Jednačine polinoma koji najbolje aproksimira potrebnu ukupnu visinu spregnutog nosača za slučaj korisnog opterećenja od $4kN/m^2$

Model	Najbolja polinomska aproksimacija	Koeficijent determinacije (R^2)
EC-SC1	$-0.8426 \cdot L^2 + 58 \cdot L - 29.87$	0.9969
INDOOR	$-2.835 \cdot L^2 + 94.77 \cdot L - 89.92$	0.9913



Slika 5.13 Potrebna ukupna visina poprečnog preseka za korisno opterećenje od 4kN/m^2

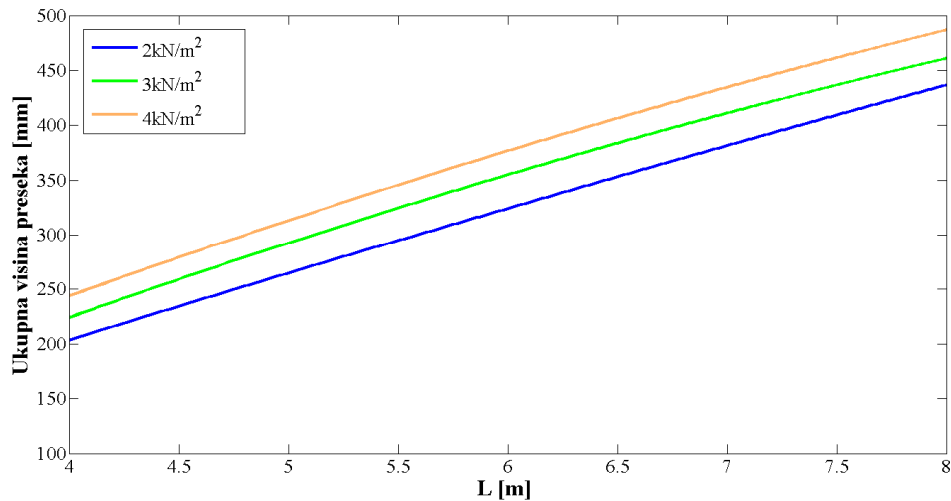


Slika 5.14 Uporedni prikaz potrebne ukupne visine poprečnog preseka zasnovane na metodi efektivnog modula

Ova analiza nam daje priliku i da preporučimo potreban odnos raspona i visine (L/H) za spregnute nosače tipa drvo-beton za različite slučajeve korisnog opterećenja. Potreban odnos L/H dobijen na osnovu metode efektivnog modula (EC-SC1), kao i na osnovu kompleksnije rigorozne metode (INDOOR) predstavljen je u tabeli 5.11. Prikazani rezultati bi se mogli pokazati korisnim za građevinske projektante i mogu poslužiti kao određene smernice prilikom projektovanja ovakve vrste konstrukcija.

Tabela 5.11 Potreban odnos raspona i visine (L/H) spregnutog nosača tipa drvo-beton

	2 kN/m ²	3 kN/m ²	4 kN/m ²
EC-SC1	23.42	22.01	20.98
INDOOR	18.75	17.25	16.18



Slika 5.15 Uporedni prikaz potrebne ukupne visine poprečnog preseka zasnovane na rigoroznom proračunu

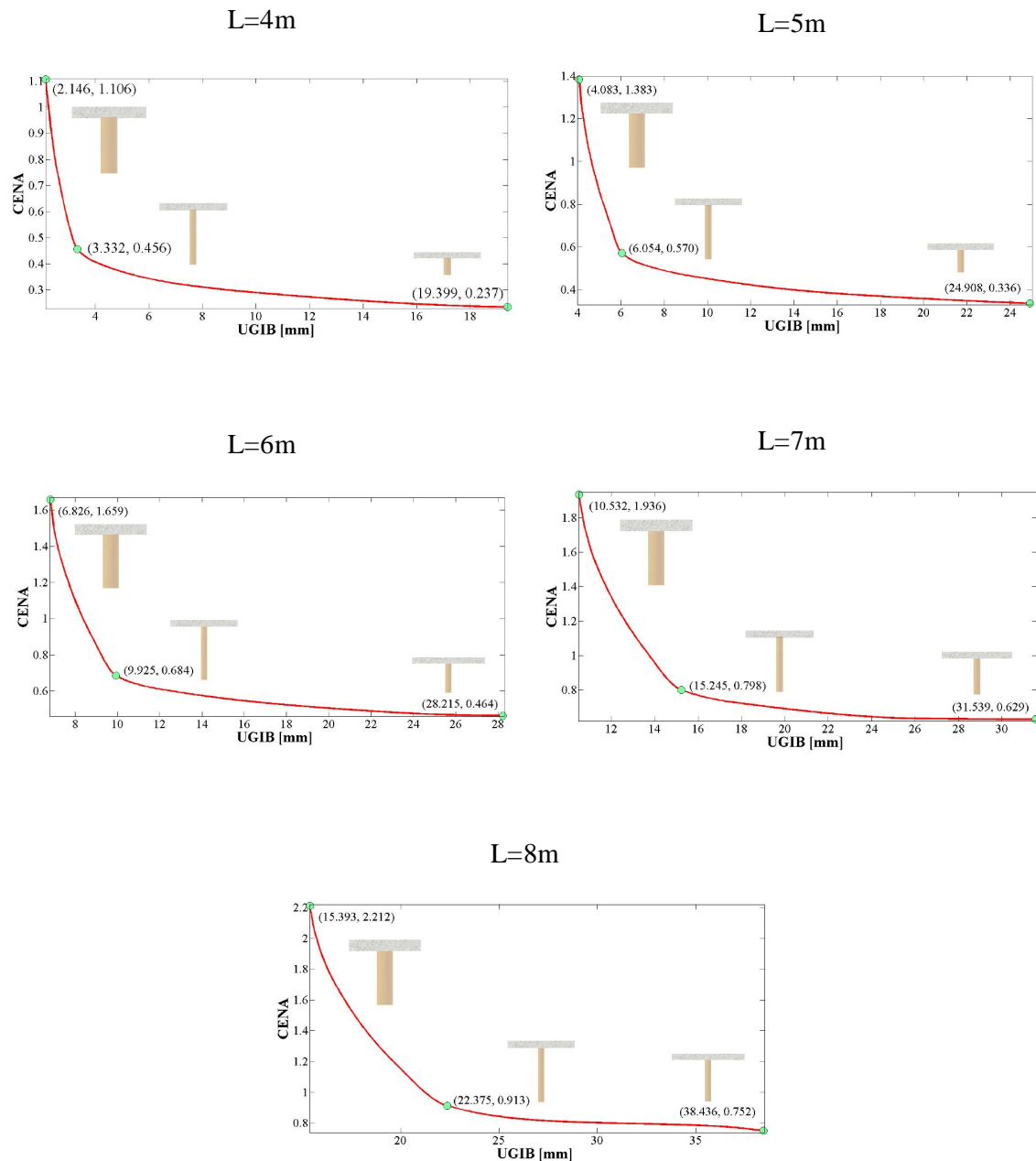
Nakon svih prikazanih rezultata sprovedenih optimizacija i na osnovu njihove analize, možemo da zaključimo da uobičajena praksa zanemarivanja skupljanja betona i neelastičnih dilatacija drveta i betona usled varijacije temperature i relativne vlažnosti vazduha spoljašnje sredine dovodi do značajnog potcenjivanja ugiba na kraju proračunskog eksploatacionog veka.

5.5.3 Primena analize trade-off

Jedan od najvažnijih izazova u procesu projektovanja konstrukcije jeste usvajanje ekonomičnih, odnosno isplativih projektnih predloga. Višekriterijumsko odlučivanje može biti veoma korisno sredstvo za građevinske projektante, jer im omogućava uvid u širok spektar projektnih predloga uzimajući u obzir sve kriterijume i ograničenja. U okviru ove studije, sproveli smo višekriterijumsko odlučivanje posmarajući onu grupu optimizacionih alternativa gde je maksimalni ugib spregnutog nosača računat kompleksnijom metodom proračuna koja uzima u obzir sve reološke pojave konstitutivnih materijala koje se razvijaju tokom eksploatacionog veka konstrukcije. Kada veliki broj projektnih predloga treba biti evaluiran na osnovu posmatranih kriterijuma, vrlo je korisno da ih sve predstavite u kriterijumskom prostoru, kao što je to već prikazano na slikama 5.3, 5.4 i 5.5.

Spoljna granica ovog kriterijumskog skupa definiše granicu preko koje projektni predlozi ne mogu biti dodatno poboljšani. U višekriterijumskom odlučivanju ova granica predstavlja Pareto front koji odvaja dopustivu i nedopustivu oblast. Dopustiva oblast se definiše kao skup dopustivih alternativa, za koje su sve funkcije ograničenja zadovoljene. Kada se vrednost jedne funkcije cilja Pareto optimuma smanjuje, pri čemu se vrednosti drugih funkcija cilja zadržavaju konstantnim, to bi uticalo na pomeranje posmatranog projektnog predloga u oblast nedopustivih alternativa. Sa druge strane, povećanjem vrednosti jedne funkcije cilja i zadržavajući vrednost druge funkcije cilja konstantnom, posmatrani projektni predlog više neće biti optimalan.

Kako bismo pronašli određeni broj Pareto optimalnih rešenja na Pareto frontu, varirali smo težinske koeficijente za obe ciljne funkcije, koristeći prethodno prikazani algoritma 5.1. Na slici 5.16 prikazani su Pareto frontovi za različite posmatrane raspone spregnutog nosača i za slučaj korisnog opterećenja od 2 kN/m^2 , kao i neki mogući projektni predlozi poprečnog preseka spregnutog nosača drvo-beton, koji su dobijeni za određene Pareto optimume. Očigledno je da prikazani Pareto frontovi pokazuju konveksnost posmatranog problema optimizacije. Generalno, ovo je često slučaj u projektnoj optimizaciji kada se posmatraju slične funkcije cilja. Osim toga, možemo videti da prva funkcija cilja, maksimalni ugib, dominira procesom optimizacije u poređenju sa funkcijom cene. Iako Pareto frontovi pružaju dragocen uvid u ponašanje posmatranog modela optimizacije, možda bi bilo korisnije za građevinske projektante da imaju uvid i u geometrijsku konfiguraciju poprečnog preseka spregnutog nosača tipa drvo-beton Pareto optimalna rešenja.

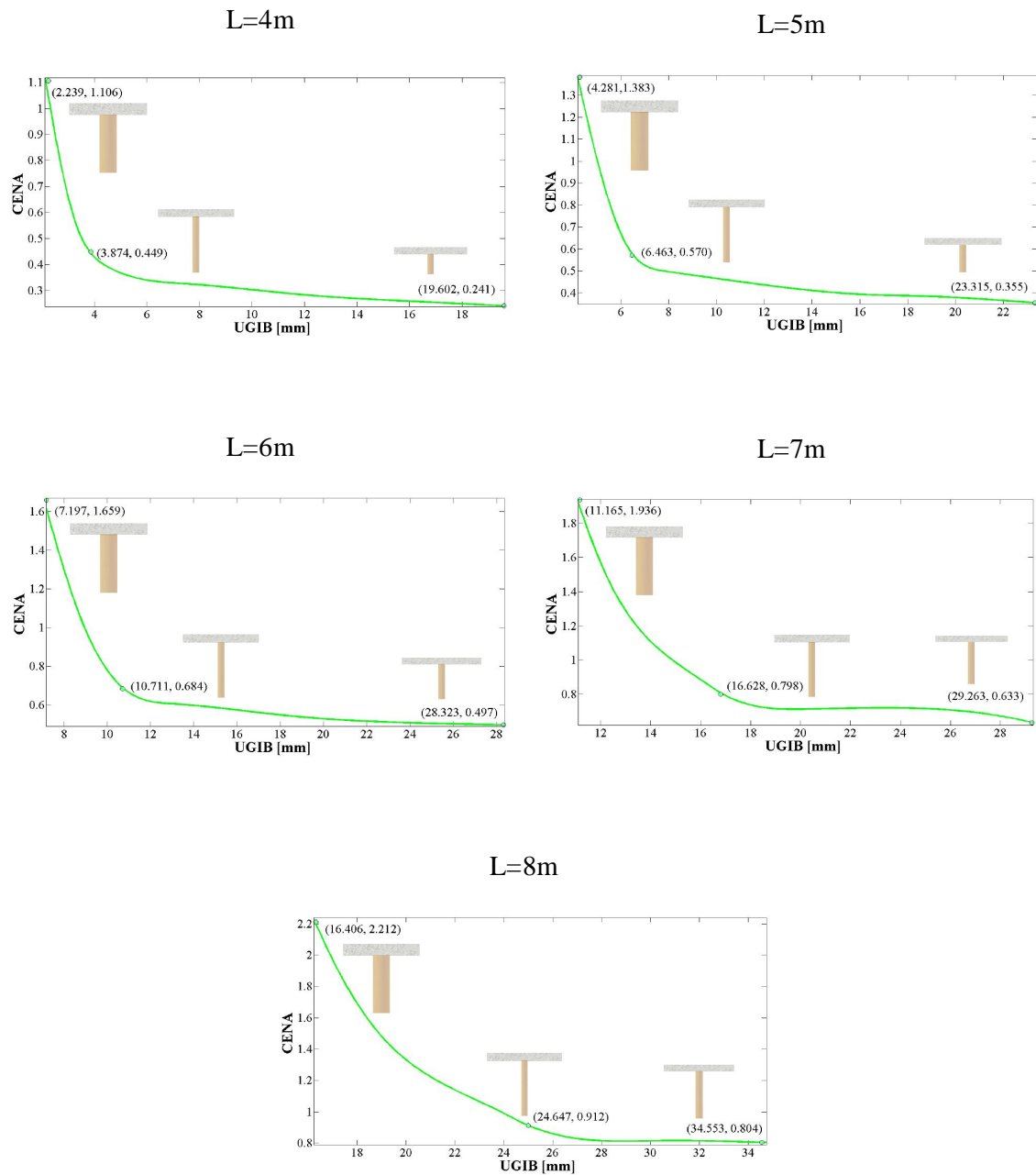


Slika 5.16 Projektni predlozi poprečnog preseka spregnutog nosača drvo-beton, koji su dobijeni za određene Pareto optime za slučaj korisnog opterećenja od 2 kN/m^2

Na slici 5.16 prikazano je i nekoliko uzoraka promene geometrije poprečnog preseka spregnutog nosača duž Pareto fronta i omogućuje nam da vidimo kako poprečni presek postaje robustan kada uzimamo Pareto optimalna rešenja sa desne na levu stranu Pareto fronta. Analizirajući rezultate izvršene optimizacije dimenzija, vidimo da s povećanjem cene koštanja spregnutog nosača raspona 4m za samo 2.62% u odnosu na minimalnu cenu koštanja

nosača, mogli bismo dobiti Pareto optimalno rešenje za koje je maksimalni ugib u sredini nosača smanjen za 10.81%. Slična situacija je i sa nosačem raspona 5m. Kada se cena koštanja uveća za 5.77% u poređenju sa njenom minimalnom vrednošću, može se dobiti spregnuti nosač čiji se maksimalni ugib na kraju proračunskog eksploatacionog veka smanjuje za 17.14%. Primenom analize trade-off prilikom dimenzionisanja spregnutog nosača drvo-beton sa rasponom od 6m, mogli bismo dobiti čak i efikasnije projektne predloge. Povećanjem cene koštanja samo za 1.09% u odnosu na njenu minimalnu vrednost, dobićemo spregnuti nosač tipa drvo-beton čiji se maksimalni ugib smanjuje za 9.52%, ili sa povećanjem cene od 5,48% , maksimalni ugib je smanjen za 22.14%. U slučaju spregnutog nosača raspona 7m, posoji mogućnost da dobijemo projektno rešenje poprečnog preseka spregnutog nosača za koji se maksimalni ugib smanjuje za 17.15% uz povećanje minimalne cene koštanja za samo 0.73% ili još možda bolju varijantu gde se sa povećanjem cene od 13.63% dobija spregnuti nosač sa smanjenim maksimalnim ugibom za čak 41.54%. Najzad, u slučaju najdužeg posmatranog nosača raspona 8m, možemo poboljšati projektno rešenje nosača sa povećanjem cene koštanja za 8.69%, pri čemu se dobija spregnuti nosač čiji je maksimalni ugib smanjio za 29.08% .

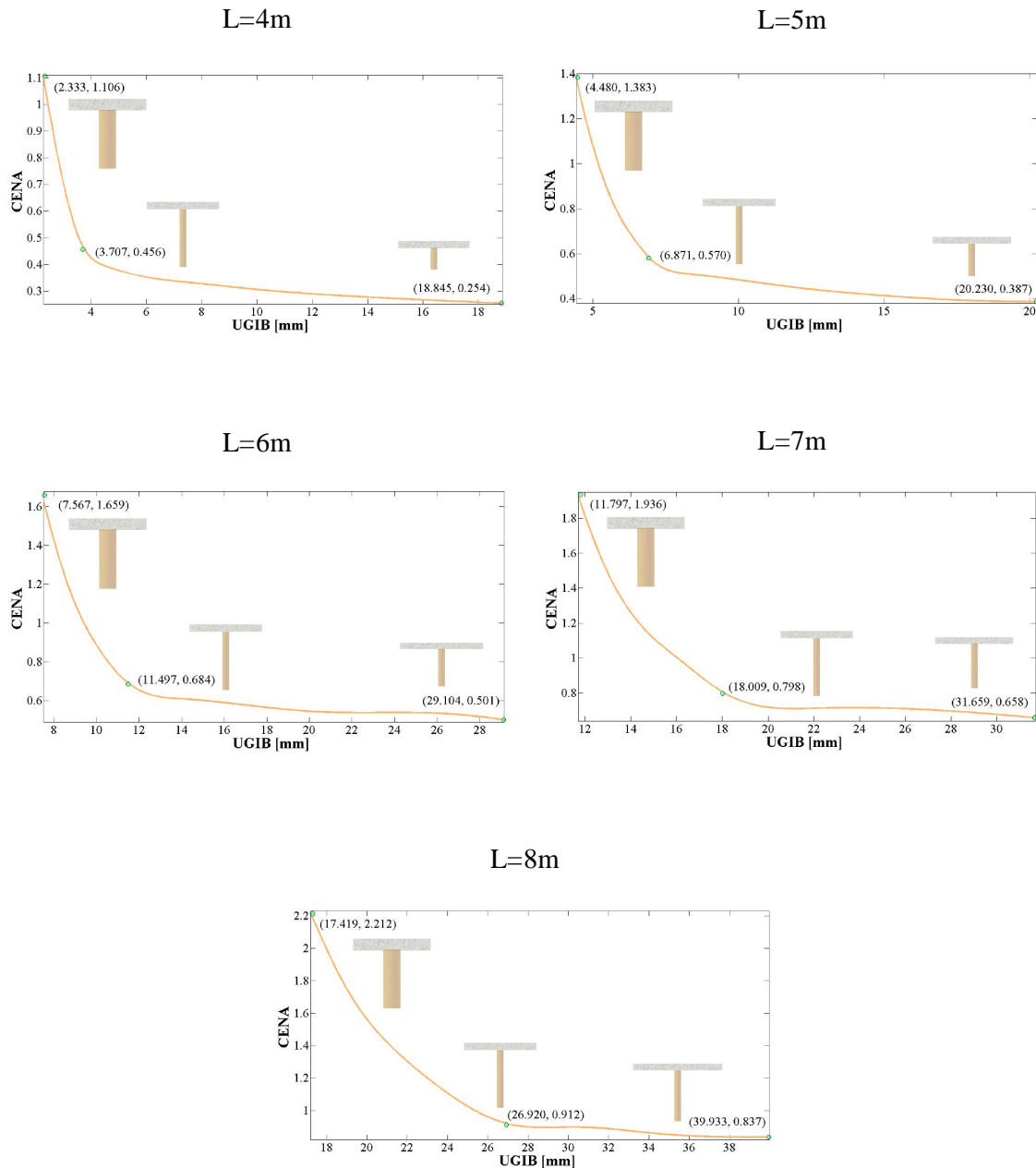
Za posmatrano korisno opterećenje od 3 kN/m^2 , Pareto frontovi za različite posmatrane raspone spregnutog nosača prikazani su na slici 5.17. Primetno je i da u ovom slučaju postoji mogućnost za dobijanje dosta pouzdanijeg projektnog rešenja uz malo povećanje troškova, što je svakako vrlo značajna projektna mogućnost. Analizom dobijenih Pareto optimalnih rešenja, dolazimo do zaključka da je za spregnuti nosač raspona 4m moguće naći projektno rešenje čija je cena veća za 5.5% u odnosu na minimalnu moguću, s tim da se maksimalni ugib nosača smanjuje za 13.39%. Slična situacija je i za nosač raspona 5m, gde se povećanjem cene od 8.94% dobija spregnuti nosač čiji je ugib smanjen za 21.55%. Zanimljivo je uočiti da je za slučaj nosača raspona 6m, uz povećanje cene od samo 0.93% dobija projektno rešenje nosača čiji se ugib smanjuje za 7.7%, odnosno uz povećanje troškova od 9.36%, nosač čiji se ugib smanjuje za 35%. Kod spregnutih nosača raspona 7m, sa povećanjem cene koštanja za 12.81%, moguće je kofigurisati poprečni presek nosača čiji se maksimalni ugib na kraju proračunskog eksploatacionog veka smanjuje za čak 30.46%. Kada je u pitanju nosač dužine 8m, sa povećanjem cene od 1.57%, postoji mogućnost za projektno rešenje nosača čiji je ugib smanjen za 11.98%. Izbor konačnog rešenja konfiguracije poprečnog preseka spregnutog nosača najviše zavisi od preferencija građevinskog projektanta.



Slika 5.17 Projektni predlozi poprečnog preseka spregnutog nosača drvo-beton, koji su dobijeni za određene Pareto optimume za slučaj korisnog opterećenja od 3 kN/m^2

Slična situacija je i u slučaju spregnutih nosača tipa drvo-beton opterećenih korisnim opterećenjem od 4 kN/m^2 . Ovom prilikom su naznačeni možda najzanimljiviji projektni predlozi, ali svakako da postoji veliki broj Pareto optimalnih projektnih rešenja koji su prikazani na slici 5.18.

Finansijske uštede su očigledan potencijalni pokretač za korišćenje projektne optimizacije prilikom projektovanja građevinskih konstrukcija. Na osnovu predstavljenih rezultata primene analize trade-off u dimenzionisanju spregnutih nosača tipa drvo-beton, možemo videti da je uz blago povećanje cene koštanja spregnutih nosača moguće dobiti Pareto optimalna projektna rešenja za koja se drastično smanjio maksimalni ugib nosača na kraju eksploatacionog veka i samim tim dobiti pouzdanije konstrukcije.



Slika 5.18 Projektni predlozi poprečnog preseka spregnutog nosača drvo-beton, koji su dobijeni za određene Pareto optimume za slučaj korisnog opterećenja od 4 kN/m²

6. PROBABILISTIČKO MODELOVANJE PONAŠANJA SPREGNUTOG NOSAČA USLED DUGOTRAJNOG OPTEREĆENJA

6.1. Modeli pogodni za opisivanje deterioracije građevinskih konstrukcija

Sve izvedene konstrukcije moraju biti sigurne za upotrebu tokom njihovog eksploatacionog veka. Predviđanje deterioracije ima glavnu ulogu u efikasnom upravljanju građevinskim konstrukcijama u smislu potrebnog održavanja, popravke ili eventualne zamene pojedinih elemenata konstrukcije. Kako bismo aproksimirali i predvideli stvarni proces degradacije sigurnosti i pouzdanosti konstrukcije, koristimo modele deterioracije. Postojeći modeli deterioracije koji su do sada razmatrani u literaturi mogu se generalno svrstati u dve kategorije: deterministički i probabilistički modeli.

6.1.1. Determinističko modelovanje deterioracije

Vremenski zavisni procesi su tradicionalno modelovani koristeći determinističke modele, ne uzimajući u obzir varijacije procesa tokom vremena (Buijs et al. 2009). Kako bi se pronašla relacija između prosečne deterioracije i vremena, *regresioni model* je pogodan za upotrebu. U ovom modelu prosečna stopa deterioracije se modelira pomoću determinističke regresione funkcije koja bi se mogla odabrati na osnovu iskustvenih preporuka ili ocene stručnjaka. Kod većine inženjerskih problema, očekivana prosečna stopa deterioracije tokom vremena t može biti predstavljena pomoću stepene funkcije:

$$E(X(t)) = at^b \propto t^b, \quad (6.1)$$

gde je $X(t)$ deterioracioni model, a koeficijent stope deterioracije i b je eksponent deterioracije. Ocena parametara regresionog modela se obično vrši primenom *metode najmanjih kvadrata*.

Zavisnost među dvema fizičkim veličinama t i x obično nije precizna, nije data nekim analitičkim izrazom $x = f(t)$, već imamo seriju vrednosti veličine t i seriju odgovarajućih vrednosti veličine x . Prilikom analize zavisnosti $f(t)$ neke fizičke veličine t u odnosu na drugu fizičku veličinu x , polazimo od niza dostupnih podataka pri čemu konačnom nizu vrednosti nezavisne promenljive t odgovara niz odgovarajućih vrednosti x . Na osnovu ovih dostupnih podataka možemo formirati tabelu sa parovima odgovarajućih vrednosti posmatranih veličina.

Tabela 6.1 Parovi dostupnih podataka

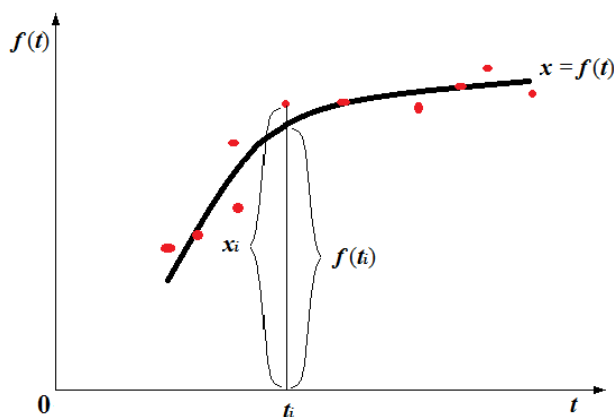
t	t_1	t_2	...	t_n
x	x_1	x_2	...	x_n

Da bismo odredili koja će glatka kriva najbolje aproksimirati posmatrane tačke (t_i, x_i) tako da one imaju što manje odstupanje od krive, najpre u koordinatni sistem nanosimo tačke $(t_1, x_1), (t_2, x_2), \dots, (t_n, x_n)$. Određivanje tražene krive vrši se na osnovu uslova da zbir kvadrata razlika ordinate stvarnih vrednosti funkcije i odgovarajućih ordinata krive bude što manji, odnosno da vrednost S

$$S = [f(t_1) - x_1]^2 + [f(t_2) - x_2]^2 + \dots + [f(t_n) - x_n]^2, \quad (6.2)$$

bude minimalna. Odatle dolazi i naziv ove metode.

Prilikom korišćenja metode najmanjih kvadrata jedan od najvažnijih koraka je izbor tipa, odnosno oblika analitičkog izraza. Pri izboru oblika analitičkog izraza $x = f(t)$, kao pomoć se koriste teoretska znanja o međuzavisnosti posmatranih veličina, kao i grafički prikaz tačaka (x_i, t_i) (Slika 6.1).


Slika 6.1 Grafički prikaz metode najmanjih kvadrata

Kao što smo već rekli, empirijska istraživanja su pokazala da matematičko očekivanje deterioracije u vremenu t može biti aproksimirano pomoću stepene funkcije, tako da ćemo prilikom korišćenja metode najmanjih kvadrata koristiti stepenu funkciju oblika:

$$x = at^b. \quad (6.3)$$

Radi aproksimacije dostupnih empirijskih podataka stepenom funkcijom, njenim logaritmovanjem dobijamo:

$$\log x = b \log t + \log a. \quad (6.4)$$

Korišćenjem normalnih jednačina za linearnu funkciju dobijamo sistem jednačina koji predstavlja sistem normalnih jednačina za stepenu funkciju:

$$b \sum_{i=1}^n (\log t_i)^2 + \log a \sum_{i=1}^n \log t_i = \sum_{i=1}^n \log t_i \log x_i, \quad (6.5)$$

$$b \sum_{i=1}^n \log t_i + n \log a = \sum_{i=1}^n \log x_i.$$

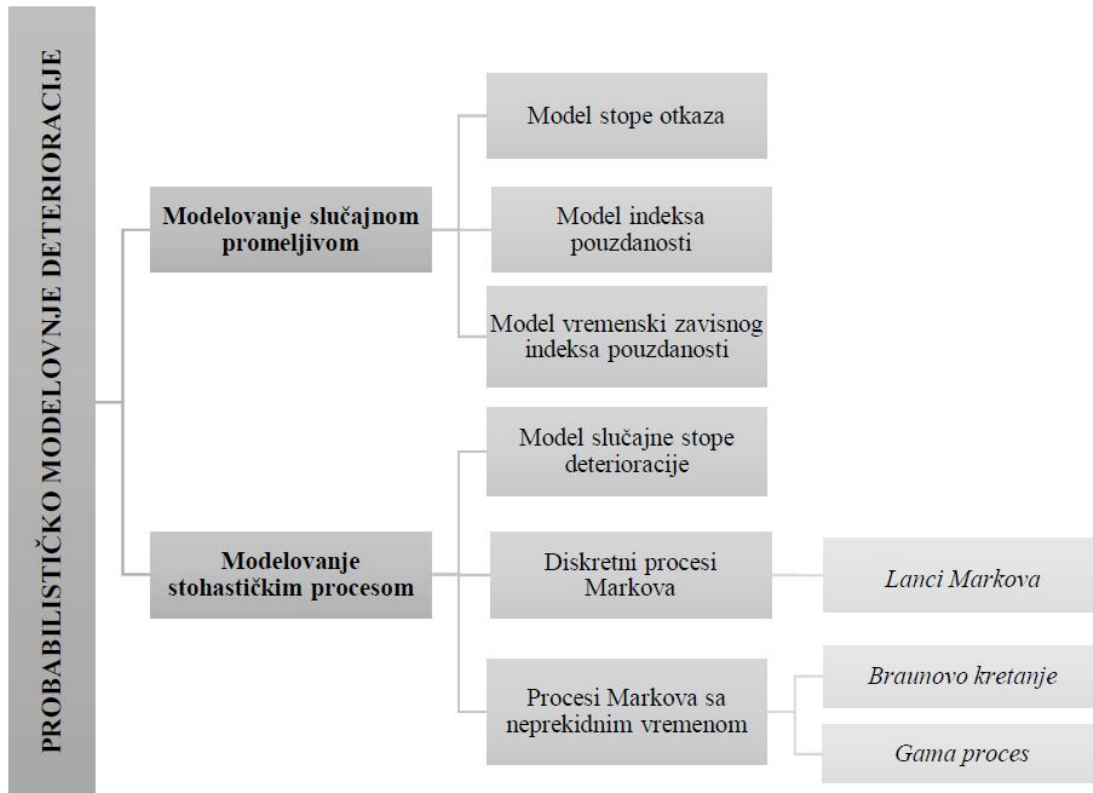
Rešavanjem ovog sistema jednačina dobijamo izraz za određivanje parametra b :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n \log\left(\frac{t_i}{t_n}\right) \log\left(\frac{x_i}{x_n}\right)}{\sum_{i=1}^n \left[\log\left(\frac{t_i}{t_n}\right) \right]^2}. \quad (6.6)$$

6.1.2. Probabilističko modelovanje deterioracije

Tokom proteklih decenija urađeno je značajno istraživanje u domenu predviđanja vremenski zavisnih karakteristika konstrukcija koje deterioriraju. Većina njih je imala za cilj poboljšanje tačnosti modela koji mogu predvideti stanje konstrukcije tokom vremena. Proces predviđanja performansi konstrukcija može se posmatrati kao najznačajniji deo upravljanja eksploatacionim ciklusom konstrukcija i infrastrukture. Kratak pregled nedavnih dostignuća u oblasti upravljanja eksploatacionim ciklusom infrastrukturnih sistema prikazan je u (Frangopol and Soliman 2016). Razmatrani su različiti probabilistički pristupi predviđanja i evaluacije performansi konstrukcija. Uopšteno govoreći, probabilistički modeli deterioracije su mnogo fleksibilniji u modelovanju deterioracionih procesa u poređenju sa determinističkim deterioracionim modelima. Za razliku od široko primenjenih determinističkih modela deterioracije, kao što je na primer regresioni model koji ima ograničenu validnost u realnim uslovima jer ne može da obuhvati vremenske efekte procesa deterioracije, probabilistički modeli pokušavaju da imitiraju realnu varijabilnost procesa deterioracije (Pandey et al. 2009). Za pravilno upravljanje održavanjem konstrukcija tokom njihovog eksploatacionog veka neophodno je uzeti u obzir varijabilnosti povezane sa

predviđanjem performansi, iniciranjem i širenjem oštećenja, kao i efekte održavanja same konstrukcije (Frangopol and Soliman 2016). Prema Frangopolu (Frangopol et al. 2004), probabilističko modelovanje deterioracije se može svrstati u dve osnovne kategorije: modelovanje slučajnom promenljivom i modelovanje stohastičkim procesom (slika 6.2).



Slika 6.2 Podela probabilističkih modela deterioracije

6.1.2.1. Modelovanje slučajnom promenljivom

Početak sedamdesetih godina pojavile su se određene metode za određivanje pouzdanosti konstrukcija i na taj način omogućeno je uključivanje varijabilnosti u barem nekom obliku, a najčešće uvođenjem relevantnih slučajnih promenljivih. Osnovna ideja modelovanja slučajnom promenljivom je da jedna ili više promenljivih u deterioracionom modelu predstavlja slučajnu promenljivu sa određenom raspodelom verovatnoće. U literaturi se najčešće razlikuju tri različita modela slučajne promenljive: model stope otkaza, model klasičnog indeksa pouzdanosti i model vremenski zavisnog indeksa pouzdanosti.

6.1.2.1.1. Model stope otkaza

U upravljanju održavanjem infrastrukture, najvažnija varijabilnost je generalno varijabilnost eksploatacionog veka konstrukcije, odnosno tempo njene deteoriracije. Kod modela stope otkaza jedino se eksploatacioni vek posmatra kao slučajna promenljiva i stopa otkaza $r(t)$ se definiše na sledeći način:

$$r(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}, \quad t > 0, \quad (6.7)$$

gde je:

$f(t)$ - funkcija gustine raspodele verovatnoće eksploatacionog veka

$F(t)$ - funkcija kumulativne raspodele verovatnoće eksploatacionog veka

Međutim, ozbiljan nedostatak ovog modela je to da se stopa otkaza konstrukcije ne može razmatrati niti izmeriti.

6.1.2.1.2. Model indeksa pouzdanosti

Drugi model slučajne promenljive je model indeksa pouzdanosti, gde se raspodela verovatnoće eksploatacionog veka dobija na osnovu graničnog stanja koje je definisano kao funkcija jedne ili više slučajnih promenljivih. Granično stanje se može opisati pomoću funkcije graničnog stanja $g(\mathbf{X})$ koja je zavisna od osnovnih promenljivih $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ tako da jednačina graničnog stanja ima sledeći oblik:

$$g(\mathbf{X}) = 0. \quad (6.8)$$

Na osnovu funkcije graničnog stanja, može se definisati i stanje loma na sledeći način:

$$g(\mathbf{X}) \leq 0. \quad (6.9)$$

Funkcija graničnog stanja se može dati i na sledeći način:

$$g(R, S) = 0, \quad (6.10)$$

gde R predstavlja funkciju osnovnih promenljivih koje opisuju otpornost konstrukcije, a S predstavlja funkciju osnovnih promenljivih koje opisuju dejstvo na konstrukciju. Pomoću ovih funkcija se može definisati i stanje loma na sledeći način:

$$R - S \leq 0 \quad \text{ili} \quad M \leq 0, \quad (6.11)$$

gde je sa M označena zona sigurnosti.

Pozdanost konstrukcija daje ocenu o verovatnoći otkaza konstrukcije u bilo kom trenutku njenog eksploatacionog veka. Verovatnoća loma (P_f) predstavlja meru šanse da će doći do loma i definisana je kao

$$P_f = P\{g(\mathbf{X}) \leq 0\} = P\{M \leq 0\}. \quad (6.12)$$

Takođe, verovatnoća loma može biti definisana sledećim integralom:

$$P_f = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(x) dx, \quad (6.13)$$

gde je $f_{\mathbf{X}}(x)$ zajednička gustina raspodele slučajnih promenljivih X .

Na osnovu definisane verovatnoće loma, možemo definisati i *pouzdanost* (P_s) kao verovatnoću komplementarnog događaja:

$$P_s = 1 - P_f. \quad (6.14)$$

Postoje različite metode za rešavanje integrala kojim je definisana verovatnoća loma, uključujući numeričke integracione tehnike, Monte Karlo simulaciju itd. Najprostiji slučaj je slučaj gde je funkcija graničnog stanja $g(\mathbf{x})$ posmatrana kao linearna funkcija i gde osnovne slučajne promenljive imaju normalnu raspodelu, tada zona sigurnosti M može biti data u sledećem obliku:

$$M = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i. \quad (6.15)$$

Verovatnoća loma se onda u ovom prostom slučaju može redukovati na funkciju sa standardizovanom normalnom raspodelom:

$$P_f = \Phi(-\beta), \quad (6.16)$$

gde je β indeks pouzadnosti i definisan je kao:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M}, \quad (6.17)$$

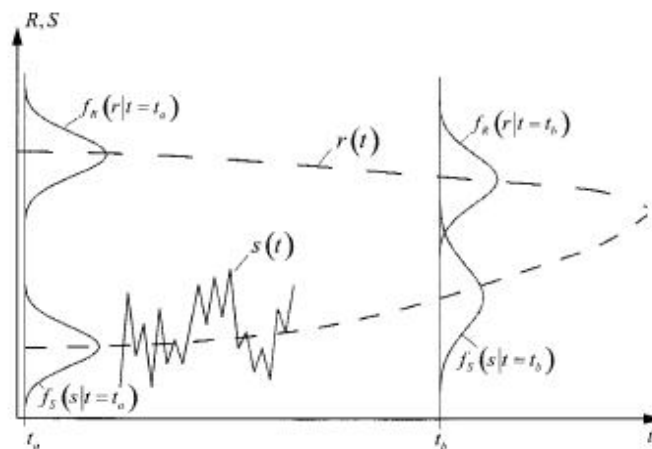
a gde su μ_M matematičko očekivanje, a σ_M standardna devijacija zone sigurnosti M .

Kada se funkcija graničnog stanja $g(\mathbf{X})$ posmatra kao nelinearna funkcija, situacija nije tako jednostavna kao u prethodnom slučaju, jer tada treba izvršiti linearizaciju granice

između prihvatljivog i neprihvatljivog ponašanja konstrukcije, ali ostaje pitanje kako to izvesti na odgovarajući način. Hasofer i Lind (Schneider 1997) su predložili izvođenje ove linearizacije u kritičnoj tački površine koja predstavlja granicu između prihvatljivog i neprihvatljivog ponašanja konstrukcije. Za procenu verovatnoće loma mogu se uspešno primeniti i tzv. tehnike simulacije. One se vrlo uspešno primenjuju kod slučajeva kada npr. funkcija graničnog stanja nije diferencijabilna ili kada više kritičnih tačaka ukazuju na verovatnoću loma. Može se reći da sve tehnike simulacije potiču od tzv. Monte Karlo metode.

6.1.2.1.3. Model vremenski zavisnog indeksa pouzdanosti

Generalno, slučajne promenljive koje opisuju karakteristike konstrukcija i uticaje na njih su funkcije vremena i stoga se mogu označiti sa $X(t)$. Istom logikom i funkcije $R(t)$ i $S(t)$ su funkcije vremena. Na primer, matematičko očekivanje slučajne promenljive $R(t)$ može se menjati kao rezultat slabljenja otpornosti konstrukcije (npr. usled slabljenja veze između elemenata neke spregnute konstrukcije), takođe i standardna devijacija ove slučajne promenljive se može menjati (npr. usled varijabilnosti u predviđanju posledica slabljenja veze na nosivost spregnute konstrukcije, gde ta veza slabi sa vremenom). Sa druge strane, matematičko očekivanje slučajne promenljive $S(t)$ može se povećavati tokom vremena (npr. kao posledica prenamene objekta iz prostora za stanovanje i boravak ljudi u prostor za okupljanje ljudi).



Slika 6.3 Šematski prikaz problema vremenske zavisnosti pouzdanosti (Köhler, 2006.)

Problem pouzdanosti u smislu njene zavisnosti od vremena može se i šematski predstaviti kao na slici 6.3. Na osnovu dijagrama se može zaključiti da se obično pouzdanost smanjuje sa vremenom. Iako je ova situacija uobičajena, suprotno se može desiti prilikom ocene pouzdanosti postojećih konstrukcija, npr tokom očvršćavanja betona ili nekih pogodnih promena. Model vremenski zavisnog indeksa pouzdanosti definiše profil pouzdanosti kao varijaciju indeksa pouzdanosti kroz vreme. (Frangopol et al. 2004)

$$\beta(t) = \begin{cases} \beta_0 & 0 \leq t \leq t_I \\ \beta_0 - \alpha_1(t - t_I) & t > t_I \end{cases} \quad (6.18)$$

gde je α_1 stopa deterioracije, a t_I početno vreme deterioracije.

6.1.2.2. Modelovanje stohastičkim procesom

Uvidelo se poslednjih godina da modelovanje deterioracije slučajnom promenljivom ima određena ograničenja i da nije u stanju da na pravi način sagleda vremenske efekte koji bi mogli biti relevantni za duge eksploatacione cikluse poput onih kod građevinskih konstrukcija. Ovakve stvari su možda još važnije kod spregnutih konstrukcija gde je izraženo različito ponašanje komponentalnih materijala tokom eksploatacionog veka. Stoga je svakako prikladnije baziranje modela deterioracije građevinskih objekata i infrastrukture na vremenski zavisnim stohastičkim procesima koji su počeli da se primenjuju kao alternativa modelovanju slučajnom promenljivom.

Najjednostavnije modelovanje deterioracije stohastičkim procesom je pomoću modela slučajne stope deterioracije koji se definiše kao funkcija zavisna od vremena kod koje je stopa deterioracije slučajna promenljiva (Van Noortwijk 2009). Međutim, deterioracija se obično pretpostavlja kao proces Markova, stohastički proces sa nezavisnim inkrementima. Vrste procesa Markova koji se koriste za modelovanje deterioracije su diskretni proces Markova (lanac Markova) i procesi Markova sa neprekidnim vremenom (van Noortwijk 2009). Lanac Markova je niz slučajnih promenljivih kod koga verovatnoća da se sistem nađe u određenom stanju u budućnosti zavisi samo od trenutnog stanja, a ne i od stanja u kojima se sistem nalazio u prošlosti. On predstavlja široko primenjen model u proceni performansi konstrukcija koje deterioriraju (Straub and Faber 2005). U ovom modelu se proces deterioracije posmatra kroz promene stanja konstrukcije u diskretnim vremenskim intervalima. To je predstavljeno pomoću verovatnoća prelaza iz jednog stanja u drugo. Nažalost, u realnim uslovima verovatnoće prelaza su obično nepoznate i određuju se na

osnovu sakupljenih podataka sa kontrolnih pregleda. U tradicionalnom modelu lanca Markova sve verovatnoće prelaza se smatraju determinističkim, jednom određene verovatnoće prelaza konstantne su tokom vremena. S obzirom da je proces deterioracije konstrukcije varijabilan tokom njenog eksploatacionog ciklusa, predložen je unapređen model lanca Markova, gde su sve verovatnoće prelaza modelovane kao slučajne promenljive (Zhang et al. 2016). Ovaj novi pristup unosi varijabilnost u verovatnoću prelaza, za razliku od tradicionalnog pristupa gde se koristi samo matematičko očekivanje. Kao što smo predhodno napomenuli, modelovanje procesa deterioracije moglo bi se sprovesti i pomoću procesa Markova sa neprekidnim vremenom kao što su npr. Braunovo kretanje i Gama Proces. Glavna razlika između ova dva procesa jeste ta da prvi od njih ima nezavisne inkremente i dekreme, dok drugi ima samo nezavisne inkremente koji ga samim tim čine pogodnijim za modelovanje deterioracije koji je sam po sebi monoton proces.

6.2. Model slučajne stope deterioracije

Model slučajne stope deterioracije (Pandey and Lu, 2013) kao najjednostavniji oblik modelovanja stohastičkim procesom predstavlja zapravo parametarski proces koji se generalno može predstaviti kao deterministička funkcija vremena i slučajne promenljive:

$$X(t) = f(R, t) = R \cdot t^b. \quad (6.19)$$

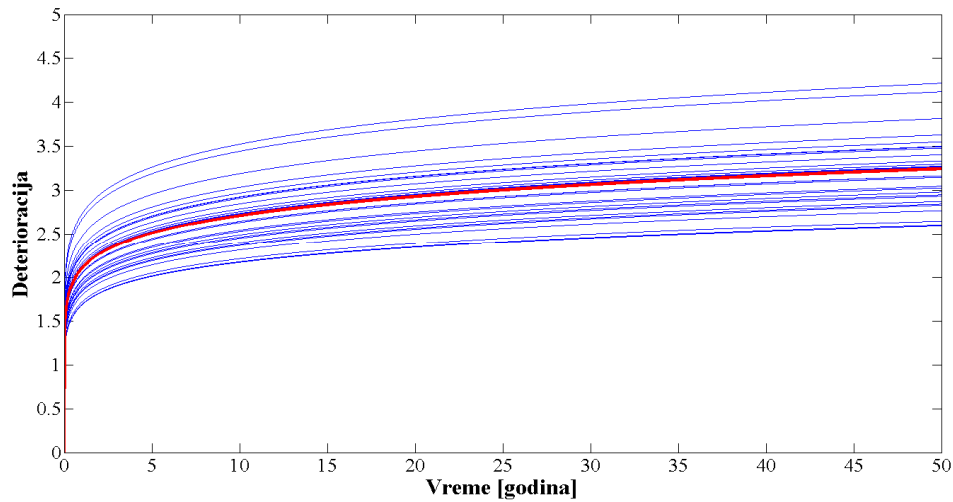
Osnovna ideja ovakvog pristupa je da se različite stope deterioracije u okviru populacije modeluju pomoću slučajne promenljive R sa određenom funkcijom gustine raspodele verovatnoće

$$R = \frac{X(t)}{t^b}. \quad (6.20)$$

Važno je reći da ovaj model ne uzima u obzir vremensku varijabilnost, već samo varijabilnost uzoraka u procesu deterioracije, što se može i videti na slici 6.4. Deterioracija svakog pojedinačnog uzorka unutar populacije je deterministička funkcija poznatog oblika i ima specifičnu stopu deterioracije koja je konstantna tokom vremena.

$$r_j = \frac{x_j(t)}{t^b}, \quad (6.21)$$

gde je j broj uzoraka u populaciji, $x_j(t)$ je realizacija stohastičkog procesa, a r_j je određena stopa deterioracije uzorka.



Slika 6.4 Simulacija deterioracije pojedinačnih uzoraka koristeći model slučajne stope deterioracije

Za modeliranje stope deterioracije je pretpostavljena gama raspodela verovatnoće, a njena funkcija gustine raspodele verovatnoće data je u sledećem obliku:

$$f_R(r) = Ga(r|\eta, \delta) = \frac{r^{\eta-1}}{\Gamma(\eta) \cdot \delta^\eta} \cdot e^{-\frac{r}{\delta}}, \quad (6.22)$$

sa parametrom oblika $\eta > 0$ i parametrom razmere $\delta > 0$, gde je

$$\Gamma(a) = \int_{z=0}^{\infty} z^{a-1} e^{-z} dz \quad (6.23)$$

gama funkcija za $a > 0$.

Deterioraciju u vremenu t možemo označiti sa $X(t)$, $t \geq 0$ i onda imamo funkciju gustine raspodele verovatnoće $X(t)$ u skladu sa definicijom modela slučajne stope deterioracije, datu pomoću:

$$f_{X(t)}(x) = Ga(x|\eta, \delta t^b) = \frac{x^{\eta-1}}{\Gamma(\eta) \cdot (\delta t^b)^\eta} \cdot e^{-\frac{x}{\delta t^b}} \quad (6.24)$$

Matematičko očekivanje, varijansa i koeficijent varijacije su date respektivno:

$$\begin{aligned}
 E[X(t)] &= E[R] \cdot t^b = \eta \cdot \delta \cdot t^b, \\
 Var[X(t)] &= Var[R] \cdot t^{2b} = \eta \cdot \delta^2 \cdot t^{2b}, \\
 CoV[X(t)] &= \frac{\sqrt{Var[X(t)]}}{E[X(t)]} = \frac{1}{\sqrt{\eta}} = const.
 \end{aligned} \tag{6.25}$$

Prikazani probabilistički model deterioracije je prikladniji za modelovanje procesa sa relativno konstantnim uslovima, kao što su korozija i habanje (Pandey and Lu 2013; Huyse and van Roodselaar 2010). Dakle, varijacije u stopi deterioracije u okviru populacije se javljaju kao rezultat individualnih razlika među uzorcima.

6.2.1. Ocena parametara modela slučajne stope deterioracije

Ocena parametara modela slučajne stope deterioracije, η i δ , može se dobiti na osnovu raspoloživih podataka sa kontrolnih pregleda. U ovu svrhu se obično koristi metoda maksimalne verodostojnosti, maksimiziranjem logaritma funkcije verodostojnosti za posmatranu populaciju stopa deterioracije $r_j, j = 1, \dots, m$. Funkcija verodostojnosti je data na sledeći način:

$$L(\eta, \delta) = \prod_{j=1}^m f_R(r) = \prod_{j=1}^m Ga(r_j | \eta, \delta) = \prod_{j=1}^m \frac{r_j^{\eta-1}}{\Gamma(\eta) \cdot \delta^\eta} \cdot e^{-\frac{r_j}{\delta}}. \tag{6.26}$$

Na osnovu dobijene funkcije verodostojnosti, njenim logaritmovanjem dobijamo sledeći izraz:

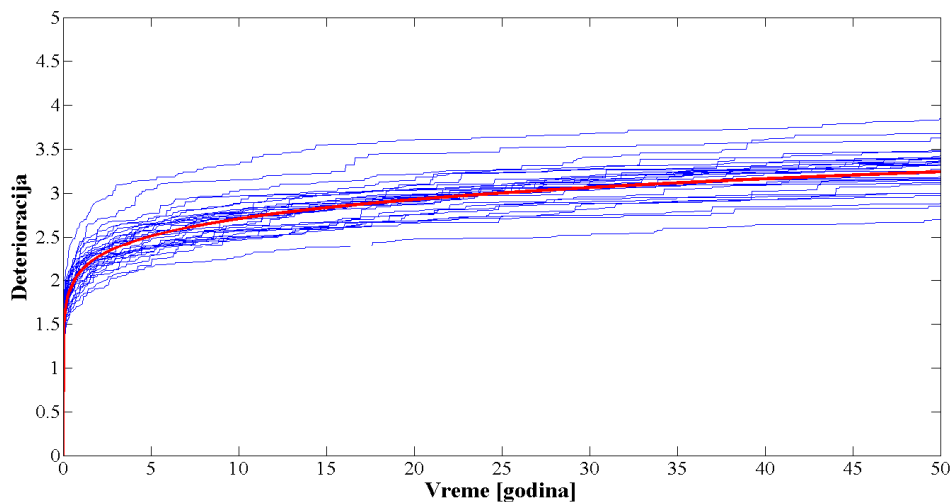
$$l(\eta, \delta) = \log L(\eta, \delta) = (\eta - 1) \sum_{j=1}^m \ln r_j - \frac{1}{\delta} \sum_{j=1}^m r_j - m \cdot \eta \cdot \ln \delta - m \cdot \ln \Gamma(\eta) \tag{6.27}$$

Izjednačavanjem prvih parcijalnih izvoda logaritma funkcije verodostojnosti po η i δ sa nulom, ocene maksimalne verodostojnosti η i δ mogu se dobiti na osnovu sledećeg sistema jednačina:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial l(\eta, \delta)}{\partial \eta} &= \sum_{j=1}^m \ln r_j - m \cdot \ln \delta - m \cdot \psi(\eta) = 0 \\
 \frac{\partial l(\eta, \delta)}{\partial \delta} &= \frac{1}{\delta^2} \sum_{j=1}^m r_j - \frac{m \cdot \eta}{\delta} = 0
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

6.3. Gama proces model

Gama proces je stohastički proces sa nezavisnim, ne-negativnim priraštajima koji imaju gama raspodelu sa identičnim parametrom razmere (Slika 6.5). Godine 1975., Abdel-Hameed (Abdel-Hameed 1975) predlaže da se gama proces koristi kao model za deterioraciju koja se dešava slučajno u vremenu. Gama proces je pogodan za modelovanje postepene propagacije oštećenja tokom vremena sa malim priraštajima, tj. pogodan je za opisivanje procesa kao što su habanje, zamor, tečenje, korozija, širenje pukotina, erozija i slično. Za razliku od modela slučajne stope deterioracije, ovaj model uzima u obzir i vremensku varijabilnost kao i varijabilnost uzoraka tokom deterioracije. Pregledom dostupne literature, može se videti da je između ostalog gama proces model primenjen za opisivanje: tečenja betona (Cinlar et al. 1977), širenja pukotine usled zamora (Lawless et al. 2004), redukcija poprečnog preseka usled korozije (Kallen and van Noortwijk 2005), propagacija korozije čeličnih dokova (Nicolai et al., 2007), deterioracije mostova (Aboura et al., 2009), kao i deterioracije stambenih zgrada (Edirisinghe et al., 2013). Pošto su veoma pogodni za modelovanje vremenski promenljive deterioracije, oni su se pokazali kao korisni prilikom optimizacije kontrolnih pregleda konstrukcija i donošenja odluka o održavanju postojeće infrastrukture u cilju što bolje optimizacije održavanja.



Slika 6.5 Simulacija deterioracije pojedinačnih uzoraka koristeći gama procesa

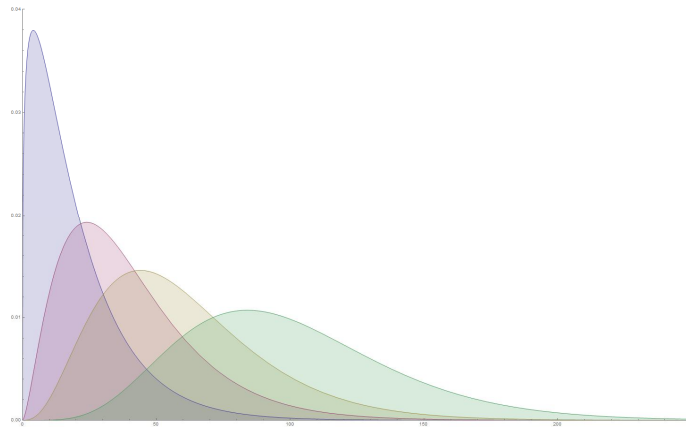
Uzmimo da slučajna promenljiva X ima gama raspodelu verovatnoće sa parametrom oblika $k > 0$ i parametrom razmere $\theta > 0$ i neka je njena funkcija gustine raspodele data na ovaj način:

$$Ga(x|k, \theta) = \frac{1}{\Gamma(k) \cdot \theta^k} x^{k-1} \exp\left\{\frac{-x}{\theta}\right\} I_{(0, \infty)}(x), \quad (6.29)$$

gde je

$$\Gamma(a) = \int_{z=0}^{\infty} z^{a-1} e^{-z} dz \quad (6.30)$$

gama funkcija za $a > 0$.



Slika 6.6 Gustine raspodele verovatnoća slučajne promenljive X sa Gama raspodelom sa različitim parametrima

Neka je sada $k(t)$ neopadajuća, neprekidna s'desna, realna funkcija za $t \geq 0$, sa $k(0) \equiv 0$. Gama proces sa funkcijom oblika $k(t) > 0$ i parametrom razmere $\theta > 0$ je neprekidan stohastički process $\{X(t), t \geq 0\}$ sa sledećim osobinama:

- $X(0) = 0$ sa verovatnoćom 1;
- $\Delta X(t) = X(t + \Delta t) - X(t) \sim Ga(\Delta k(t), \theta)$ za svako $\tau > t \geq 0$, gde je $\Delta k(t) = k(t + \Delta t) - k(t)$ (6.31)
- Za bilo koje $n \geq 1$ i $0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_n < \infty$, slučajne promenljive $X(t_0), X(t_1) - X(t_0), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$ su nezavisne

Neka slučajna promenljiva $X(t)$ predstavlja deterioraciju u vremenu t , $t \geq 0$ i neka je funkcija gustine raspodele verovatnoće slučajne promenljive $X(t)$ u skladu sa definicijom gama procesa, data kao

$$f_{X(t)}(x) = Ga(x|k(t), \theta), \quad (6.32)$$

sa matematičkim očekivanjem i varijansom

$$E(X(t)) = k(t) \cdot \theta, \quad Var(X(t)) = k(t) \cdot \theta^2. \quad (6.33)$$

Koeficijent varijacije je definisan odnosom standardne devijacije i matematičkog očekivanja

$$Cov(X(t)) = \frac{\sqrt{Var(X(t))}}{E(X(t))} = \frac{1}{\sqrt{k(t)}}, \quad (6.34)$$

koji se smanjuje kako se vreme povećava. Sa druge strane, odnos varijanse i matematičkog očekivanja je $1/\theta$ i zbog toga ne zavisi od vremena.

6.3.1. Ocena eksponencijalnog parametara gama proces modela

Ako pretpostavimo da je varijabilnost deterioracije modelovana uz pomoć gama procesa, postavlja se pitanje kako prosečna očekivana deterioracija propagira tokom vremena. Empirijska istraživanja pokazuju da matematičko očekivanje deterioracije u vremenu t može biti aproksimirano pomoću stepene fukcije:

$$E(X(t)) = k(t) \cdot \theta = ct^b \cdot \theta = at^b \propto t^b, \quad (6.35)$$

za neke fizičke konstante $a > 0$ (ili $c > 0$) i $b > 0$.

Na osnovu prethodnih inženjerskih iskustava i dostupnih podataka o naučnim istraživanjima o obliku očekivane deterioracije, parametar, odnosno izložilac b može biti pretpostavljen kao konstanta. Neki od primera oblika očekivane deterioracije opisane pomoću stepene funkcije u zavisnosti od vrednosti parametra b prikazane su u tabeli 6.2.

Gama process može biti *stacionaran*, ako je matematičko očekivanje deterioracije linearno u vremenu, tj. kada je $b=1$ ili *nestacionaran* kada je $b \neq 1$. U slučaju da ne postoje dostupni podaci o obliku očekivane deterioracije, ocenjivanje parametra b se može vršiti na osnovu metode najmanjih kvadrata koje je prethodno opisana.

Tabela 6.2 Neke od vrednosti izložilaca b stepene funkcije koja opisuje oblik očekivane deterioracije (Van Nortwijk 2009)

Vrsta deterioracije	parametar b
Degradacija betona usled korozije armature	1
Degradacija betona usled sulfatne agresije	2
usled kontrolisanog starenja	0.5
usled tečenja	1/8

6.3.2. Ocene parametara oblika i razmere gama proces modela

Nakon određivanja parametra b , potrebno je odrediti i ostala dva parametra gama procesa, parametar oblika i parametar razmere. Za njihovo određivanje obično se koristi neka od metoda tačkastog ocenjivanja parametara.

Posmatrajmo slučajnu promenljivu X sa gustinom raspodele verovatnoće $f(x; \theta)$, gde je θ nepoznati parametar, kao što je λ u eksponencionalnoj raspodeli. Neka su (x_1, x_2, \dots, x_n) realizovane vrednosti uzorka (X_1, X_2, \dots, X_n) , tada one mogu poslužiti za ocenu nepoznatog parametra θ ili za ocenu neke funkcije $\tau(\theta)$ nepoznatog parametra θ . Statistika $U = u(X_1, X_2, \dots, X_n)$, takva da je $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ vrednost u određenom smislu bliska vrednosti funkcije parametra $\tau(\theta)$, je tačkasta ocena za $\tau(\theta)$, a broj $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ je tačkasta ocena za $\tau(\theta)$ na osnovu realizovanog uzorka (x_1, x_2, \dots, x_n) . Naravno da se ne može odabrati bilo koja statistika, nego samo ona koja daje vrednosti bliske funkciji parametra $\tau(\theta)$ koju ocenjujemo. Postoje različite metode za ocenu parametara, a među njima su najčešće primenjivane: *metoda momenata* (MM) i *metoda maksimalne verodostojnosti* (MMV).

6.3.2.1. Metoda momenata

Videli smo da su matematičko očekivanje i varijansa glavne karakteristike slučajne promenljive i one se odnose na parametre raspodele verovatnoće. U slučaju slučajne promenljive sa normalnom raspodelom verovatnoće, parametar μ i σ^2 predstavljaju matematičko očekivanje i varijansu slučajne promenljive. Parametri raspodele mogu biti određeni na osnovu ocene matematičkog očekivanja i varijanse (ili viših momenata, ako je potrebno) slučajne promenljive. Ovo su osnovna načela *metode momenata*.

Uzorački momenti mogu biti korišćeni kao ocene odgovarajućih momenata slučajne promenljive. Matematičko očekivanje i varijansa su srednje vrednosti slučajnih promenljivih X i $(X-\mu)^2$, uzoračka sredina i varijansa uzorka mogu biti definisane kao odgovarajuće prosečne vrednosti uzorka obima n, x_1, x_2, \dots, x_n :

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad S_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2, \quad (6.36)$$

gde su \bar{X} i S_X^2 tačkaste ocene matematičkog očekivanja uzorka (μ) i varijanse uzorka (σ^2).

Nakon što su matematičko očekivanje i varijansa slučajne promenljive ocenjeni, parametri njihove raspodele verovatnoće mogu biti određeni

$$E(\bar{X}) = \mu, \quad E(S_X^2) = \sigma^2. \quad (6.37)$$

U cilju primene modela gama procesa na praktične primere, potrebno je primeniti statističke metode za ocenu parametara. U ovu svrhu, neophodni podaci su vreme izvršenja kontrolnih pregleda $t_i, i=1, \dots, n$, gde je $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ i odgovarajuća vrednost funkcije kumulativne raspodele verovatnoće deterioracije $x_i, i=1, \dots, n$, gde je $0 = x_0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$.

6.3.2.1.1. Ocena parametara *stacionarnog* gama procesa

Neka sada posmatramo *stacionarni* gama proces i neka su $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ i $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$. Stope deterioracije R_i su nezavisne i imaju gama raspodelu i definišu se na sledeći način:

$$R_i = \frac{\Delta X_i}{\Delta t_i} \quad (6.38)$$

Uzoračka sredina i uzoračka varijansa stope deterioracije R_i su definisane kao:

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\Delta x_i}{\Delta t_i}, \quad S_{\bar{R}}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta x_i}{\Delta t_i} - \bar{R} \right)^2. \quad (6.39)$$

Pošto smo pretpostavili da stopa deterioracije R_i ima gama raspodelu, onda je njeno matematičko očekivanje i varijansa:

$$E(\bar{R}) = c\theta$$

$$\begin{aligned} E(S_R^2) &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n E\left(\frac{\Delta X_i}{\Delta t_i} - \bar{R}\right)^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n E\left[\left(\frac{\Delta X_i}{\Delta t_i} - c\theta\right) - (\bar{R} - c\theta)\right]^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left\{ \text{Var}\left[\frac{\Delta X_i}{\Delta t_i}\right] - \frac{2}{n} \text{Var}\left[\frac{\Delta X_i}{\Delta t_i}\right] + \text{Var}[\bar{R}] \right\} \\ &= \frac{1}{n} c\theta^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\Delta t_i}\right) \end{aligned} \quad (6.40)$$

Na osnovu relacije između uzoračkih momenata i očekivanih vrednosti, dobijamo:

$$\begin{aligned} c\theta &= \bar{R}, \\ c\theta^2 &= \frac{n \cdot S_{\bar{R}}^2}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\Delta t_i}\right)}. \end{aligned} \quad (6.41)$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina, dobijamo ocene parametara. Postoji i drugi način primene metode momenata za ocenu parametara prema Cinlar et al. (1977). Ovde je suština da se umesto nalaženja momenata stope deterioracije, računaju momenti priraštaja

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i} = \frac{x_n}{t_n}, \quad (6.42)$$

$$S_Y^2 = \sum_{i=1}^n (\Delta x_i - \bar{Y} \Delta t_i)^2.$$

Pošto je

$$E[\bar{Y}] = E\left[\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}\right] = \frac{E[X(t_n)]}{t_n} = c\theta \quad (6.43)$$

$$\begin{aligned}
 E(S_Y^2) &= E\left[\sum_{i=1}^n (\Delta X_i - \bar{Y}\Delta t_i)^2\right] = E\left[\sum_{i=1}^n \{(\Delta X_i - c\theta\Delta t_i) - (\bar{Y} - c\theta)\Delta t_i\}^2\right] \\
 &= \sum_{i=1}^n \text{Var}(\Delta X_i) + \sum_{i=1}^n \Delta t_i \text{Var}(\bar{Y}) = c\theta^2 t_n \left[1 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta t_i}{t_n}\right)^2\right],
 \end{aligned} \tag{6.44}$$

na osnovu relacije između očekivanih vrednosti i ocena, dobijamo:

$$\begin{aligned}
 c\theta &= \bar{Y} = \frac{x_n}{t_n}, \\
 c\theta^2 &= \frac{S_Y^2}{t_n \left[1 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta t_i}{t_n}\right)^2\right]},
 \end{aligned} \tag{6.45}$$

odakle je ocena parametara c i θ dobijena kao:

$$\begin{aligned}
 \hat{c} &= \frac{x_n^2 \cdot \left[1 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta t_i}{t_n}\right)^2\right]}{t_n \cdot S_Y^2}, \\
 \hat{\theta} &= \frac{S_Y^2}{x_n \cdot \left[1 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta t_i}{t_n}\right)^2\right]}.
 \end{aligned} \tag{6.46}$$

6.3.2.1.2. Ocena parametara *nestacionarnog* gama procesa

Posmatrajmo sada *nestacionarni* gama proces sa funkcijom oblika $k(t) = ct^b$ i parametrom razmere θ i pretpostavimo da je vrednost stepena b poznata, dok su vrednosti c i θ nepoznate.

Polazimo od izraza za matematičko očekivanje i varijansu deterioracije u vremenu t :

$$E[X(t)] = ct^b \cdot \theta, \quad \text{Var}[X(t)] = ct^b \cdot \theta^2. \tag{6.47}$$

Kada je parameter tj. izložilac b poznat, onda *nestacionarni* gama proces može biti lako transformisan u *stacionarni* gama proces uvođenjem transformacije kalendarskog vremena t u operaciono vreme $z(t)$:

$$z(t) = t^b. \quad (6.48)$$

Stohastički process ima stacionarne priraštaje ako raspodela verovatnoće priraštaja $X(t+h) - X(t)$ zavisi samo od h za svako t , $h \geq 0$. Zamenom inverzne vremenske transformacije $t(z) = z^{1/b}$ u prethodne izraze za matematičko očekivanje i varijansu, dobijamo:

$$E[X(t(z))] = cz \cdot \theta, \quad \text{Var}[X(t(z))] = cz \cdot \theta^2. \quad (6.49)$$

Nakon izvršene transformacije vremena tehničke kontrole imamo sada da je $z_i = t_i^b$, $i=1, \dots, n$. Neka je vreme između tehničkih kontrola dato na sledeći način:

$$w_i = t_i^b - t_{i-1}^b, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6.50)$$

Označimo priraštaj deterioracije sa ΔX_i i neka je:

$$\Delta X_i = X_i - X_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6.51)$$

Priraštaj deterioracije ΔX_i ima gama raspodelu verovatnoće sa parametrom oblika cw_i i parametrom razmere θ za svako $i=1, \dots, n$, a sami priraštaji $\Delta X_1, \dots, \Delta X_n$ su nezavisni.

Označimo sa Y :

$$Y_i = \Delta X_i - cw_i \cdot \theta, \quad i = 1, \dots, n, \quad (6.52)$$

gde su X_i , ΔX_i i Y_i slučajne promenljive, dok su x_i , Δx_i i y_i odgovarajuće vrednosti slučajnih promenljivih. Imamo za svako $i=1, \dots, n$ da je prvi i drugi moment slučajne promenljive Y_i :

$$E(Y_i) = 0, \quad E(Y_i^2) = cw_i \cdot \theta^2. \quad (6.53)$$

Uvodimo sada iz olakšavajućih razloga oznake prosečnih stopa deterioracije po jedinici operacionog vremena:

$$\Delta \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta X_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad \bar{Y} = \Delta \bar{X} - c \cdot \theta, \quad (6.54)$$

odnosno, imamo sada da je:

$$E(\bar{Y}) = 0,$$

$$E(\bar{Y}^2) = \frac{\sum_{i=1}^n E(Y_i^2)}{\left(\sum_{i=1}^n w_i\right)^2} = c\theta^2 \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{\left(\sum_{i=1}^n w_i\right)^2} = c\theta^2 \frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}. \quad (6.55)$$

Može se videti da je:

$$E(\Delta\bar{X}) = c\theta,$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (\Delta X_i - \Delta\bar{X} \cdot w_i)^2 &= \sum_{i=1}^n (\Delta X_i - cw_i \cdot \theta - (\Delta\bar{X} - c\theta) \cdot w_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (\Delta Y_i - \bar{Y} \cdot w_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i^2 - 2Y_i\bar{Y} \cdot w_i + w_i^2\bar{Y}^2). \end{aligned} \quad (6.56)$$

Pošto je $E(Y_i) = 0$, onda možemo reći da je :

$$E(Y_i\bar{Y}) = \frac{E(Y_i \sum_{j=1}^n Y_j)}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{E(Y_i^2 + Y_i \sum_{i \neq j} Y_j)}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{E(Y_i^2)}{\sum_{i=1}^n w_i} = c\theta^2 \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad (6.57)$$

$$E\left(\sum_{i=1}^n (\Delta X_i - \Delta\bar{X} \cdot w_i)^2\right) = c\theta^2 \left(\sum_{i=1}^n w_i - \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2}{\sum_{i=1}^n w_i} \right).$$

Prethodni sistem jednačina možemo transformisati na sledeći način:

$$\hat{c}\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{x_n}{t_n^b} = \Delta\bar{x}, \quad (6.58)$$

$$\hat{c}\hat{\theta}^2 \cdot \left(\sum_{i=1}^n w_i - \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2}{\sum_{i=1}^n w_i} \right) = \sum_{i=1}^n (\Delta x_i - \Delta\bar{x}w_i)^2.$$

Konačno, rešavanjem sledećeg sistema jednačina, dobijaju se ocene parametara c i θ na osnovu metode momenata:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i - \Delta \bar{x} w_i)^2}{x_n \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2}{\left(\sum_{i=1}^n w_i \right)^2} \right)}, \quad (6.59)$$

$$\hat{c} \hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{x_n}{t_n^b} = \Delta \bar{x}.$$

6.3.2.2. Metoda maksimalne verodostojnosti

Ocena nepoznatih parametara c i θ pomoću metode maksimalne verodostojnosti može se ostvariti maksimiziranjem logaritma funkcije verodostojnosti posmatranih priraštaja deterioracije $\delta_i = x_i - x_{i-1}$, $i=1, \dots, n$. Funkcija verodostojnosti je predstavljena kao proizvod nezavisnih funkcija gustine gama raspodele verovatnoće:

$$\begin{aligned} L(c, \theta) &= \prod_{i=1}^n f_{X(t_i) - X(t_{i-1})}(\delta_i) = \prod_{i=1}^n Ga(\delta_i | c[t_i^b - t_{i-1}^b], \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\Gamma(c[t_i^b - t_{i-1}^b]) \cdot \theta^{c[t_i^b - t_{i-1}^b]}} \delta_i^{c[t_i^b - t_{i-1}^b] - 1} \exp\left(\frac{-\delta_i}{\theta}\right). \end{aligned} \quad (6.60)$$

Logaritmovanjem ove funkcije verodostojnosti, dobijamo sledeći izraz:

$$\begin{aligned} l(c, \theta) &= \log L(c, \theta) = \sum_{i=1}^n (c[t_i^b - t_{i-1}^b] - 1) \log \delta_i - c \sum_{i=1}^n [t_i^b - t_{i-1}^b] \log \theta \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \log \Gamma(c[t_i^b - t_{i-1}^b]) - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n \delta_i. \end{aligned} \quad (6.61)$$

Izjednačavanjem prvih parcijalnih izvoda logaritma funkcije verodostojnosti priraštaja deterioracije $l(c, \theta)$ po c i po θ sa nulom, dobijamo sledeći sistem jednačina maksimalne verodostojnosti:

$$\frac{\partial l(c, \theta)}{\partial c} = \sum_{i=1}^n [t_i^b - t_{i-1}^b] \{ \log \delta_i - \psi(c[t_i^b - t_{i-1}^b]) - \ln \theta \} = 0, \quad (6.62)$$

$$\frac{\partial l(c, \theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^n \delta_i - \frac{c}{\theta} \sum_{i=1}^n [t_i^b - t_{i-1}^b] = 0,$$

gde je $\psi(a)$ digama funkcija što predstavlja izvod logaritma gama funkcije

$$\psi(a) = \frac{\Gamma'(a)}{\Gamma(a)} = \frac{\partial \log \Gamma(a)}{\partial a}. \quad (6.63)$$

Rešavanjem sistema jednačina maksimalne verodostojnosti, dobijaju se ocene parametara c i θ na osnovu metode maksimalne verodostojnosti:

$$\sum_{i=1}^n [t_i^b - t_{i-1}^b] \{ \psi(c[t_i^b - t_{i-1}^b]) - \log \delta_i \} = t_n^b \log \left(\frac{x_n}{c t_n^b} \right), \quad (6.64)$$

$$\theta = \frac{x_n}{c \cdot t_n^b}.$$

Ocena parametra oblika c dobija se na osnovu prve jednačine prethodnog sistema iterativnom metodom, a zatim se određuje i parametar razmere θ . Na osnovu dobijene ocene nepoznatog parametra θ u prethodnoj jednačini, matematičko očekivanje deterioracije u vremenu t je:

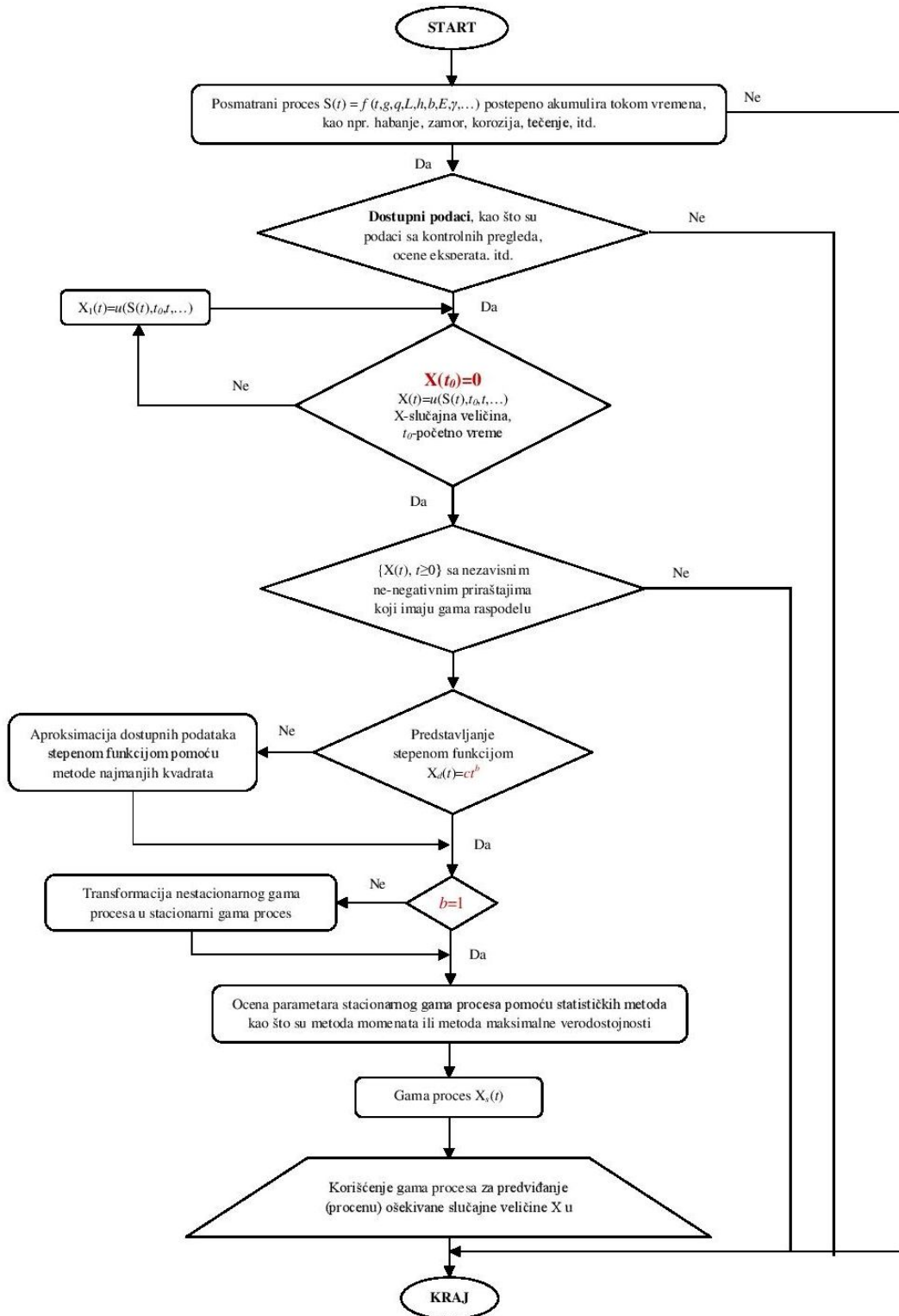
$$E[X(t)] = x_n \left[\frac{t}{t_n} \right]^b. \quad (6.65)$$

Matematičko očekivanje deterioracije na poslednjoj tehničkoj kontroli, u vremenu t_n , ima sledeći oblik:

$$E[X(t_n)] = x_n. \quad (6.66)$$

Metoda maksimalne verodostojnosti za ocenu parametara c i θ može se takođe primeniti i za ocenu parametra b . Parametar b onda mora biti određen numerički maksimiziranjem funkcije verodostojnosti. Treba znati da ova funkcija verodostojnosti može biti primenjena i na više od jedne komponente.

Kako bi se modela gama procesa lakše primenio na praktične primere, na slici 6.7 prikazan je algoritam primene gama procesa za modelovanje monotoni procesa koji postepeno akumuliraju tokom vremena.

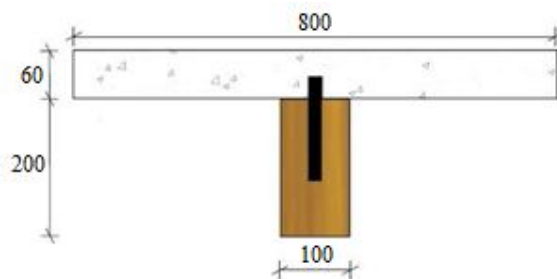


Slika 6.7 Algoritam primene gama procesa za modelovanje monotonih procesa koji postepeno akumuliraju tokom vremena

6.4. Modelovanje deterioracije spregnutog nosača tipa drvo-beton

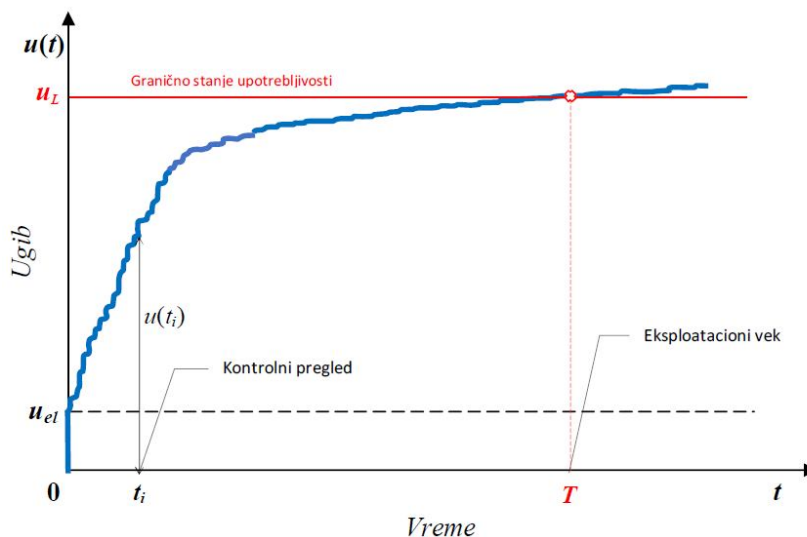
Glavni uzrok koji dovodi do deterioracije i samim tim do smanjenja sigurnosti i pouzdanosti postojećih konstrukcija i infrastrukture je uticaj spoljašnje sredine. Komponentalni materijali spregnutog nosača tipa drvo-beton deterioriraju različitim tempom tokom eksploatacionog veka konstrukcije. Bilo koji analitički model za procenu ponašanja spregnutog nosača tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja mora da uključi veoma različite efekte ponašanja koji se razvijaju u različitim periodima tokom eksploatacionog veka, kao što je tečenje drveta, skupljanje i bubrenje drveta praćeno smanjivanjem i povećanjem sadržaja vlage u njemu, kao i drugim efektima spoljašnjih uticaja. Slično drvetu, treba uzeti u obzir i efekte tečenja betona, skupljanja betona, termalnih dilatacija i pucanja u zateznim zonama. Osim toga, spojna sredstva su fleksibilna, osim nekoliko izuzetaka, ali i ona pokazuju određene efekte tečenja. Imajući u vidu složenost prethodno pomenutih uticaja, svaki deterministički oblik rešenja će imati ograničenu validnost u realnim uslovima pošto je nemoguće testiranje dovoljno velikog broja različitih sistema u svim mogućim varijantama spoljašnjih uslova u kojima se mogu naći. Modelovanje deterioracije određene konstrukcije kao i predviđanje trenutka kada će se dostići granično stanje upotrebljivosti predstavlja konstantan izazov za građevinske inženjere. Primena probabilističkih modela u ove svrhe je neophodna kako bi se što bolje sagledala varijabilnost samih karakteristika konstrukcije kao i varijabilnost uticaja spoljašnje sredine. Samo ukoliko postoji dovoljno saznanja o stanju posmatranog nosača, dalji postupci kao što su planiranje redovnog održavanja i sanacije mogu se obavljati na efikasan način.

Posmatrajmo slučaj spregnutog nosača tipa drvo-beton izvedenog mehaničkim spojnim sredstvima čiji je poprečni presek prikazan na slici 6.8, statičkog sistema proste grede i raspona 4.5m. Betonska ploče izrađena je od betona klase C25/30, a drvena greda od monolitnog drveta klase C27. U prethodno izbušene rupe i premazane epoksi smolom, pod pravim uglom u odnosu na gredu, ugrađeni su čelični trnovi $\phi 20/150$ mm klase čvrstoće S235 na razmacima od 240 mm. Pretpostavili smo da se ovi spregnuti nosači nalaze u unutrašnjim uslovima (u zatvorenom prostoru), gde je temperatura vazduha (T) 22 ± 4 ° C, a relativna vlažnost vazduha (RH) je $50 \pm 5\%$.



Slika 6.8 Poprečni presek posmatranog spregnutog nosača tipa drvo-beton

Za spregnute nosače srednjeg i velikog raspona najvažniji kriterijum prilikom projektovanja je granično stanje upotrebljivosti maksimalnih ugiba (Fragiacomo et al. 2004). Uzimajući to u obzir, mi ćemo se fokusirati na predviđanje maksimalnog ugiba u sredini raspona nosača opterećenog eksploatacionim opterećenjem i na osnovu toga vršiti ujedno i procenu njegovog eksploatacionog veka. Kao početni ugib, ugib u vremenu t_0 , pretpostavićemo elastični ugib u_{el} izmeren odmah nakon nanošenja opterećenja. Na osnovu prethodno iznete tvrdnje o graničnom stanju upotrebljivosti, spregnuti nosač tipa drvo-beton će dostići granično stanje upotrebljivosti kada ugib u sredini nosača dostigne pretpostavljenu graničnu vrednost u_L , koja prema preporukama Evrokoda 5 (CEN 2004) iznosi $l/200$.



Slika 6.9 Trend priraštaja očekivanog ugiba u sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo-beton pod eksploatacionim opterećenjem

Radi lakše primene u praktične svrhe, mi ćemo razmatrati **relativni ugib** u sredini raspona nosača u vremenu t , koji ćemo definisati na sledeći način:

$$X(t) = \frac{u(t) - u_{el}}{u_{el}}, \quad (6.67)$$

gde je $u(t)$ vrednost ugiba u vremenu t .

Pošto smo definisali relativni ugib tokom vremena, onda možemo identifikovati i kritičan nivo ovog procesa deterioracije (ρ) koji je definisan na sledeći način:

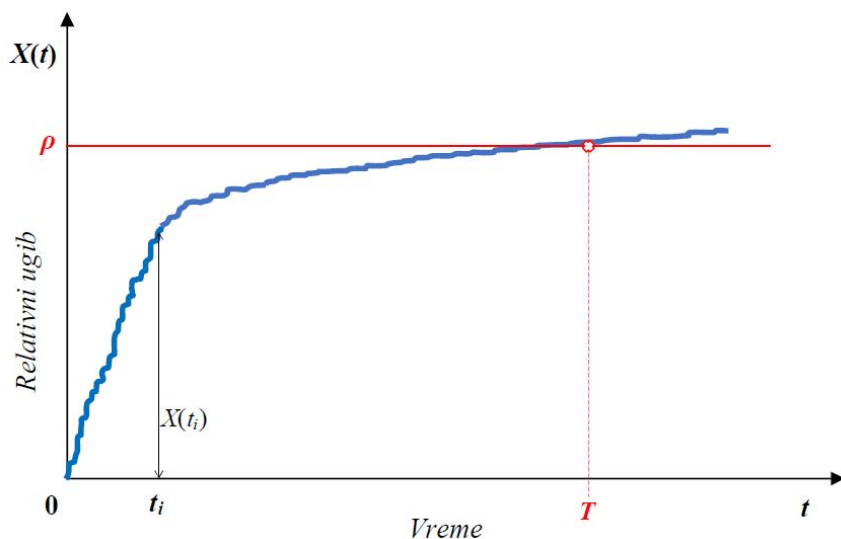
$$\rho = \frac{u_L - u_{el}}{u_{el}}. \quad (6.68)$$

Kritična vrednost relativnog ugiba ρ za posmatrani nosač iznosi 4.9518. Na osnovu predhodno iznešenog, sada možemo funkciju graničnog stanja upotrebljivosti izraziti na sledeći način:

$$g(\rho, X, t) = \rho - X(t). \quad (6.69)$$

Kada relativni ugib $X(t_i)$ dostigne pretpostavljeni kritični nivo ρ , posmatrani spregnuti nosač će dostići granično stanje upotrebljivosti. Samim tim, verovatnoću loma posmatranog spregnutog nosača možemo izraziti na sledeći način:

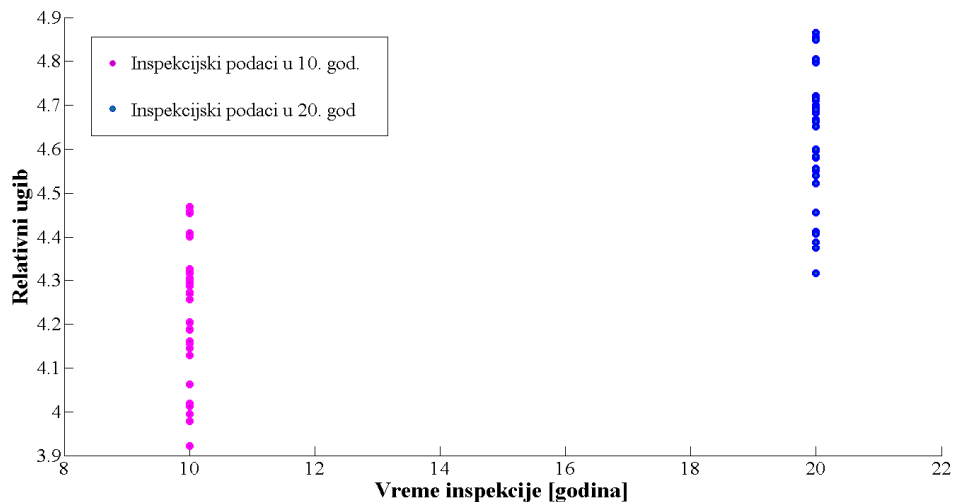
$$P_f(t) = P[g(\rho, X, t) \leq 0] = P[X(t) \geq \rho] \quad (6.70)$$



Slika 6.10 Trend priraštaja očekivanog relativnog ugiba u sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo- beton pod eksploatacionim opterećenjem

6.4.1. Komparativna analiza modela stohastičkog procesa

U okviru ove analize, biće razmatrana primena dva različita probabilistička modela deterioracije koja su predhodno opisana, model slučajne stope deterioracije (RV model) i gama proces model (GP model), na modelovanje deterioracije spregnutog nosača tipa drvo-beton. U nedostatku podataka sa kontrolnih pregleda o merenju deterioracije u uslovima normalnog korišćenja, kao i zato što su dugotrajni eksperimenti pod normalnim eksploatacionim uslovima skupi, primenjen je test ubrzanog starenja. Podaci dobijeni na osnovu testa ubrzane deterioracije su generisani koristeći dostupni deterministički model zasnovan na izvedenim eksperimentalnim testovima (Florence test), koje je predstavio Fragiacommo (Fragiacommo 2006). Ovaj pristup služi za simuliranje stanja populacije od 30 identičnih greda izloženih uslovima u zatvorenom prostoru. Razmatrani spregnuti nosači se prate kroz periodične inspekcije u 10. i 20. godini eksploatacije. Na taj način kontrolni pregledi otkrivaju propagaciju deterioracije svakog pojedinačnog kontrolisanog nosača.



Slika 6.11 Inspekcijski podaci za posmatrane nosače

Generalno, propagacija deterioracije nije konstantna unutar posmatrane populacije u svakom vremenskom intervalu. Ona je više slučajna promenljiva zbog varijabilnog uticaja okoline tokom eksploatacionog ciklusa. Varijabilnost procesa deterioracije u okviru grupe konstruktivnih elemenata moguće je simulirati pomoću Monte Carlo metode. Varijacija uticaja uslova sredine izazvaće disperziju veličine ugiba u sredini raspona nosača u okviru

populacije tokom vremena (Slika 6.11). Samim tim postojaće i varijabilnost eksploatacionog veka među uzorcima. Kako bi se dobio odnos između prosečne stope deterioracije i vremena, dostupni inspeksijski podaci o stanju relativnog ugiba aproksimirani su stepenom funkcijom. To se postiže regresionom analizom koja koristi metod najmanjih kvadrata, što je predloženo i u (Nicolai et al. 2007). Uzimajući u obzir da stepena funkcija veoma dobro fituje dostupne podatke ($R^2=0.9175$), očekivana deterioracija spregnutog nosača u uslovima normalne eksploatacije može se modelirati na sledeći način:

$$E[X(t)] = 3.238 \cdot t^{0.1104}, \quad (6.71)$$

gde $E[X(t)]$ predstavlja očekivanu deterioraciju relativnog ugiba u sredini raspona nosača pod uslovima unutrašnje sredine u vremenu t .

Imajući ocenu eksponencijalnog parametra b , možemo oceniti i druga dva parametra predloženog modela slučajne stope deterioracije, kao i gama proces modela. Ocena parametra oblika i parametra razmere razmatranih modela izvršena je metodom maksimalne verodostojnosti, koja je predhodno opisana. S obzirom da imamo dostupne inspeksijske podatke iz 10. i 20. eksploatacionog veka, slučajna stopa deterioracije je data na sledeći način:

$$R = \frac{X(t_2) - X(t_1)}{t_2^b - t_1^b} \quad (6.72)$$

Respektivno, stopa deterioracije pojedinačnog uzorka je onda:

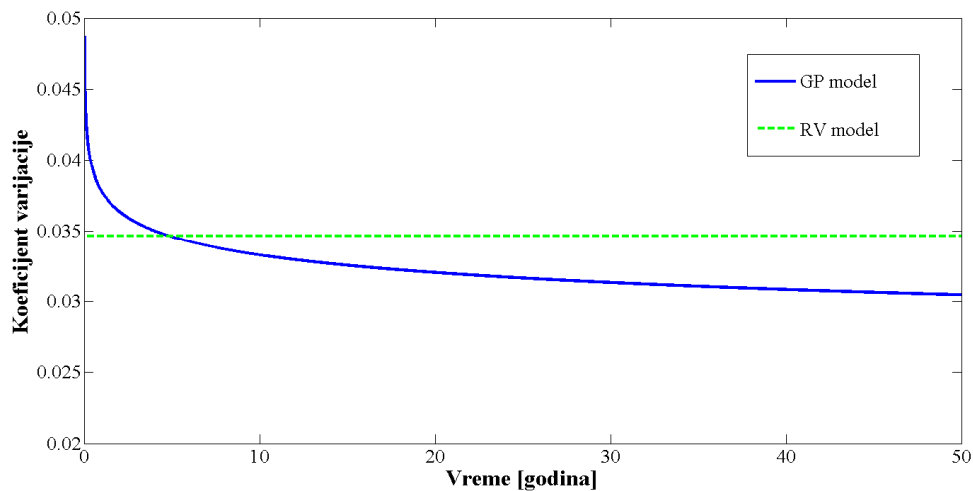
$$r_j = \frac{x_j(t_2) - x_j(t_1)}{t_2^b - t_1^b} \quad (6.73)$$

Ocenjeni parametri razmatranih probabilističkih modela primenom metode maksimalne verodostojnosti dati su u tabeli 6.3.

Tabela 6.3 Ocenjeni parametri oblika i razmere

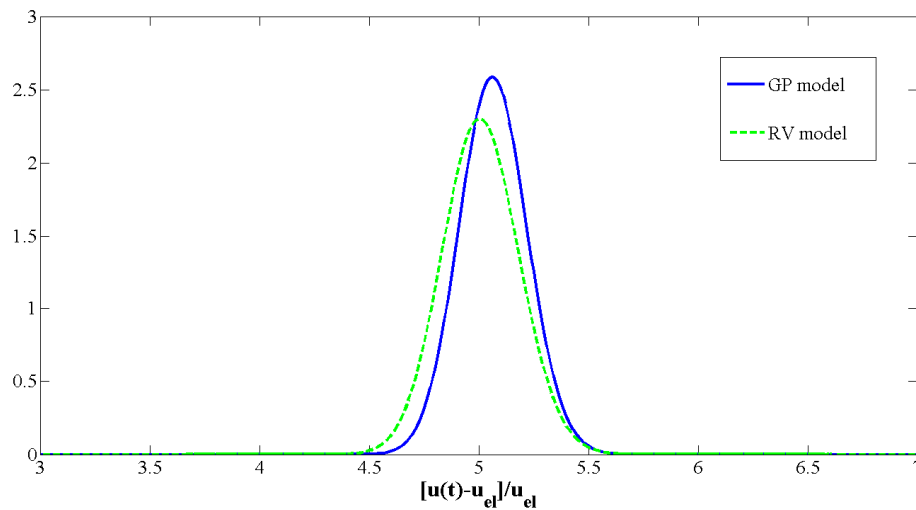
<i>Model slučajne stope deterioracije</i>		<i>Gama proces model</i>	
Oblik (η)	Razmera (δ)	Oblik (c)	Razmera (θ)
834.069	0.0039	699.912	0.0047

Uzimajući u obzir da model slučajne stope deterioracije zavisi samo od jedne slučajne promenljive čije su matematičko očekivanje i standardna devijacija konstantna tokom vremena, koeficijent varijacije ovog probabilističkog modela deterioracije je konstantan tokom vremena. Pored toga, koeficijent varijacije gama proces modela je promenljiv tokom vremena i predstavlja funkciju vremena sa negativnim eksponentom, $t^{-b/2}$. Na osnovu ovoga, koeficijent varijacije gama proces modela ima veću vrednost u prvih nekoliko godina. Međutim, njegova vrednost se ubrzo smanjuje i postaje niža od koeficijenta varijacije modela slučajne stope deterioracije, što je indikator kvaliteta i stabilnosti za dugoročna predviđanja (slika 6.12).



Slika 6.12 Koeficijent varijacije očekivane deterioracije $X(t)$

Na slici 6.13 je dat komparativni prikaz predviđanja očekivane deterioracije $X(t)$ u 50. godini eksploatacionog veka, koristeći razmatrane probabilističke modele. Na osnovu toga možemo zaključiti da gama proces model daje stabilniju prognozu očekivane deterioracije od modela slučajne stope deterioracije.



Slika 6.13 Komparacija oekivane deterioracije $X(t)$ u 50. godini eksploatacionog veka

6.4.2. Primena gama proces modela deterioracije

Modelovanje deterioracije pomoću gama procesa predstavlja jednu uspešnu kombinaciju fizičkog i statističkog modela. Predviđanje budućeg stanja konstrukcije vrši se na osnovu analize fizičke deterioracije u skladu sa kojom se utvrđuje određena zakonitost kao i na osnovu dostupnih podataka o trenutnom stanju konstrukcije. Ova metoda predstavlja sklad između inženjerskog znanja i iskustva sa jedne strane i statističkih podataka dobijenih sa kontrolnih pregleda.

Bakker i Van Noortwijk su u svom radu (Bakker and van Noortwijk 2004) predstavili tzv. “inspection validation model”. Ovaj model predlaže ocenu parametara gama procesa na osnovu inspeksijskih podataka kombinujući metodu najmanjeg kvadrata i metodu maksimalne verodostojnosti. Ovaj pristup može imati određene nedostatke jer se oslanja isključivo na rezultate kontrolnih pregleda bez sagledavanja šire slike posmatrane fizičke deterioracije dobijene na osnovu dostupnog znanja iz te oblasti.

Kako bi pronašli odnos između nivoa propagacije korozije čeličnih dokova i vremena, Nicolai et al. (2007) su uzeli u obzir mišljenja eksperata, tj. oslonili su se na iskustva iz prakse. Oni su konsultovali eksperte i od njih zatražili mišljenja u vezi sa svojim problemom. Dobijene podatke su zatim fitovali, odnosno aproksimirali stepenom i logaritamskom funkcijom. Dosta bolji rezultati dobijeni su fitovanjem dostupnih podataka pomoću stepene funkcije, što je bilo i za očekivati znajući da se mnoge fizičke veze mogu modelovati pomoću

stepene funkcije. Kao rezultat svega toga bilo je određivanje vrednosti izložioca b , stepene funkcije ct^b .

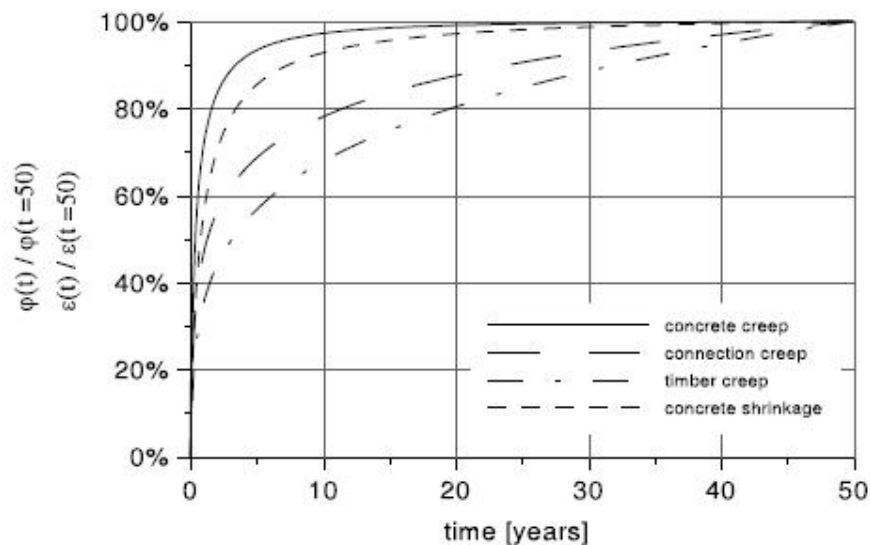
Pored navedenih slučajeva, postoje i oni gde se trend očekivane deterioracije otkriva na osnovu sprovedenih eksperimenata. U (Cinlar et al. 1977) je prikazana analiza tečenja betona. Ovde je dat prikaz testova tečenja betona ograničenog trajanja od 6-12 meseci. Dobijene rezultate sprovedenih testova zatim su ekstrapolirali do 40. godine. Osnovna pretpostavka sprovedenih testova bila je da se razmatranje ograniči samo na osnovno tečenje koje nije posledica promene vlažnosti, kao i da se testovi tečenja vrše pod konstantnim naponom i konstantnom temperaturom. Aproksimiranjem rezultata testova, čini se da se prosečna kriva tečenja prilično zadovoljavajuće opisuje pomoću stepene funkcije i izvršena je ocena izložioca stepene funkcije. Pregledom dostupne literature, može se videti da se i posle toliko godina ova referenca uzima kao relevantna.

6.4.2.1. Trend priraštaja očekivane deterioracije

Dugotrajni eksperimenti su sami po sebi veoma skupi i zahtevaju dosta pripreme, međutim i pored toga do sada je sprovedeno nekoliko njih. Na osnovu pregleda dostupne literature, najduži eksperiment koji je sproveden nad spregnutim nosačima tipa drvo-beton opterećenim dugotrajnim opterećenjem bio je Florence test i trajao je 5 godina (Ceccotti et al. 2006). Sasvim je razumljivo da iz objektivnih razloga nije moguće sprovesti dovoljno dug eksperiment koji će pokriti ceo eksploatacioni vek. Takođe, u praksi je nemoguće postaviti eksperimentalni program za takve konstrukcije koji bi odražavao sve slučajeve spoljašnjih uslova koji se mogu susresti u realnim okolnostima. Samim tim, postavlja se pitanje kako uopšte otkriti trend priraštaja očekivane deterioracije spregnutih nosača drvo-beton. Postojeći deterministički modeli deterioracije za predviđanje ponašanja spregnutih nosača tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja predstavljeni su od strane različitih autora (Fragiacomo and Cecotti 2004; Fragiaco 2006; Jorge et al. 2010; Fragiaco and Schänzlin 2013; Kanocz et al. 2013). Ovi modeli predviđanja su zasnovani na laboratorijskim ispitivanjima sprovedenim na određenom broju uzoraka i ne uključujući bilo kakve varijabilnosti promenljivih modela. Problem kod ovakvih determinističkih modela je taj što oni prikazuju prosečno ponašanje tokom vremena, ali ne i realnu varijaciju tog ponašanja tokom vremena. Stoga, deterministički modeli predviđanja imaju određena ograničenja u realnim uslovima jer pružaju tačkasto predviđanje budućeg stanja konstrukcije. S obzirom na to da je ponašanje spregnutog sistema tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja varijabilan proces,

prikladnije je korišćenje probabilističkog modela deterioracije kako bi se uzela u obzir neodređenost u karakteristikama komponentalnih materijala i uticajima sredine.

Istraživanje ponašanja spregnutih greda drvo-beton pod dugotrajnim opterećenjem koje je izloženo u (Jorge et al. 2010) pokazuje da se najznačajnije povećanje ugiba dešava tokom prvih par godina, što je posebno izraženo kod spregnutih greda izloženih spoljašnjim uticajima. Ishod sprovedenih eksperimenata otkriva da se u betonu oko 90 % ukupne deformacije usled tečenja dešava tokom prvih 3 do 7 godina, dok se u istom tom period u drvetu dešava 50- 60 % ukupne deformacija usled tečenja.

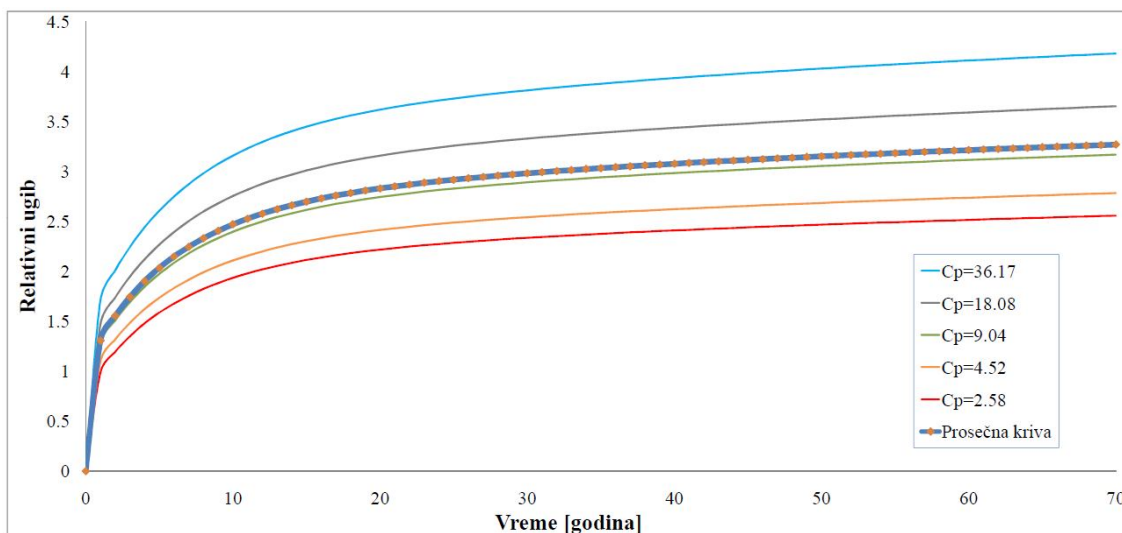


Slika 6.14 Uticaj reoloških efekata kod spregnutih konstrukcija drvo-beton (Jorge et al. 2010)

Uzimajući u obzir samu prirodu ponašanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pod dugotrajnim opterećenjem i to kako ona utiče na maksimalni ugib spregnutog noača, možemo zaključiti da je ugib posmatranog spregnutog nosača varijabilan tokom vremena, a ujedno i monoton, tj. ne smanjuje se tokom vremena, tako da je najprikladnije posmatrati ga kao *stohastički gama proces*.

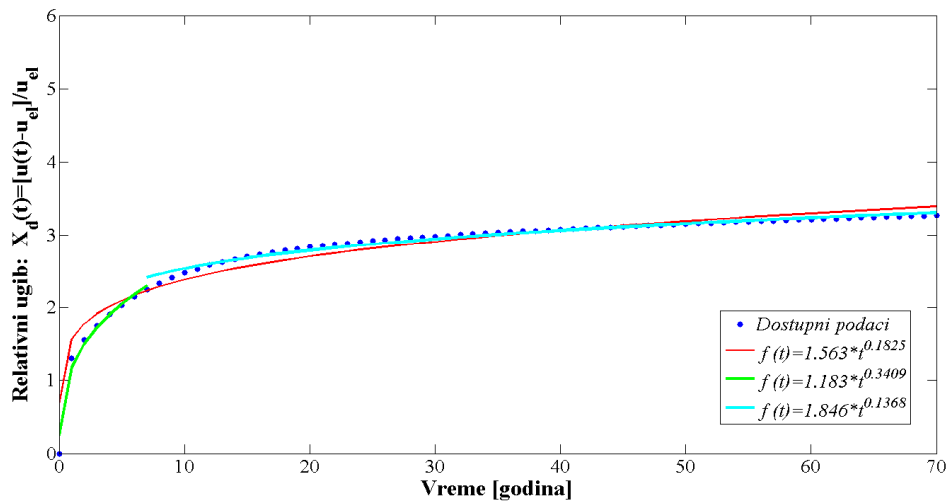
U dostupnoj literaturi ne postoje bilo kakvi podaci o opisu očekivane deterioracije ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton pomoću neke uprošćene matematičke funkcije. Da bismo pronašli odnos između nivoa očekivane degradacije relativnog ugiba u sredini raspona nosača i vremena, korišćićemo podatke dobijene na osnovu determinističkog modela opisanog u poglavlju 4. Uzimajući u obzir sve prethodno navedeno, naš predlog je da se sprovede parametarska analiza koja bi razmatrala različite poprečne preseke spregnutog

nosača. U ovoj analizi su razmatrane različite širine drvene grede (50,100,200,400 i 700mm), a samim tim i različiti oblici poprečnog preseka spregnutog nosača definisani odgovarajućim parametrom konfiguracije poprečnog preseka C_p (36.17, 18.08, 9.04, 4.52 i 2.58), što je i prikazano na slici 6.15. Srednje vrednosti relativnog ugiba $X_d(t_i)$ za svako t_i definišaće prosečnu krivu koja predstavlja trend priraštaja očekivane deterioracije spregnutog nosača tipa drvo-beton.



Slika 6.15 Determinističke krive koje daju prikaz očekivane deterioracije relativnog ugiba tokom vremena za različite oblike poprečnog preseka

Kao što je već napred rečeno, empirijska istraživanja pokazuju da se matematičko očekivanje deterioracije u vremenu t najbolje aproksimira pomoću stepene funkcije (Van Nortwijk 2009). Ocenjivanje izložioca b stepene funkcije oblika ct^b vršiće se pomoću metode najmanjih kvadrata. Na osnovu sprovedenih eksperimenata pod dugotrajnim opterećenjem koji su pokazali značajno povećanje ugiba tokom prvih 7 godina (Jorge et al. 2010), odlučili smo da dostupne podatke do 7. godine i nakon 7. godine aproksimiramo različitim stepenim funkcijama. Ovakav pristup je obezbedio značajno bolje rezultate nego u slučaju kada se svi dostupni podaci aproksimiraju istom stepenom funkcijom, na šta ukazuje i to da je zbir kvadrata razlika ordinate stvarnih vrednosti i ordinate krive usled greške prilikom fitovanja (SSE) skoro 10 puta manji, slika 6.16. Sličan pristup je predstavljen i u radu (Velimirović et al.2013).



Slika 6.16 Aproksimacija dostupnih podataka stepenom funkcijom koristeći metodu najmanjih kvadrata

Izuzev drastičnog povećanja ugiba u prvih par godina, priraštaj ugiba tokom većeg dela eksploatacionog veka je relativno spor (slika 6.16). Shodno tome, kao relevantnu vrednost parametra b uzećemo vrednost dobijenu za analizirani period od 7. do 70. godine koja iznosi 0.1368. Ovakva vrednost izložilaca stepene funkcije ukazuje na to da je deterioracija spregnutog nosača drvo-beton nelinearna u toku vremena i da se na osnovu toga najbolje može opisati pomoću *nestacionarnog gama procesa*.

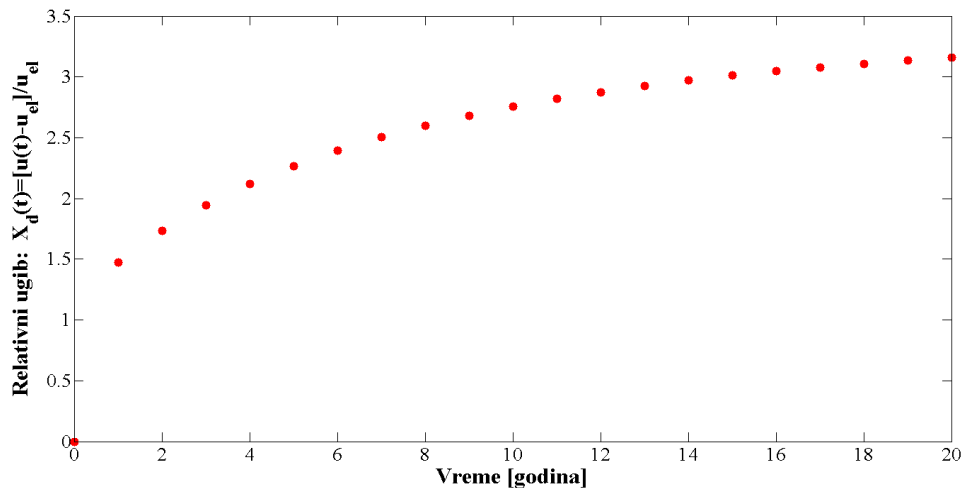
Tabela 6.4 Vrednosti parametra b stepene funkcije u zavisnosti od raspona dostupnih podataka

Dostupni podaci [godina]	0-70	0-7	7-70
Vrednost parametra b	0.1825	0.3409	0.1368

6.4.2.2. Ocena parametra oblika i parametra razmere

Nakon određivanja parametra b stepene funkcije ct^b koja opisuje oblik očekivane deterioracije ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton pod stalnim opterećenjem, moramo izvršiti i ocenu parametra oblika i parametra razmere posmatranog gama procesa i na taj način definisati sve parametre nestacionarnog gama procesa. Rečeno je već da predviđanje deterioracije pomoću gama procesa predstavlja kombinaciju fizičkog i statističkog modela. Statistički deo modela gama procesa predstavljaju podaci o trenutnom stanju konstrukcije

dobijeni sa izvršenih periodičnih kontrolnih pregleda koji se sprovode radi praćenja njene deterioracije i kako bi se samim tim osigurala njena normalna upotreba u toku predviđenog eksploatacionog veka. U svrhu ocene parametra oblika i parametra razmere nestacionarnog gama procesa, neophodni podaci su vreme izvršenja kontrolnih pregleda t_i , $i=1, \dots, n$, gde je $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ i odgovarajuća vrednost kumulativne deterioracije $X(t_i)$, $i=1, \dots, n$, gde je $0 = X(t_0) \leq X(t_1) \leq X(t_2) \leq \dots \leq X(t_n)$. U cilju sagledavanja predložene metodologije za predviđanje deterioracije ugiba spregnutih nosača drvo-beton, a u nedostatku realnih podataka sa kontrolnih pregleda, kao rezultate kontrolnih pregleda koristićemo podatke dobijene na osnovu prethodno opisanog determinističkog modela za konkretan slučaj nosača. Razmatraćemo dostupne podatke o propagaciji relativnog ugiba na osnovu kontrolnih pregleda izvršenih svake godine do 20. godine od trenutka nanošenja eksploatacionog opterećenja.



Slika 6.17 Grafički prikaz dostupnih podataka o propagaciji relativnog ugiba do 20. godine

Ocena parametra gama procesa izvršena je primenom metode momenata i metode maksimalne verodostojnosti po prethodno izloženom postupku datom u poglavlju 6.3.2.

Tabela 6.5 Vrednosti ocenjenih parametara gama procesa na osnovu dostupnih podataka do 20. god

Vrsta metode za ocenu parametara	Parametar oblika	Parametar razmere
	c	θ
Metoda maksimalne verodostojnosti	86.663	0.0242
Metoda momenata	69.58243	0.030147

Vrlo često ne postoji dovoljno dostupnih podataka o stanju nekog objekta. To može biti posledica različitih okolnosti. Iz tog razloga smatramo da je vrlo interesantno uporedno predviđanje buduće deterioracije na osnovu učestalosti kontrolnih pregleda. Izvršićemo ocenu parametara oblika i parametara razmere metodom maksimalne verodostojnosti na osnovu dostupnih podataka sa kontrolnih pregleda izvršenih svake godine, svake druge i svake pete godine. Ocena parametara je urađena po već opisanoj proceduri.

Tabela 6.6 Vrednosti ocenjenih parametara gama procesa metodom maksimalne verodostojnosti na osnovu učestalosti kontrolnih pregleda

Vrsta kontrolnih pregleda	Parametar oblika	Parametar razmere
	c	θ
<i>Svake godine</i>	86.663	0.0242
<i>Svake druge godine</i>	50.5524	0.0415
<i>Svake pete godine</i>	39.7465	0.0528

6.4.2.3. Predviđanje buduće deterioracije

Na osnovu ocenjenih svih parametara koji definišu gama proces sada možemo izvršiti procenu, odnosno predviđanje buduće deterioracije spregnutog nosača tipa drvo-beton. Prilikom modelovanja deterioracije pomoću gama procesa, a na osnovu definicije samog gama procesa imamo da priraštaji kumulativne deterioracije imaju gama raspodelu

verovatnoće sa funkcijom oblika $ct^b > 0$ i konstantnim parametrom razmere θ . Za slučaj nestacionarnog gama procesa, funkcija gustine raspodele verovatnoće ima oblik:

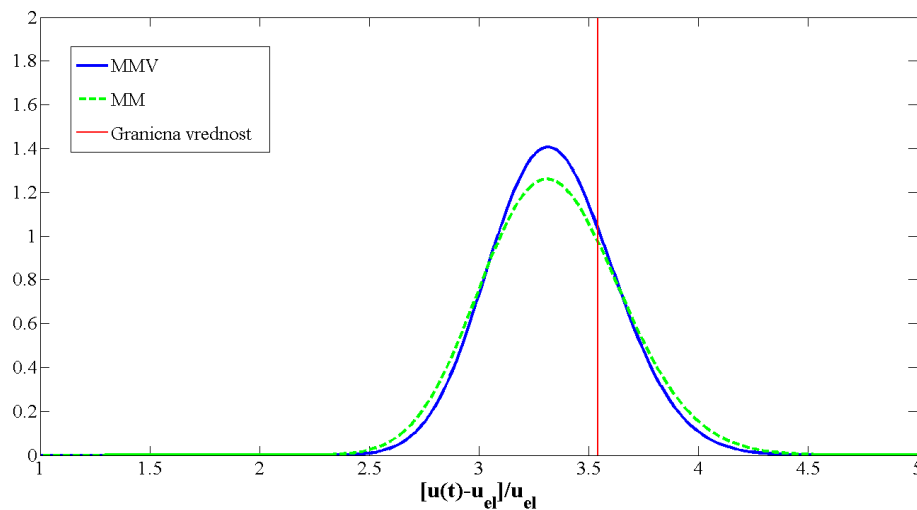
$$f_{X(t)}(x) = Ga(x|ct^b, \theta). \quad (6.74)$$

Priraštaj deterioracije od trenutka t_1 do trenutka t_2 može se predstaviti na sledeći način:

$$\Delta X(t) = X(t_2) - X(t_1) \sim Ga(x|ct_2^b, \theta) - Ga(x|ct_1^b, \theta) = Ga(x|c(t_2^b - t_1^b), \theta) \quad (6.75)$$

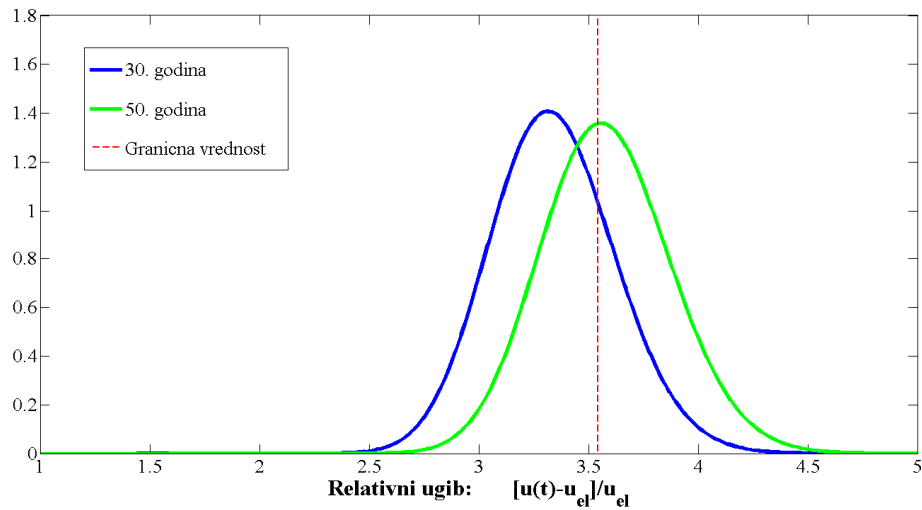
i predstavlja ne-negativnu veličinu koja je nezavisna od kumulativne deterioracije u trenutku t_1 , $X(t_1)$. Gama raspodela verovatnoće je beskonačno deljiva i zbog toga priraštaji deterioracije i njihov kumulativni zbir imaju takođe gama raspodelu.

Upoređićemo najpre predviđanje stanja relativnog ugiba posmatranog nosača u 30. godini na osnovu ocenjenih parametara metodom momenata (MM) i metodom maksimalne verodostojnosti (MMV). Korišćene vrednosti ocenjenih parametara prikazane su u tabeli 6.5. Sa grafika 6.18 se može videti dosta dobro slaganje rezultata predviđanja, sa tom razlikom da predviđanje na osnovu metode maksimalne verodostojnosti ima nešto manje rasipanje podataka, odnosno nešto je preciznije.



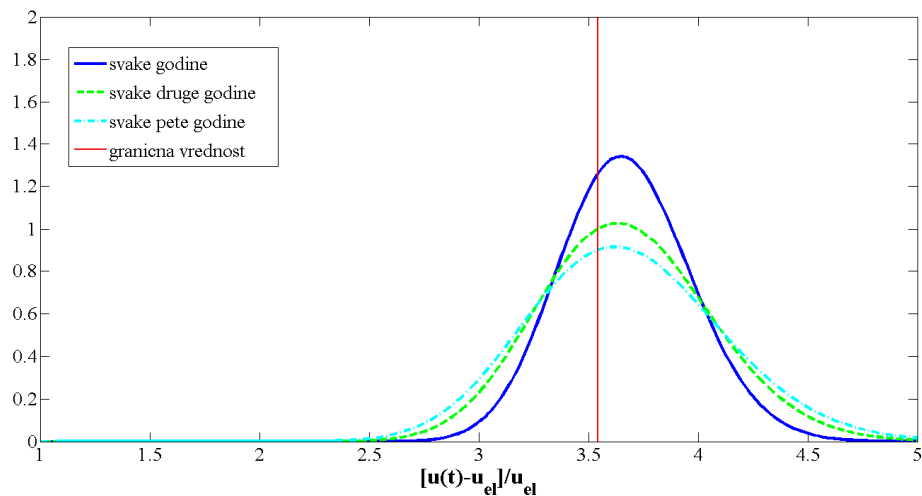
Slika 6.18 Funkcije gustina raspodele verovatnoće relativnog ugiba u 30. godini

Predviđanje buduće deterioracije relativnog ugiba spregnutog nosača drvo-beton u 30. i 50. godini od nanošenja eksploatacionog opterećenja prikazano je na slici 6.19. Parametri gama procesa su ocenjeni metodom maksimalne verodostojnosti na osnovu dostupnih podataka u 20.god.



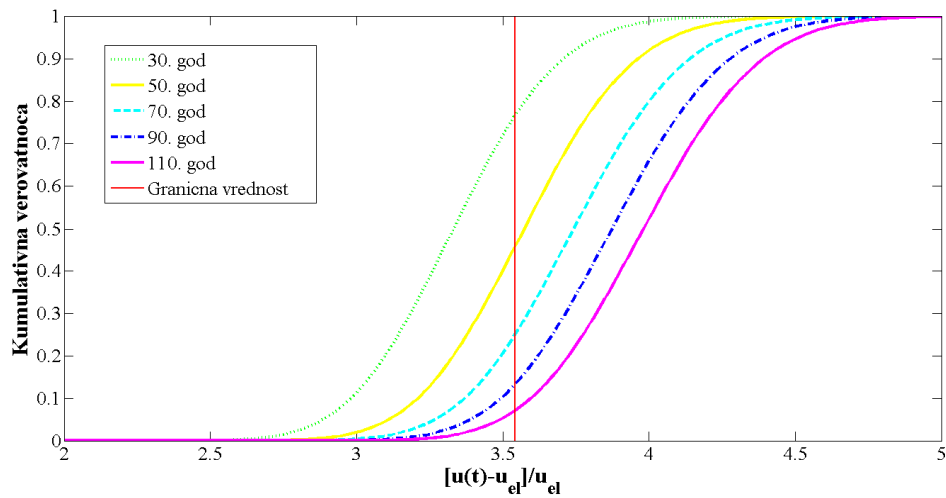
Slika 6.19 Funkcija gustina raspodele verovatnoće relativnog ugiba u 30. i 50. godini

Predviđanja budućeg stanja neke konstrukcije su varijabilna. Zbog toga su neophodne tehničke kontrole da konstatuju trenutno stanje i uporede ga sa očekivanim stanjem. Sa povećanjem broja kontrolnih pregleda dobijamo i više podataka o stanju neke konstrukcije. Samim tim i predviđanje deterioracije biće preciznije, što se vidi i sa rezultata sprovedene analize prikazanih na slici 6.20.



Slika 6.20 Funkcija gustina raspodele verovatnoće relativnog ugiba u 60. godini na osnovu učestalosti kontrolnih pregleda

Na slici 6.21 dat je prikaz primene gama procesa za predviđanje očekivane deterioracije relativnog ugiba u određenim godinama koje su od našeg interesa.



Slika 6.21 Funkcije kumulativne raspodele verovatnoće relativnog ugiba u različitim godinama

Na osnovu izvršene analize čiji su rezultati predstavljeni na prethodnom grafiku, možemo da odredimo sa kojom verovatnoćom posmatrani spregnuti nosač neće dostići granično stanje upotrebljivosti u određenim godinama.

Tabela 6.7 Verovatnoća da posmatrani nosač neće dostići granično stanje upotrebljivosti u određenim godinama

Vreme [godina]	30	50	70	90	110
Verovatnoća [%]	76	44	25	13	7

6.4.2.4. Predviđanje eksploatacionog veka

U praksi je od velikog značaja biti u mogućnosti da se što tačnije predvidi vreme kada će konstrukcija dostići granično stanje upotrebljivosti, jer je to od interesa kako vlasnika tako i potencijalnih investitora. Eksploatacioni vek konstrukcije T se može definisati kao trenutak kada deterioracija prekorači određenu graničnu vrednost ρ . Na osnovu gama raspodele priraštaja deterioracije, eksploatacioni vek posmatrane konstrukcije se može definisati u sledećem obliku:

$$F_T(t) = \Pr\{T \leq t\} = \Pr\{X(t) \geq \rho\} = \int_{x=\rho}^{\infty} f_{X(t)}(x)dx = \frac{\Gamma(ct^b, \rho/\theta)}{\Gamma(ct^b)}, \quad (6.76)$$

gde je

$$\Gamma(a, x) = \int_{t=x}^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \quad (6.77)$$

nepotpuna gama funkcija za $x \geq 0$ i $a > 0$.

Korišćenjem izvoda složene funkcije, funkcija gustine raspodele verovatnoće eksploatacionog veka T je:

$$f_T(t) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\Gamma(ct^b, \rho/\theta)}{\Gamma(ct^b)} \right], \quad (6.78)$$

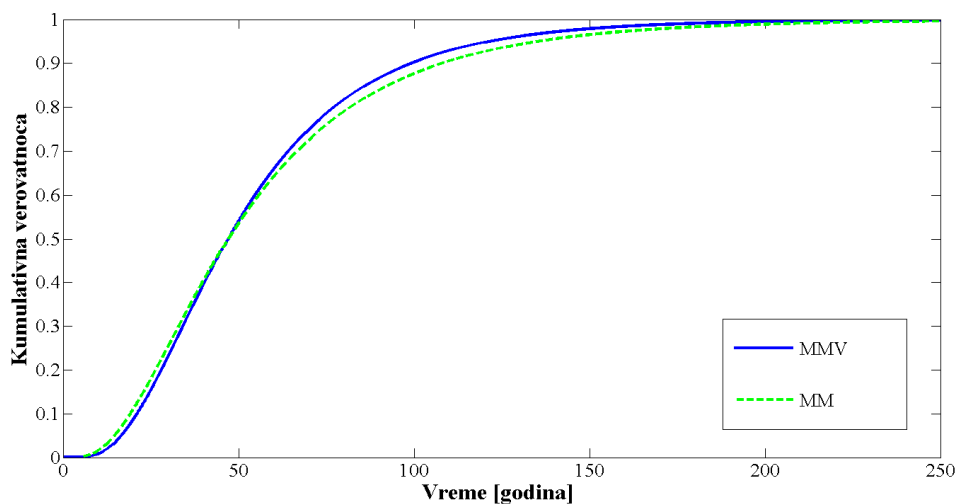
pod pretpostavkom da je funkcija oblika ct^b diferencijabilna. Parcijalni izvod dat izrazom može se izračunati pomoću Murovog (Moore) algoritma (Moore 1982). Korišćenjem razvoja u redove, ovaj algoritam izračunava prve i druge parcijalne izvode po x i po a nepotpunog gama integrala (Van Noortwijk et al. 2007):

$$P(a, x) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_{t=0}^x t^{a-1} e^{-t} dt = \frac{\Gamma(a) - \Gamma(a, x)}{\Gamma(a)}. \quad (6.79)$$

Prva dva momenta eksploatacionog veka T predstavljena su sledećim izrazima:

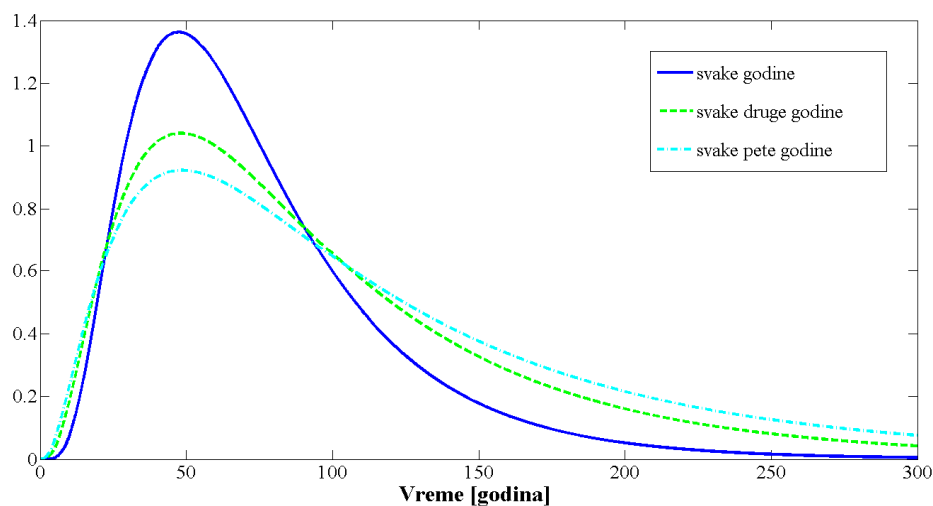
$$E(T) = \int_0^{\infty} (1 - F_T(t)) dt, \quad (6.80)$$

$$E(T^2) = 2 \int_0^{\infty} t \cdot (1 - F_T(t)) dt.$$



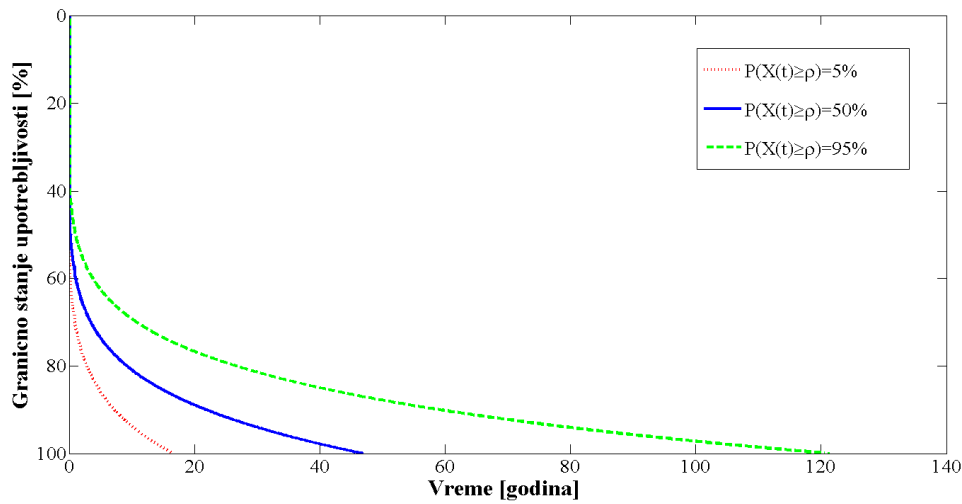
Slika 6.22 Funkcija kumulativne raspodele verovatnoće eksploatacionog veka na osnovu dostupnih podataka sa kontrolnih pregleda do 20. godine

Kao i kod predviđanja deterioracije relativnog ugiba, tako i kod predviđanja eksploatacionog veka sa povećanjem broja kontrolnih pregleda dobijamo preciznije predviđanje.



Slika 6.23 Uporedna analiza funkcija gustine raspodele verovatnoće eksploatacionog veka posmatranog spregnutog nosača na osnovu različite učestalosti kontrolnih pregleda

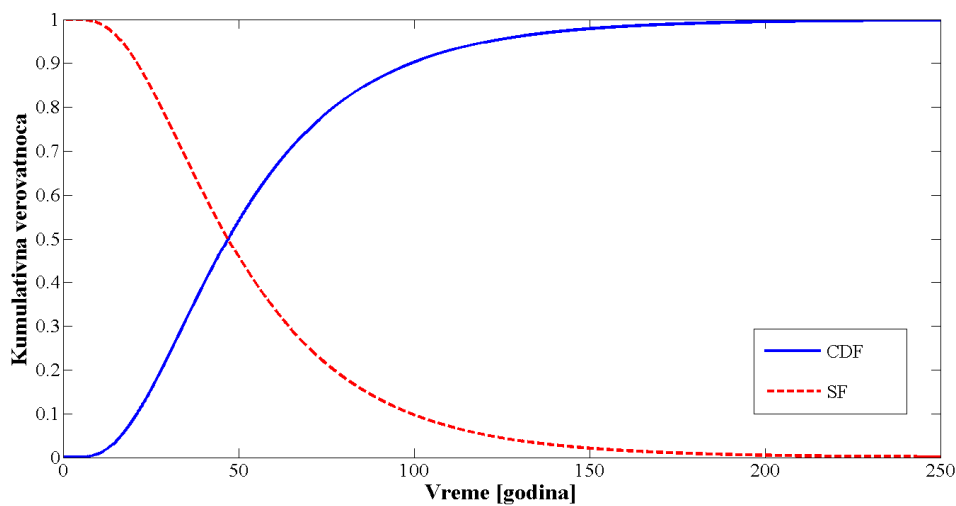
U cilju planiranja održavanja, od interesa može biti i određivanje vremena kada će se dostići granično stanje upotrebljivosti sa određenim rizikom (5%, 50% i 95%), slika 6.24.



Slika 6.24 Verovatnoća dostizanja različitih nivoa graničnog stanja upotrebljivosti tokom eksploatacije

Zanimljivo je predstaviti eksploatacioni vek i pomoću funkcije verovatnoće preživljavanja (*survival function*), koja otkriva kolika je verovatnoća da neće doći do granicno stanja upotrebljivosti u određenom trenutku. Ona je data kao verovatnoća suprotnog događaja u odnosu na funkciju kumulativne raspodele verovatnoće eksploatacionog veka:

$$S_T(t|\tau) = 1 - F_T(t|\tau) \quad (6.81)$$



Slika 6.25 Funkcija kumulativne raspodele verovatnoće eksploatacionog veka (CDF) i funkcija verovatnoće opstanka (SF)

7. ZAKLJUČAK

Rezultati istraživanja u okviru ove doktorske disertacije usmereni su ka unapređenju koncepta projektovanja spregnutih konstrukcija tipa-drvo beton, kao i ka davanju određenog doprinosa unapređenju procesa praćenja i prognoze u okviru održavanja tokom eksploatacionog veka konstrukcije. Očekuje se da rezultati ovog istraživanja nađu svoju primenu u inženjerskoj praksi i stimulišu što širu primenu ovog spregnutog sistema u građevinskoj industriji.

U okviru ovog istraživanja, izvršena je **stohastička analiza osetljivosti** maksimalnog ekvivalentnog napona i maksimalnog ugiba u sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo-beton. Analiza osetljivosti je veoma korisno sredstvo u cilju određivanja najvažnijih projektnih parametara i može da da veliki doprinos unapređenju procesa projektovanja određene konstrukcije. Kod stohastičke analize osetljivosti, varijabilnost određenog izlaznog parametra usled jednog projektnog parametra ocenjuje se variranjem svih ostalih projektnih parametara u isto vreme. Takođe, ona pruža i mnogo kompleksniju informaciju o projektnim parametrima, jer se ovde ulazni projektni parametri posmatraju kao slučajne promenljive. Karakterizacija izabranih ulaznih projektnih parametara izvršena je na osnovu preporuka *JCSS Probabilistic Model Code*. Generisanje numeričkog modela spregnutog nosača tipa drvo-beton sprovedeno je primenom metode konačnih elemenata u programskom paketu za naponsko-deformacijsku analizu *ANSYS Workbench 15.0*. Mera osetljivosti posmatranih izlaznih parametara ocenjena je u obliku Spirmanovih koeficijenata korelacije rangova. Projektni parametri sa većim koeficijentom korelacije imaju veći uticaj na posmatrani izlazni parametar, dok projektni parametri sa koeficijentom korelacije čija je vrednost blizu nule imaju nizak uticaj na posmatrani izlazni parametar. Pozitivna osetljivost nekog ulaznog parametra pokazuje da se sa povećanjem njegove vrednosti povećava se i vrednost razmatranog izlaznog parametra. Odnosno, negativna osetljivost pokazuje da se sa povećanjem njegove vrednosti smanjuje se vrednost posmatranog izlaznog parametra.

- Na osnovu pregleda rezultata sprovedene stohastičke analize osetljivosti maksimalnog ekvivalentnog napona, uočljivo je da parametri veze, broj spojnih sredstava (n_s), prečnik spojnog sredstva (d_s) i modul elastičnosti čeličnog spojnog sredstva (E_s), imaju dominantan uticaj na promenu maksimalnog ekvivalentnog napona, ali i da istovremeno nemaju presudan uticaj na promenu ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton.

- Pregledom rezultata sprovedenog istraživanja može se zaključiti i da povećanje vrednosti širine drvene grede (b_t), širine betonske ploče (b_c), modula elastičnosti spojnog sredstva (E_s), modula elastičnosti drveta (E_t) i zapreminske mase betona (ρ_c) direktno utiče na povećanje maksimalnog ekvivalentnog napona posmatranog spregnutog nosača, dok se sa povećanjem prečnika spojnog sredstva (d_s), broja spojnih sredstava (n_s), visine betonske ploče (h_c), visine drvene grede (h_t), modula elastičnosti betona (E_c) i zapreminske mase drveta (ρ_t) smanjuje se maksimalni ekvivalentni napon posmatranog spregnutog nosača.
- Takođe, rezultati sprovedene analize ukazuju na to da povećanje vrednosti projektnih parametara b_c , ρ_c i ρ_t direktno utiče na povećanje maksimalnog ugiba grede. Takođe, sa povećanjem vrednosti projektnih parametara b_t , d_s , n_s , h_c , h_t , E_c , E_s i E_t smanjuje se maksimalni ugib posmatranog spregnutog nosača.

Korelacija između ulaznih projektnih parametara i izlaznog parametra prikazana je pomoću metode regresione površi koja pruža precizniji opis njihove uzajamne povezanosti.

Ponašanje spregnutih sistema tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja predstavlja veoma kompleksan problem. Poslednjih godina su sprovedena značajna istraživanja na ovu temu. Osnovna zamerka matematičkog modela predstavljenog u Aneksu B-Evrokoda 5 je ta da nisu svi relevantni činitelji uzeti u obzir, pre svega oni nastali usled dugotrajnog opterećenja i promene uticaja spoljašnje sredine. Varijacija uticaja spoljašnje sredine, tj. temperature i relativne vlažnosti vazduha, značajno utiče na ponašanje drveta, betona i spojnih sredstava. Reološka svojstva materijala kao što su tečenje, odnosno neprekidno povećanje deformacija uzorka izloženog dugotrajnom konstantnom opterećenju, skupljanje, bubrenje i ostala reološka svojstva karakteristišu i komponentalne materijale spregnutog sistema tipa drvo-beton. Posledica toga je i promenljivost raspodele napona i dilatacija unutar sistema što uzrokuje povećanje deformacija tokom vremena. Važno je napomenuti da drvo i beton imaju različito ponašanje tokom vremena i da različito deluju na promenljive uticaje spoljašnje sredine tako da to u mnogome otežava opisivanje ponašanja spregnutog sistema usled dugotrajnog opterećenja. Na osnovu različitih eksperimentalnih i numeričkih istraživanja koja su sprovedena poslednjih godina, uvidelo se da metoda za proračun ponašanja spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja koju je predložio Ceccotti (2002), metoda efektivnog modula, ima određene nedostatke jer zanemaruje efekte reoloških pojava kao što su skupljanje betona i neelastične dilatacije betona i drveta usled varijacije temperature i relativne vlažnosti vazduha spoljašnje sredine.

Stoga se preporučuje uračunavanje svih dugotrajnih reoloških efekata koji se javljaju u konstitutivnim materijalima kada se zahteva kompleksnija analiza ponašanja ovog spregnutog sistema usled dugotrajnog opterećenja. U cilju što boljeg sagledavanja ponašanja spregnutog nosača drvo-beton pod konstantnim eksploatacionim opterećenjem, u okviru ove disertacije je izvršena sveobuhvatna parametarska analiza kako bi se identifikovali najuticajnija svojstva konstitutivnih materijala koja utiču na promenu maksimalnog ugiba spregnutog nosača, što predstavlja glavni kriterijuma za ocenu graničnog stanja upotrebljivosti.

- Na osnovu rezultata sprovedene parametarske analize za određivanje **uticaja čvrstoće betona** na promenu maksimalnog ugiba spregnutog nosača, može se zaključiti da koristeći beton klase C40/50 dolazi do smanjenja maksimalnog ugiba spregnutog nosača na kraju pretpostavljenog eksploatacionog veka (50 god.) za **7.4%** u odnosu slučaj primene betona klase C20/25. To ne predstavlja neko značajno umanjeње, tako da se kod ovakvih spregnutih elemenata *slobodno može koristiti beton niže klase čvrstoće*.
- **Uticao čvrstoće drveta** na maksimalni ugib spregnutog nosača drvo-beton ispitan je pod konstantnim spoljašnjim uticajima za različite klase čvrstoće drveta. Analizirajući dobijene rezultate, možemo da vidimo da se sa povećanjem čvrstoće drveta od klase C16 do klase C30, maksimalni ugib posmatranog spregnutog nosača na kraju eksploatacionog veka smanjio za **20.1%**, što pokazuje da *čvrstoća drveta ima veći uticaj na maksimalni ugib spregnutog nosača drvo-beton u odnosu na čvrstoću betona*.
- Usled sprežanja drvenog i betonskog elementa, slobodno odvijanje reološkog procesa **skupljanja betona** je sprečeno što dovodi do povećanja ukupnih deformacija u spregnutom nosaču drvo-beton. U ovoj analizi je izvršen proračun ugiba u sredini raspona spregnutog nosača tokom vremena za različite vrednosti relativne vlažnosti vazduha. Pri tome je urađena uporedna analiza kada se u proračun ugiba uzima u obzir skupljanje betona i kada je ono zanemareno. Iz rezultata sprovedene analize može se videti da *usled niže relativne vlažnosti vazduha nastaju veće deformacije usled skupljanja betona što prouzrokuje i povećanje ugiba spregnutog nosača*. Može se zaključiti da se *uticaj skupljanja betona nikako ne sme zanemariti*, kao što je to slučaj u proračunu na osnovu metode efektivnog modula, jer je njegov doprinos ukupnom ugibu u nekim slučajevima skoro **40%**.

- Tečenje drveta je reološka pojava koja nije najjasnije definisana u važećem standardu Evrokod 5, jer se tečenje drveta uzima u obzir pomoću konačnog redukcionog koeficijenta modula elastičnosti drveta na kraju eksploatacionog veka (k_{def}) i na ovaj način se zanemaruje **uticaj mehano-sorpcionog tečenja** koje često uzrokuje veće deformacije nego viskoelastično tečenje. Analizirajući rezultate sprovedene parametarske analize, može se zaključiti da se uračunavanjem uticaja mehano-sorpcionog tečenja, maksimalni ugib spregnutog nosača povećava do **16%** u odnosu na slučaj kada je on zanemaren.
- **Godišnje varijacije uticaja spoljašnje sredine** dovode do fluktuacije ugiba spregnutog nosača, a samim tim i do varijacije eksploatacionog veka konstrukcije. Opadanje temperature prouzrokuje veće skupljanje betonske ploče u odnosu na drvenu gredu, što u suštini dovodi do povećanja ugiba spregnute grede. Sa druge strane, smanjenje relativne vlažnosti vazduha dovodi i do smanjenja vlažnosti samog drveta što prouzrokuje smanjenje ugiba spregnutog nosača. Godišnja fluktacija ugiba *u slučaju prostorije za boravak* ljudi iznosi oko **30%** od vrednosti inicijalnog elastičnog ugiba u trenutku nakon nanošenja opterećenja, dok *u slučaju spoljašnjeg prostora* godišnja fluktacija ugiba je *nešto veća od vrednosti elastičnog ugiba* za posmatrani spregnuti nosač.

U okviru istraživanja predstavljenog u ovoj disertaciji sprovedena je i **optimizacija dimenzija poprečnog preseka spregnutog nosača tipa drvo-beton**. Smernice za projektovanje ove vrste spregnutih sistema nisu eksplicitno date ni u jednom od dostupnih standarda za projektovanje konstrukcija, osim u Aneksu B - Evrokoda 5. Međutim, ovaj standard ne razmatra detaljnu proceduru njihovog projektovanja. Prilikom projektovanja konstrukcija, projektant je u obavezi da na osnovu određenih uslova i zadatih kriterijuma ponudi najpovoljnije tehničko rešenje u smislu izbora oblika konstrukcije, njenih dimenzija, vrsta materijala. Projektno rešenje treba da istovremeno zadovolji razmatrane konfliktne kriterijume, stoga **višekriterijumsko odlučivanje** može biti primenjeno. Kako bi se generisali relevantni uzorci optimizacionih promenljivih u skladu sa unapred definisanom oblašću istraživanja, korišćen je *metod Monte Carlo uzorkovanja*. Koristeći ovaj metod uzorkovanja, generisali smo populaciju od 10.000 uzoraka posmatranih optimizacionih promenljivih. U mnogim projektnim situacijama, naročito prilikom projektovanja rezidencijalnih i poslovnih objekata, dimenzionisanje ovog spregnutog sistema se najčešće vrši na osnovu *graničnog stanja upotrebljivosti i to naročito proverom ugiba*

*prilikom dugotrajnog opterećenja. Za proračun ponašanja posmatranog spregnutog nosača usled dugotrajnog opterećenja obično se koristi metod efektivnog modula, ali pošto ovaj metod zanemaruje efekte reoloških pojava kao što su skupljanje betona i neelastične dilatacije betona i drveta usled varijacije temperature i relativne vlažnosti vazduha spoljašnje sredine, za sveobuhvatnu analizu ponašanja ovog spregnutog sistema usled dugotrajnog opterećenja potrebno je i računanje ovih dugotrajnih reoloških efekata. Usled stalnog povećanja tržišne potražnje za ovom vrstom konstruktivnog sistema, raste i konkurencija među proizvođačima, a samim tim i potreba za smanjenjem troškova proizvodnje je sve veća. Stoga je kao drugi kriterijum optimizacije usojena *cena koštanja spregnutog nosača*. U cilju istraživanja efekta raspona nosača na ekonomičnost dimenzionisanja spregnutog nosača tipa drvo-beton, posmatrali smo nosače od 4m do 8m, uzimajući u obzir da karakteristični raspon za ovu vrstu konstruktivnih sistema, gde je drvena greda izvedena od monolitnog drveta nije veći od 8 m. Takođe, u okviru ove studije analizirali smo i uticaj korisnog opterećenja na dimenzionisanje poprečnog preseka izimajući u obzir korisna opterećenja od 2, 3 i 4 kN/m^2 . Ovom prilikom smo se ograničili na posmatranje spregnutih nosača u unutrašnjoj prostoriji za boravak ljudi, gde je temperatura vazduha $22\pm 4^\circ C$, a relativna vlažnost vazduha $50\pm 5\%$. U većini slučajeva, investitori zahtevaju od građevinskih projekatana da ponude najekonomičnije projektno rešenje konstrukcije koje zadovoljava prethodno definisane uslove i zahteve projektnog zadatka. Shodno tome, sproveli smo optimizacionu analizu koristeći *orginalan algoritam* generisan u toku ovog istraživanja. Kao rezultat ovakve analize možemo dobiti **minimalnu cenu koštanja spregnutog nosača tipa drvo-beton** opterećenog različitim posmatranim korisnim opterećenjem, pri čemu su definisane funkcije ograničenja zadovoljene. U cilju rangiranja alternativa, primenili smo *metodu težinskih koeficijenata*.*

- Na osnovu predstavljenih rezultata možemo zaključiti da **minimalna cena koštanja** spregnutih nosača tipa drvo-beton za slučaj korisnog opterećenja od $2kN/m^2$ može biti povećana za čak **26.6%** ako se reološki efekti koji su zanemareni metodom efektivnog modula uzmu u obzir prilikom izračunavanja maksimalnog ugiba na kraju proračunskog eksploatacionog veka. Za slučaj korisnog opterećenja od $3kN/m^2$, minimalna cena koštanja spregnutog nosača prosečno povećava za **17.9%** ako se reološki efekti zanemareni metodom efektivnog modula uzmu u obzir, odnosno da to povećanje može biti i do **23.34%**. U slučaju posmatranog korisnog opterećenja od $4kN/m^2$ imamo da se cena koštanja povećava prosečno za **17.51%**, odnosno maksimalno za **21.77%**.

- Na osnovu predstavljenih rezultata optimizacione analize za slučaj korisnog opterećenja od $2kN/m^2$, **potrebna ukupna visina poprečnog preseka spregnutog nosača** povećava i za čak **36.7%** kada se za proračun maksimalnog ugiba nosača uzimaju u obzir efekti zanemareni metodom efektivnog modula. Prikazani rezultati ukazuju na to da se potrebna visina poprečnog preseka drvo-beton u slučaju korisnog opterećenja od $3kN/m^2$ povećava za prosečno **27.62%**, odnosno za maksimalno **35.01%**. Na kraju, za posmatrano opterećenje od $4kN/m^2$ dobili smo da se potrebna visina poprečnog preseka drvo-beton povećava za prosečno **29.8%**, odnosno za maksimalno **36.66%**.
- Ova analiza nam daje priliku i da preporučimo **potreban odnos raspona i visine (L/H)** za spregnute nosače tipa drvo-beton. Na osnovu metode efektivnog modula, potreban odnos raspona i visine spregnutog nosača drvo beton je **23.42** za slučaj korisnog opterećenja od $2kN/m^2$. Primenom kompleksnije rigorozne metode koja uzmu u obzir reološke efekte koji su zanemareni metodom efektivnog modula ovaj odnos je **18.75**. U slučaju korisnog opterećenja od $3kN/m^2$, potreban odnos raspona i visine se smanjuje sa **22.01** na **17.25** uračunavanjem zanemarenih reoloških efekata. I na kraju, za posmatrano korisno opterećenje od $4kN/m^2$, ovaj odnos je **20.98**, odnosno **16.18** za slučaj primene kompleksnije analize ponašanja spregnutog nosača drvo-beton usled dugotrajnog opterećenja.

Nakon svih prikazanih rezultata sprovedenih optimizacija i na osnovu njihove analize, možemo da zaključimo da uobičajena praksa zanemarivanja skupljanja betona i neelastičnih dilatacija drveta i betona usled varijacije temperature i relativne vlažnosti vazduha spoljašnje sredine **dovodi do značajnog potcenjivanja ugiba na kraju proračunskog eksploatacionog veka**. Prikazani rezultati bi se mogli pokazati korisnim za građevinske projektante i mogu poslužiti kao određene smernice prilikom projektovanja ovakve vrste konstrukcija.

Jedan od najvažnijih izazova u procesu projektovanja konstrukcije jeste usvajanje ekonomičnih, odnosno isplativih projektnih predloga. Višekriterijumsko odlučivanje može biti veoma korisno sredstvo za građevinske projektante, jer im omogućava uvid u širok spektar projektnih predloga uzimajući u obzir sve kriterijume i ograničenja. Finansijske uštede su očigledan potencijalni pokretač za korišćenje projektne optimizacije prilikom projektovanja građevinskih konstrukcija. Na osnovu predstavljenih rezultata primene analize trade-off u dimenzionisanju spregnutih nosača tipa drvo-beton, možemo videti da je **uz blago**

povećanje cene koštanja spregnutih nosača moguće dobiti Pareto optimalna projektna rešenja za koja se drastično smanjio maksimalni ugib nosača na kraju eksploatacionog veka i samim tim dobiti pouzdanije konstrukcije.

Predviđanje deterioracije i procena eksploatacionog veka konstrukcije predstavlja konstantan izazov za inženjere u cilju optimizacije održavanja konstrukcije tokom njihove eksploatacije. Najčešće korišćeni deterministički modeli deterioracije imaju određena inherentna ograničenja, jer ne mogu sagledati vremenske efekte tokom procesa deterioracije. Za razliku od njih, **probabilistički modeli deterioracije** pokušavaju da imitiraju varijabilnost deterioracije u realnim uslovima. Kada se razmatra maksimalni ugib spregnutih nosača tipa drvo-beton, kao najozbiljniji kriterijum za ocenu graničnog stanja upotrebljivosti, **modeli stohastičkog procesa** su prikladni za njegovo predviđanje, zbog različitih reoloških efekata koji se razvijaju različitim tempom tokom eksploatacionog veka. U ovom radu su posebno razmatrana dva stohastička modela deterioracije, **model slučajne stope deterioracije i gama proces model**. Sveobuhvatnom analizom rezultata dobijenih na osnovu primene ova dva nova modela za predviđanje deterioracije i eksploatacionog veka, može se zaključiti da je gama proces model pogodniji za analizu pouzdanosti spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton. Model slučajne stope deterioracije ne uzima u obzir vremensku varijabilnost procesa, već samo varijabilnost uzoraka. Osnovna ideja ovakvog pristupa je da se modeluju različite stope deterioracije pojedinačnih uzoraka u okviru posmatrane populacije i da na taj način ovaj model uključuje varijabilnost u proces deterioracije. Sa druge strane, gama proces model posmatra deterioraciju kao sumu niza ne-negativnih slučajnih inkremenata. U ovom modelu, stopa detrioracije u svakom vremenskom intervalu nije konstantna, već je slučajna promenljiva usled varijabilnog uticaja spoljašnje sredine tokom eksploatacionog ciklusa. Uzimajući u obzir da model slučajne stope deterioracije zavisi samo od jedne slučajne promenljive čije su matematičko očekivanje i standardna devijacija konstantne tokom vremena, koeficijent varijacije ovog stohastičkog modela deterioracije je takođe konstantan tokom vremena. Koeficijent varijacije gama proces modela je promenljiv tokom vremena i predstavlja vremensku funkciju sa negativni eksponentom, $t^{-b/2}$. Na osnovu ovoga, koeficijent varijacije gama proces modela ima veću vrednost u prvih nekoliko godina. Međutim, njegova vrednost se ubrzo smanjuje i postaje niža od koeficijenta varijacije modela slučajne stope deterioracije, što je **indikator kvaliteta i stabilnosti za dugoročna predviđanja**. Na osnovu ovoga se može zaključiti da je pažljivo razmatranje vremenske varijabilnosti povezane sa evolucijom deterioracije veoma značajno za što efikasnije predviđanje stanja konstrukcije.

Modelovanje deterioracije pomoću gama procesa predstavlja jednu uspešnu kombinaciju fizičkog i statističkog modela. Predviđanje budućeg stanja konstrukcije vrši se na osnovu analize fizičke deterioracije u skladu sa kojom se utvrđuje određena zakonitost kao i na osnovu dostupnih podataka o trenutnom stanju konstrukcije. Ova metoda predstavlja sklad između inženjerskog znanja i iskustva sa jedne strane i statističkih podataka dobijenih sa kontrolnih pregleda. Na osnovu analize rezultata uporednog predviđanja deterioracije na osnovu ocenjenih parametara metodom momenata i metodom maksimalne verodostojnosti, može se primetiti njihovo dosta dobro slaganje, sa tom razlikom da predviđanje na osnovu metode maksimalne verodostojnosti ima nešto manje rasipanje podataka, odnosno nešto je preciznije. Takođe, u ovom radu je razmatran je i efekat učestalosti kontrolnih pregleda na predviđanje buduće deterioracije. Na osnovu sprovedene analize videli smo da sa povećanjem broja kontrolnih pregleda dobijamo i više podataka o stanju neke konstrukcije, samim tim i predviđanje deterioracije biće preciznije. Sprovedene su i analize na osnovu čijih rezultata možemo da odredimo sa kojom verovatnoćom posmatrani spregnuti nosač neće dostići granično stanje upotrebljivosti u određenim godinama. U cilju planiranja održavanja, od interesa može biti i određivanje vremena kada će se dostići granično stanje upotrebljivosti sa određenim rizikom. Na osnovu svega možemo da zaključimo da će novi pristup rešavanju problema predviđanja procesa deterioracije i eksploatacionog veka izložen u ovom radu omogućiti poboljšanje analize pouzdanosti spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton. Glavni rezultat ovog istraživanja jeste **tačniji i realističniji pristup analizi pouzdanosti** koji može generalno biti primenjen i na druge konstruktivne sisteme.

Na osnovu rezultata sprovedenih istraživanja u okviru ove doktorske disertacije kao i na osnovu pregleda dostupne literature mogu se naznačiti i **neki od pravaca budućih istraživanja:**

- Optimizacija održavanja spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton. Da bismo minimizirali troškove održavanja u okviru planiranog eksploatacionog veka, potrebno je optimizovati vremenski interval kontrolnih pregleda, kao i prag izvršenja preventivne popravke. Ukupna cena eksploatacije konstrukcije uključuje cene periodičnih kontrolnih pregleda, preventivne popravke, kao i popravke nakon otkaza. Gama proces je pogodan za modelovanje procesa deterioracije konstrukcije.
- Optimizacija spregnutih konstrukcija drvo-beton zasnovana na analizi pouzdanosti. Cilj ovakvog pristupa je dobijanje projektnog rešenja konstrukcije

koje je i pouzdano i ekonomično. Originalni numerički model spregnutog nosača tipa drvo-beton razvijen u okviru ove disertacije mogao bi ovde biti od pomoći.

- Istraživanje mogućnosti primene predloženog pristupa probabilističkog modelovanja deterioracije odgovarajućim stohastičkim procesom i procene eksploatacionog veka na različite konstruktivne sisteme.

8. LITERATURA

- Abdel-Hameed M. *A gamma wear process*. IEEE Transaction on Reliability. 24(2):152–3, 1975.
- Aboura, K., Samali, B., Crews, K. and Li, J. *Stochastic processes for modelling bridge deterioration*, Futures in Mechanics of Structures and Materials (eds. T. Aravinthan, W. Karunasena, H. Wang), CRC Press / Balkema, Taylor and Francis Group, London, UK. pp 533-538., 2009.
- AITC, *Timber Construction Manual*, 3rd Ed., American Inst. Of Timber Construction, Vancouver, WA, John Wiley & Sons Publ., New York, USA, 1985.
- ANSYS Inc., ANSYS Workbench, Release 15.0, Help System, 2013.
- Bakker, J. and van Noortwijk, J.M. *Inspection validation model for life-cycle analysis*, In Bridge maintenance, safety, management and cost, proceedings of the second international conference on bridge maintenance, safety and management (IABMAS), Kyoto, Japan, 18– 22., 2004.
- Becker P. *Modellierung des zeit- und feuchteabhängigen Materialverhaltens zur Untersuchung des Langzeitverhaltens von Druckstaben aus Holz*, Ph.D. thesis, Bauhaus-Universität Weimar, 2002.
- Benayoun, R., Roy, B. and Sussman, N. *Manual de reference du programme electre*, Note de Synthèse et Formation, No. 25, Direction Scientifique SEMA, Paris, Franch, 1966.
- Bonamini, G., Ceccotti, A., and Uzielli, L. *Short- and long-term experimental tests on antique larch and oak wood-concrete composite elements*. Proc., C.T.E. Conference, Bologna, Italy, 241-251, 1990.
- Brans J. P. and Vincke Ph. *A preference ranking organization method*, Management Science, 31, 647-656., 1985.
- Buijs, F.A., Hall, J.W., Sayers, P.B. and Van Gelder, P.H. *Time-dependent reliability analysis of flood defences*, Reliability Engineering & System Safety, 94(12): 1942-1953. 2009.
- Ceccotti, A. *Composite concrete-timber structures*. Prog. Struct. Eng. Mater., 4(3), 264–275., 2002.
- Ceccotti, A. Fragiacomio, M., and Giordano, S. *Long-term and collapse tests on a timber-concrete composite beam with glued-in connection*. Mater.Struct., 40(1), 15–25., 2006b.
- Ceccotti, A. *Timber-concrete composite structures*. In: Blass H, editor. Timber engineering-step 2. The Netherlands, Centrum Hout, 1995.

- Ceccotti, A., Fragiaco, M. and Giordano, S. *Behaviour of a timber–concrete composite beam with glued connection at strength limit state*, In: 9th World Conference on Timber Engineering (WCTE), p. 8., Portland, USA, 2006a.
- CEN. *Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-1: General actions - Densities, self-weight, imposed loads for buildings*, Brussels, Belgium, 2002.
- CEN. *Eurocode 2 - Design of concrete structures - part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussels, Belgium, 2004.
- CEN. *Eurocode 5 - Design of timber structures - part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussels, Belgium, 2004.
- Christensen, P.W. and Klarbring, A. *An introduction to structural optimization*. Sweden: Springer Science & Business Media B.V. 2009.
- Cinlar, E., Bazant Z. P. and Osman E. *Stochastic process for extrapolating concrete creep*. J Eng Mech Div.103:1069–88. 1977.
- Clouston, P., Bathon, L. and Schreyer, A. *Shear and bending performance of a novel wood-concrete composite system*. J. Struct. Eng., 131(9), 1404–1412., 2005.
- Cooke R.M., Goossens L.H.J. *Expert judgment elicitation for risk assessment of critical infrastructures*, J Risk Res., 7(6):643–56., 2004.
- Deam, B. L., Fragiaco, M., and Gross, L. S. *Experimental behavior of prestressed LVL concrete composite beams*. J. Struct. Eng., 134(5), 801–809., 2008.
- Dias, A. M. P. G. and Jorge, L. F. C. *The effect of ductile connectors on the behaviour of timber-concrete composite beams*, *Engineering Structures*. 33(11), pp. 3033–3042., 2011.
- Dias, A. M. P. G. *Mechanical behavior of timber-concrete joints*, Ph.D. thesis, University of Coimbra, Portugal, 2005.
- Dias, A. M. P. G., Cruz, H., Lopes, S., Van de Kuilen, J.W. *Experimental shear-friction tests on dowel type fasteners timber-concrete joints*. In: Proceedings of 8th Conference on Timber Engineering - WCTE, p.6-10., 2004.
- Dias, A. M. P. G., Martins, A.R.D., Simoes, L.M.C., Providencia, P.M. and Andrade, A.A.M. *Statistical analysis of timber-concrete connections - Mechanical properties*, *Computers and Structures*. 155(C), pp. 67–84., 2015.
- Dias, A. M. P. G., Van de Kuilen, J.W., Lopes, S. and Cruz, H. *A non-linear 3D FEM model to simulate timber-concrete joints*, *Advances in Engineering Software*. 38(8–9), pp. 522–530., 2007.
- Dias, A., Skinner, J., Crews, K., and Tannert, T. *Timber-concrete-composites increasing the use of timber in construction*, *European Journal of Wood and Wood Products*. 74(3), pp. 443–451., 2016.

- Edirisinghe, R., Setunge, S. and Zhang, G. *Application of Gamma Process for Building Deterioration Prediction*, Journal of Performance of Constructed Facilities, 27(6), pp. 763–773., 2013.
- EOTA. European Technical Approval ETA-11/0270, European Organisation for Technical Approvals Danmark, 2011.
- Fishburn, P. C. *Additive Utilities with Incomplete Product Set: Applications to Priorities and Assignments*, Operations Research Society of America (ORSA) Publication, Baltimore, MD, 1967.
- Fragiacomo, M. and Lukaszewska, E. *Development of prefabricated timber – concrete composite floor systems*, In: Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings, 164, pp. 117–129., 2011.
- Fragiacomo, M. and Schänzlin, J. *Proposal to Account for Concrete Shrinkage and Environmental Strains in Design of Timber-Concrete Composite Beams*, Journal of Structural Engineering, 139(1), pp. 162–167., 2013.
- Fragiacomo, M. *Long-Term Behavior of Timber–Concrete Composite Beams. II: Numerical Analysis and Simplified Evaluation*, Journal of Structural Engineering, 132(1), pp. 23–33. 2006.
- Fragiacomo, M., Ceccotti, A. *A simplified approach for long-term evaluation of timber-concrete composite beams*. In: Proceedings of The 8th World Conference on Timber engineering 2: 537-542, Lahti, Finland., 2004.
- Frangopol, D. M., Kallen, M.-J. and van Noortwijk, J. M. *Probabilistic models for life-cycle performance of deteriorating structures: review and future directions*, Progress in Structural Engineering and Materials, 6(4), pp. 197–212., 2004.
- Frangopol, D.M. and Soliman, M. *Life-cycle of structural systems: recent achievements and future directions*, Struct. Infrastruct. Eng., 12 (1), 1-20. 2016.
- Gutkowski, R., Brown, K., Shigidi, A. and Natterer, J. *Laboratory tests of composite wood-concrete beams*, Construction and Building Materials, 22(6), pp. 1059–1066., 2008.
- Haldar, A., Mahadevan, S., *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, Wiley, New York, 2000.
- Hanhijarvi, A. *Modelling of creep deformation mechanisms in wood*, Ph.D. thesis, Technical Research Centre of Finland. VTT Publications. Espoo (SF): Helsinki University of Technology, 1995.
- Heiselberg, P., Brohus, H., Hesselholt, A., Rasmussen, H., Seinre, E. and Thomas, S. *Application of sensitivity analysis in design of sustainable buildings*, Renewable Energy, 34(9), pp. 2030–2036., 2009.
- Helton, J. C., Johnson, J.D., Sallaberry, C.J. and Storlie, C.B. *Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis*, Reliability Engineering and System Safety, 91, pp. 1175–1209., 2006.

- Huyse, L. and van Roodselaar, A. *Effects of inline inspection sizing uncertainties on the accuracy of the largest features and corrosion rate statistics*. In 2010 8th International Pipeline Conference (IPC2010), Calgary, Alberta, Canada, 2010.
- Hwang, C. L., Yoon, K. *Multiple attribute decision making methods and applications*, Spriner-Verlag, Berlin, 1981.
- Jahan A. and Edwards K. L. *A state-of-the-art survey on the influence of normalization techniques in ranking: Improving the materials selection process in engineering design*, Materials and Design 65, 335–342., 2015.
- Jahan A., Mustapha F., Sapuan S. M., Ismail M. J. and Bahraminasab M. *A framework for weighting of criteria in ranking stage of material selection process*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 58(14), 411-420., 2012.
- JCSS. *Probabilistic Model Code: Part 1 – Basis of design*, Joint Committee of Structural Safety, 2001.
- Jorge, L. F., Schanzlin, J., Lopes, S.M.R., Cruz, H. and Kuhlmann, U. *Time-dependent behaviour of timber lightweight concrete composite floors*, Engineering Structures, 32(12), pp. 3966–3973. 2010.
- Kala, Z. *Sensitivity analysis of stability problems of steel plane frames*, Thin-Walled Structures, 49(5), pp. 645–651. 2011.
- Kallen, M.J. and van Noortwijk, J.M. *Optimal maintenance decisions under imperfect inspection*. Reliab Eng Syst Safety, 90(2–3): 177–85, 2005.
- Kanócz, J., Bajzecerova, V. and Šteller, Š. *Timber – concrete composite elements with various composite connections Part 1 : Screwed connection*, Wood research, 58(4), pp. 555–570., 2013.
- Khorsandnia, N., Valipour, H.R., Shrestha, R. and Crews, K. *Review on Long-term Behaviour of Timber-Concrete Composite Floors*, In: Materials to Structures: Advancement through Innovation – Samali, Attard & Song (Eds), Taylor & Francis Group, London, 2013.
- Knauf, M. *Market potentials for timber-concrete composites in Germany's building construction sector*, European Journal of Wood and Wood Products, 75(4), pp. 639–649., 2017.
- Köhler, J. *Reliability of timber structures*. Ph.D. thesis, ETH Zurich, Switzerland, 2006.
- Lawless, J. and Crowder, M. *Covariates and Random Effects in a Gamma Process Model with Application to Degradation and Failure*, Lifetime Data Analysis, 10(3), pp 213-227, 2004.
- Lukaszewska, E. *Development of prefabricated timber-concrete composite floors*. Ph.D. thesis. Luleå Univ. of Technology, Luleå, Sweden, 2009.
- Martensson A. *Mechanical behaviour of wood exposed to humidity variations*, Ph.D thesis, Lunds Universitet, Sweden, 1992.

- Metropolis, N. *The beginning of the Monte Carlo method*, Los Alamos Science (1987 Special Issue dedicated to Stanislaw Ulam): 125–130. 1987.
- Miotto, J. L. and Dias, A. M. P. G. *Structural efficiency of full-scale timber-concrete composite beams strengthened with fiberglass reinforced polymer*, Composite Structures, 128, pp. 145–154., 2015.
- Mirianon, F., Fortino, S. and Toratti, T. *A method to model wood by using ABAQUS finite element software, Part I: constitutive model and implementation details*, VTT Publication. 2008.
- Moore, R. J. *Algorithm AS 187: Derivatives of the incomplete gamma integral*, Applied Statistics, 31(3), pp. 330–335., 1982.
- Nicolai, R.P., Dekker, R. and van Noortwijk, J.M. *A comparison of models for measurable deterioration: An application to coatings on steel structures*, Reliability Engineering and System Safety, 92, 1635-1650. 2007.
- Nowak, A. and Collins, K. R. *Reliability of Structures*, McGraw-Hill, Boston, 2000.
- Olsson, A., Sandberg, G. and Dahlblom, O. *On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis*, Structural Safety 25, 47–68, 2003.
- Pandey, M. D., Yuan, X.-X. and van Noortwijk, J. M. *The influence of temporal uncertainty of deterioration on life-cycle management of structures*, Structure and Infrastructure Engineering, 5(2), pp. 145–156. 2009.
- Pandey, M.D. and Lu, D. *Estimation of parameters of degradation growth rate distribution from noisy measurement data*, Structural Safety, 43, pp. 60–69. 2013.
- Pirie, W. *Spearman Rank Correlation Coefficient*, Encyclopedia of Statistical Sciences, John Wiley & Sons, 2004.
- Rajčić, V. *Eksperimentalna ispitivanja spregnutih nosača drvo-lagani beton*, Građevinar 53, pp. 1-8, 2001.
- Reuter, U., Mehmood, Z. and Gebhardt, C. *Efficient classification based methods for global sensitivity analysis*, Computers and Structures, 110–111, pp. 79–92., 2012.
- Rodrigues, J. N., Dias, A. M. P. G., and Providência, P. *Timber-concrete composite bridges: State-of-the-art review*, BioResources 8(4), pp. 6630-6649., 2013.
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T. Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M. and Tarantola, S. *Global Sensitivity Analysis – The Primer*, John Wiley and Sons, 2008.
- Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F. and Ratto, M. *Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models*. John Wiley & Sons Ltd., ISBN 0-470-87093-1, 2004.
- Schneider, J. *Introduction to Safety and Reliability of Structures*, IABSE, Zurich, 1997.
- Sheskin, D. *Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures*. Chapman & Hall/CRC, 2000.

- Stepinac, M., Rajčić, V. and Barbalić, J. *Influence of long term load on timber-concrete composite systems*, *Građevinar*, 67(3), pp. 235–246., 2015.
- Stevanović, B. *Ponašanje spregnutih nosača tipa drvo-beton izvedenih mehaničkim spojnim sredstvima pri eksploatacionom i graničnom opterećenju*, Ph.D. thesis, Faculty of Civil Engineering, University of Belgrade, 2003.
- Stojić, D. *Drvene konstrukcije i skele*. Građevinsko-arhitektonski fakultet, Univerzitet u Nišu, 1996.
- Straub, D., Faber, M.H. *Risk based inspection planning for structural systems*. *Struct. Saf.* 27 (4), 335-355. 2005.
- Tian, W. *A review of sensitivity analysis methods in building energy analysis*, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 20, pp. 411–419., 2013.
- Toratti T. *Creep of timber beams in variable environment*, Ph.D. thesis, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics: Helsinki University of Technology, Finland, 1992.
- Turrini, G., and Piazza, M. *The static behaviour of the timber-concrete composite structure*. *Recuperare*, Vol. 2 No. 6, 215-225 (in Italian), 1983.
- Van de Kuilen J.W.G., Dejong M. *3D-numerical modelling of DVW reinforced joints*. In: *Proceedings of 8th WCTE Finland*, 2004.
- Van Noortwijk, J.M. *A survey of the application of gamma processes in maintenance*, *Reliability Engineering and System Safety*, 94(1), pp. 2–21., 2009.
- Van Noortwijk, J.M., van der Weide, J.A.M., Kallen, M.J. and Pandey, M.D. *Gamma processes and peaks-over-threshold distributions for time-dependent reliability*, *Reliability Engineering and System Safety*, 92(12), pp. 1651–1658., 2007.
- Velimirović L., Perić Z., Nikolić J., and Stanković M. *Design of Compandor Based on Approximate the First-Degree Spline Function*, *Electronics and Electrical Engineering*, 19(10), pp. 151-154., 2013.
- Werner, H. *Holz-Beton-Verbunddecke mit einer neuartigen Fugenausbildung*, *Bauen mit Holz*, 4/92, pp. 312-324., 1992.
- Yeoh, D., Fragiaco, M., De Franceschi, M. and Boon, K.H. *State of the Art on Timber-Concrete Composite Structures: Literature Review*, *Journal of Structural Engineering*, 137(10), pp. 1085–1095., 2011.
- Zardari, N. H., Sharif, K. A., Shirazi, M. and Yusop, Z. B. *Weighting Methods and their Effects on Multi-Criteria Decision Making Model Outcomes in Water Resources Management*, Springer, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 2015.
- Zhang, Y., Kim, C.W. and Tee, K.F. *Maintenance management of offshore structures using Markov process model with random transition probabilities*, *Structure and Infrastructure Engineering*, 1-13. 2016.

9. BIOGRAFIJA AUTORA

Nikola Velimirović, diplomirani inženjer građevinarstva, rođen je 12.11.1981. godine u Nišu. Završio je osnovnu školu „Sreten Mladenović Mika” u Nišu kao nosilac diplome „Vuk Karadžić” . Gimnaziju „Bora Stanković” u Nišu, prirodno-matematički smer, završio je sa odličnim uspehom.

Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu, upisao je školske 2000/01 godine. Diplomске studije na konstruktorskom smeru građevinskog odseka završio je 2009. godine sa prosečnom ocenom 8.42 i odbranjenim diplomskim radom sa ocenom 10.

Upisao je doktorske akademske studije na Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu školske 2009/10 godine. Kao stipendista EM2-STEM Erasmus Mundus programa proveo je dve godine (12/2011-12/2013) na studijskom boravku u Velikoj Britaniji na City University London, gde je i sproveo deo istraživanja iz oblasti doktorske disertacije. Tokom ovog boravka, bio je angažovan i kao asistent na predmetu *Structural analysis*. Nagrađen je od strane Organizacionog komiteta konferencije ICOSAR2013 održane na Columbia University, SAD.

Kao građevinski inženjer bio je angažovan tokom 2014. i 2015. godine u kompaniji „Nova zemlja” koja je podizvođač radova na istočnom kraku Koridora 10 u okviru projekta: „Izgradnja auto-puta E80, deonica: Prosek – Crvena Reka, LOT 1 – putevi i mostovi Prosek – Bancarevo“

Trenutno je angažovan kao istraživač-saradnik na naučno-istraživačkom projektu: Geometrija, obrazovanje i vizuelizacija sa primenama (ev.br.174012) koje finansira Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije. Takođe, od školske 2016/17 godine angažovan je i kao asistent na Državnom univerzitetu u Novom Pazaru.

Autor je i koautor većeg broja naučnih radova, od toga četiri u kategoriji M21, dva u kategoriji M23, jedan u kategoriji M24 i jedan u kategoriji M51, objavljenih u međunarodnim naučnim časopisima i prosidingsima međunarodnih konferencija.

Govori engleski i francuski jezik. Oženjen je, otac jednog deteta.

Izjava 1.

IZJAVA O AUTORSTVU

Izjavljujem da je doktorska disertacija, pod naslovom

"Probabilistička analiza i optimizacija spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton"

koja je odbranjena na Građevinsko-arhitektonskom fakultetu Univerziteta u Nišu.

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da ovu disertaciju, ni u celini, niti u delovima, nisam prijavljivao/la na drugim fakultetima, niti univerzitetima;
- da nisam povredio/la autorska prava, niti zloupotrebio/la intelektualnu svojinu drugih lica.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci, koji su u vezi sa autorstvom i dobijanjem akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada, i to u katalogu Biblioteke, Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Nišu, kao i u publikacijama Univerziteta u Nišu.

U Nišu, _____

Potpis autora disertacije:

Nikola M. Velimirović

Izjava 2.

**IZJAVA O ISTOVETNOSTI ELEKTRONSKOG I ŠTAMPANOG
OBLIKA DOKTORSKE DISERTACIJE**

Naslov disertacije: "**Probabilistička analiza i optimizacija spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton**"

Izjavljujem da je štampani oblik moje doktorske disertacije istovetan elektronskom obliku, koju sam predao/la za unošenje u **Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu.**

U Nišu, _____

Potpis autora disertacije:

Nikola M. Velimirović

Izjava 3.

IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Nikola Tesla“ da, u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu, unese moju doktorsku disertaciju, pod naslovom:

"Probabilistička analiza i optimizacija spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton"

Disertaciju sa svim priložima predao/la sam u elektronskom obliku, pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju, unetu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu, mogu koristiti svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons), za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo (**CC BY**)
2. Autorstvo – nekomercijalno (**CC BY-NC**)
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade (**CC BY-NC-ND**)
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (**CC BY-NC-SA**)
5. Autorstvo – bez prerade (**CC BY-ND**)
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (**CC BY-SA**)

U Nišu, _____

Potpis autora disertacije:

Nikola M. Velimirović