



UNIVERZITET U NIŠU
ELEKTRONSKI FAKULTET



Maja S. Stanković

**DISTRIBUIRANA KALIBRACIJA SENZORSKIH
MREŽA U VELIKIM SISTEMIMA
UPRAVLJANJA ZASNOVANA NA
KONSENZUSU**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Niš, 2023.



UNIVERSITY OF NIŠ
FACULTY OF ELECTRONIC
ENGINEERING



Maja S. Stanković

**DISTRIBUTED CALIBRATION OF SENSOR
NETWORKS IN LARGE SCALE CONTROL
SYSTEMS BASED ON CONSENSUS**

DOCTORAL DISSERTATION

Niš, 2023.

Podaci o doktorskoj disertaciji

Mentor:	Prof. dr Dragan Antić, redovni profesor, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet
Naslov:	Distribuirana kalibracija senzorskih mreža u velikim sistemima upravljanja zasnovana na konsenzusu
Rezime:	<p>Ova doktorska disertacija posvećena je problemu distribuirane makro-kalibracije velikih senzorskih mreža koja je od velikog značaja za oblasti upravljanja velikim sistemima, kiber-fizičkih sistema i interneta stvari. Osnovni doprinos disertacije je predlog novog algoritma distribuirane makro-kalibracije naslepo koji pruža efikasno praktično rešenje putem obezbeđenja asimptotskog konsenzusa u pogledu vrednosti korigovanih ofseta i korigovanih pojačanja pojedinačnih senzora. U algoritmu se pojačanje koriguje nezavisno koristeći rekurzivni postupak sa instrumentalnim promenljivim izveden iz srednjeg kvadrata razlike korigovanih inkremenata merenog signala, dok se ofset koriguje na bazi tekuće korekcije pojačanja koristeći gradijentni postupak izveden iz srednjeg kvadrata razlike korigovanih merenih signala. Dokazana je eksponencijalna konvergencija korigovanih vrednosti pojačanja i ofseta ka konsenzusu u srednje-kvadratnom smislu i sa verovatnoćom 1 za široku klasu signala i komunikacionih mreža. Takođe je dokazana konvergencija predloženog algoritma u srednje-kvadratnom smislu i sa verovatnoćom 1 pri sinhronim i asinhronim komunikacijama u prisustvu komunikacionog i mernog šuma. Dokazana je konvergencija u srednje-kvadratnom smislu i sa verovatnoćom 1 novog nelinearnog algoritma kalibracije robusnog u odnosu na šum kontaminiran sporadično velikim realizacijama. Posebno je dokazano da se pogodnim izborom referentnog senzora postiže konvergencija svih korigovanih vrednosti pojačanja i ofseta ka unapred izabranim referentnim vrednostima. Teorijski rezultati su verifikovani mnogim karakterističnim simulacionim primerima koji ih u potpunosti potvrđuju.</p>
Naučna oblast:	Elektrotehničko i računarsko inženjerstvo

Naučna disciplina:

Upravljanje sistemima

Ključne reči:

Mrežni sistemi upravljanja, kalibracija senzorskih mreža, distribuirana stohastička aproksimacija, dinamički konsenzus, brzina konvergencije, statistička robusnost

UDK:

681.5.01:621.3

CERIF klasifikacija:

T125, Automatizacija, robotika, kontrolni inženjering

Tip licence Kreativne zajednice:

CC BY-NC-ND

Data on Doctoral Dissertation

Doctoral Supervisor:

PhD Dragan Antić, full professor, University of Niš,
Faculty of Electronic Engineering

Title:

Distributed calibration of sensor networks in large scale
control systems based on consensus

Abstract:

This Ph. D. dissertation is devoted to the problem of distributed macro-calibration of large sensor networks which is of great importance for large scale systems control, Cyber-physical Systems and Internet of Things. The main contribution of the thesis is the proposal of a novel algorithm for distributed blind macro-calibration which offers a practically efficient solution by ensuring asymptotic consensus of the corrected sensor gains and offsets. The algorithm is based on independent recursive gain corrections using the instrumental variable algorithm derived from the mean-square value of the corrected signal increment measurements, working in parallel with recursive offset corrections using a gradient algorithm derived from the mean-square value of the corrected signal measurements themselves. It is proved that the corrected gains and offsets converge in the mean-square sense and with probability one to consensus for large classes of signals and communication networks. It is also proved that the proposed algorithm converges in the mean-square sense and with probability one in the presence of communication and measurement noises for both synchronous and asynchronous communications. Convergence in the mean-square sense and with probability one is proved for an original nonlinear calibration algorithm which is robust with respect to the noise contaminated by sporadic large realizations. It is also proved that a suitable choice of a reference sensor enables getting convergence of all the corrected gains and offsets to *a priori* chosen reference values. The theoretical results are practically verified by numerous characteristic simulations which confirm all the derived conclusions.

Scientific Field:

Electrical and Computer Engineering

Scientific Discipline:

Control systems

Key Words:

Networked control systems, calibration of sensor networks, distributed stochastic approximation, dynamic consensus, convergence rate, statistical robustness

UDC:

681.5.01:621.3

CERIF Classification:

T125, Automation, robotics, control engineering

Creative Commons License Type:

CC BY-NC-ND

Zahvalnica

Zahvaljujem se Profesoru Draganu Antiću na konstruktivnom rukovođenju radom na ovoj disertaciji i korisnim sugestijama. Posebnu zahvalnost izražavam Profesoru Saši Nikoliću na kontinuiranoj pažnji posvećenoj ovoj disertaciji i pomoći u svim fazama njene izrade.

Zahvaljujem se kompaniji (preduzeću) Telekom Srbija na permanentnoj podršci radu na ovoj disertaciji. Posebno sam zahvalna kolegama iz Direkcije za tehniku na stimulativnom i inspirišućem stavu prema istraživanjima prikazanim u ovoj disertaciji.

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Kiber-fizički sistemi i Internet stvari	9
2.1	Kiber-fizički sistemi (KFS).....	10
2.2	Internet stvari (IS).....	11
2.3	Odnos KFS-IS.....	12
2.4	KFS: arhitektura i projektni zahtevi	13
2.5	Bežične senzorske mreže u okviru kiber-fizičkih sistema.....	14
2.5.1	Senzorske mreže.....	14
2.5.2	Karakteristike čvorova BSM.....	16
2.5.3	Osobine BSM u sklopu KFS.....	20
2.5.4	Integracija BSM sa KFS.....	21
3	Kalibracija senzorskih mreža.....	23
3.1	Osnove kalibracije	24
3.2	Modeli kalibracije.....	25
3.2.1	Izbor modela	27
3.2.2	Tačnost modela.....	27
3.3	Prilazi kalibraciji i atributi.....	28
3.4	Izabrani metodi kalibracije	30
3.4.1	Distribuirana kalibracija.....	30
3.4.2	Neka aktuelna rešenja	32
4	Kalibracija bez prisustva poremećaja – sinhrona komunikacije.....	36
4.1	Ocenjivanje ofseta.....	36
4.1.1	Model i osnovni algoritam kalibracije.....	36
4.1.2	Analiza konvergencije	38
4.2	Ocenjivanje pojačanja.....	40
4.2.1	Definicija algoritma	40
4.2.2	Analiza konvergencije	41
4.3	Simultano ocenjivanje ofseta i pojačanja.....	43
4.3.1	Definicija algoritma kalibracije.....	43
4.3.2	Analiza konvergencije	45
4.4	Kalibracija sa referencom	47
4.5	Rezultati simulacije	51
5	Kalibracija u prisustvu poremećaja - sinhrona komunikacije.....	55
5.1	Komunikacioni šum	55

5.1.1	Ocenjivanje ofseta	56
5.1.2	Ocenjivanje pojačanja	57
5.2	Merni šum	58
5.2.1	Ocenjivanje ofseta	59
5.2.2	Ocenjivanje pojačanja	59
5.3	Simultano ocenjivanje pojačanja i ofseta.....	62
5.3.1	Komunikacioni šum.....	62
5.3.2	Merni šum	66
5.4	Algoritmi kalibracije ofseta i pojačanja sa referencom.....	68
5.5	Rezultati simulacija	71
6	Kalibracija u prisustvu poremećaja – asinhrona komunikacije.....	76
6.1	Formulacija problema	76
6.2	Algoritam za ocenjivanje pojačanja	77
6.3	Algoritam za ocenjivanje ofseta.....	79
6.4	Globalni model	79
6.5	Analiza konvergencije algoritma	81
6.6	Algoritam sa referentnim čvorom	86
6.7	Rezultati simulacija	87
7	Distribuirani nelinearni robusni algoritmi kalibracije.....	90
7.1	Formulacija problema	90
7.2	Nelinearni algoritmi kalibracije	91
7.3	Analiza konvergencije algoritma	94
7.4	Korekcija pojačanja	95
7.5	Korekcija ofseta	100
7.6	Robusni algoritmi kalibracije	101
7.6.1	Opšti aspekti.....	102
7.6.2	Robusna kalibracija	103
7.7	Rezultati simulacija	105
8	Zaključak	110
	Literatura.....	115
	Prilozi	127
A.	Dinamički konsenzus protokoli - definicija.....	127
B.	Konvergencija konsenzus protokola	128
C.	Robusna estimacija parametara	132
	Biografija autora	138

SPISAK SLIKA

Slika 4.1: Ocena ofseta, mreža G2, pojačanje algoritma $\delta = 0.01$	52
Slika 4.2: Ocena ofseta, mreža G2, pojačanje algoritma $\delta = 0.001$	52
Slika 4.3: Ocena ofseta, mreža G2, sa referentnim čvorom	52
Slika 4.4: Ocena ofseta, mreža G2, sa referentnim čvorom, manje pojačanje algoritma.....	52
Slika 4.5: Ocena pojačanja, mreža G2, pojačanje algoritma $\delta = 0.01$	53
Slika 4.6: Ocena pojačanja, mreža G2, pojačanje algoritma $\delta = 0.001$	53
Slika 4.7: Ocena pojačanja, mreža G2, sa referentnim čvorom	53
Slika 4.8: Ocena pojačanja, mreža G3, sa referentnim čvorom	53
Slika 4.9: Simultano ocenjivanje, mreža G3, pojačanje algoritma $\delta = 0.01$	54
Slika 4.10: Simultano ocenjivanje, mreža G3, pojačanje algoritma $\delta = 0.001$	54
Slika 4.11: Simultano ocenjivanje, mreža G2, sa referentnim čvorom	54
Slika 4.12: Simultano ocenjivanje, mreža G3, sa referentnim čvorom	54
Slika 5.1: Ocena ofseta, G2, $k = 0.1$, $a = 0$	71
Slika 5.2: Ocena ofseta, G2, $k = 0.1$, $a = 0.6$	71
Slika 5.3: Ocena pojačanja, G2, $k = 0.1$, $a = 0.75$	72
Slika 5.4: Ocena pojačanja, G2, $k = 0.1$, $a = 0.75$, sa referentnim čvorom	72
Slika 5.5: Simultano ocenjivanje, G2, $k = 0.1$, $a = 0.75$	72
Slika 5.6: Simultano ocenjivanje, G2, $k = 0.1$, $a = 0.75$, sa referentnim čvorom	72
Slika 5.7: Ocena ofseta, G2, $k = 0.1$, $a = 0.7$	73
Slika 5.8: Ocena ofseta, G2, $k = 0.1$, $a = 0.95$	73
Slika 5.9: Ocena ofseta, G2, $k = 0.1$, $a = 0.95$, sa referentnim čvorom.....	73
Slika 5.10: Ocena pojačanja, G2, bez instrumentalnih promenljivih	74
Slika 5.11: Ocena pojačanja, G2, sa instrumentalnim promenljivim	74
Slika 5.12: Ocena pojačanja, G2, sa instr. promenljivim, sa referentnim čvorom	74
Slika 5.13: Simultano ocenjivanje, G2, sa mernim šumom, bez instr. promenljivih	75
Slika 5.14: Simultano ocenjivanje, G2, sa mernim šumom, sa instr. promenljivim	75
Slika 5.15: Simultano ocenjivanje, G2, sa mer. i kom. šumom, bez instr. promenljivih	75
Slika 5.16: Simultano ocenjivanje, G2, sa mernim i kom. šumom, sa instr. promenljivim	75
Slika 6.1: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez instr. promenljivih.....	88
Slika 6.2: Simultano ocenjivanje, asinhrono, sa instr. promenljivim, šum $\sigma = 0.02$	88
Slika 6.3: Simultano ocenjivanje, asinhrono, sa instr. promenljivim, šum $\sigma = 0.075$	88

Slika 6.4: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez šuma	89
Slika 6.5: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez šuma, predloženog u [56].....	89
Slika 6.6: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez šuma, sa ref. čvorom	89
Slika 6.7: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez šuma, ref. čvor, predloženo u [57].....	89
Slika 7.1: Komunikacioni šum; a) Nelinearnost saturacionog tipa, b) Linearno	106
Slika 7.2: Merni šum; a) Nelinearnost saturacionog tipa, b) Linearno	107
Slika 7.3: Parametri kalibracije; a) Nelinearnost saturacionog tipa, b) Linearno	107
Slika 7.4: Komunikacioni šum; a) <i>Sign</i> algoritam, b) Linearno.....	108

1 UVOD

Veoma značajan aktuelni trend u razvoju metoda i tehnologija sistema upravljanja vezan je za mrežno upravljanje velikim sistemima pomoću računara. Preduslov za ovaj pravac razvoja jeste računarsko-komunikaciona podrška ostvarena uz korišćenje najnovijih rezultata razvoja hardvera i softvera računara, kao i tehnologija i principa njihovog umrežavanja. Jedan od veoma važnih rezultata koji su postignuti u ovom domenu jeste koncept kiber-fizičkih sistema - KFS (*Cyber-Physical Systems* - CPS), koji počiva na sinergiji ICT tehnologija, sa jedne strane, i fizičkog sveta kojim se upravlja, sa druge [1] - [7]. Koncept KFS je promenio opštu metodologiju pristupa upravljanju velikim sistemima i doprineo razvoju novih teorijskih koncepata upravljanja. Još je više izražen nagli porast veoma uspešnih primena KFS, kao što su elektro-privredni sistemi, sistemi upravljanja vodoprivredom, sistemi specijalne namene, itd. Pokazalo se da se u sklopu KFS mogu potpunije realizovati osnovni postulati kibernetike kao nauke o upravljanju sistemima različite prirode (na šta ukazuje i smisao usvojenog imena) [8] - [10]. Treba napomenuti da su tzv. mrežni sistemi upravljanja - MSU (*Networked Control Systems* - NCS) (koji se po definiciji u velikoj meri poklapaju sa KFS) u žiži interesovanja inženjera i istraživača u oblasti upravljanja sistemima, što se na sličan način odnosi i na tzv. sisteme sistema (*Systems of Systems* - SS), sa jačim naglaskom na njihovoj strukturi. Ne bi trebalo u ovako opštem pogledu na savremene sisteme upravljanja izostaviti uticaj i tzv. interneta stvari - IS (*Internet of Things* - IoT), čija definicija se, iako su ponikli od interneta kao baze, u mnogo čemu poklapa sa definicijom KFS; mnogi danas uspešno razvijeni sistemi upravljanja mogu da se interpretiraju bilo kao KFS, bilo kao IS [11] - [16].

Stavljajući u fokus senzorski deo bilo KFS, bilo IS, treba konstatovati da se u poslednje vreme sve veća pažnja poklanja senzorskim mrežama [17] - [35]. Mnoga su područja u domenu nauke i tehnike u kojima su danas senzorske mreže našle svoju primenu, i koja, u skladu sa svojim ciljevima i potrebama, predstavljaju veoma važan motivacioni element za dalji razvoj cele oblasti. Senzorske mreže predstavljaju veoma bitan i neizbežan sastavni deo MSU, bilo da se interpretiraju kao KFS, bilo kao IS [17], [18], [29], [30], [36] - [39]. Pri tome, senzorske mreže se mogu koristiti kako u sklopu petlji upravljanja, tako i u dijagnostičke svrhe, u cilju nadgledanja, detekcije događaja, otkaza, itd. [40] - [43]. Nove tehnologije senzora kao osnovnih gradivnih elemenata inteligentnih mrežnih sistema upravljanja, nove tehnike komunikacija, kao i novi distribuirani algoritmi čiji smisao proističe iz primena, doveli su do izuzetnog razvoja celokupne oblasti [29].

Kalibracija senzora predstavlja jedan od fundamentalnih problema i izazova u razvoju senzorskih mreža, posebno imajući u vidu njihove sve veće i veće fizičke dimenzije. Treba imati u vidu da samo relativno mali senzorski sistemi mogu da koriste takozvanu mikro-kalibraciju klasičnog tipa, u kojoj se svaki uređaj posebno podešava u okviru kontrolisanog okruženja [19], [20]. Mreže sa većim brojem senzora, posebno u domenu bežičnih senzorskih mreža - BSM (*Wireless Sensor Networks* - WSN) zahtevaju nove koncepte i metode kalibracije, imajući u vidu da mnogi uređaji u mreži mogu biti parcijalno neopservabilni u datom okruženju, koje, samo po sebi, može da ima promenljive dinamičke osobine, kao i značajan stepen neodređenosti [19], [21] - [24], [31], [44] - [50]. Takozvana makro-kalibracija polazi od ideje da se kalibriše mreža kao celina na bazi posmatranja ukupnog odziva [26], [32], [34]. Na ovaj način se izbegava potreba za kalibracijom svakog senzora u mreži, što može biti ne samo neizvodljivo, nego i u praktičnom smislu složeno i neisplativo. Ako je stimulus u mreži poznat, obično se mreža kalibriše tako što se podešavaju izabrani parametri koji karakterišu mrežu u celini dok se ne dovedu mereni i stvarni izlaz do poklapanja [31]. Sledeći korak u razvoju metoda makro- kalibracije usmeren je ka takozvanoj kalibraciji naslepo (*blind calibration*), kod koje se ne pretpostavlja poznavanje signala koji pobuđuje mrežu, što predstavlja veoma značajnu generalizaciju, kako u koncepcionom, tako i u praktičnom smislu [19], [27], [28], [31], [33], [44] - [50]. Osnovna zamisao je da se ponašanja senzora usaglase tako da se posle kalibracije mreža ponaša homogeno u nekom unapred definisanom smislu, očekujući, na primer, da većina dobro podešenih senzora posredno kalibriše one koji to nisu i dovede do poboljšanja karakteristika sistema kao celine. Formalno, ovaj zadatak se može postaviti polazeći od centralizovane strategije, uz pretpostavku o prostornoj korelisanosti merenih signala [19]. Ovakav pristup može kod velikih mreža da bude nedovoljno efikasan, imajući u vidu potrebu za centralizovanim komunikacijama sa svakim sensorom. Centralizacija može da bude značajan problem, s obzirom da su u današnjim senzorskim mrežama velikih dimenzija najbitniji potrošači energije upravo komunikacioni delovi. Otuda se javlja potreba za decentralizovanom kalibracijom naslepo, koja bi postavljeni zadatak mogla da reši bez potrebe za centralizovanim postupcima. Ovakvim algoritmima se u poslednje vreme poklanja velika pažnja u okviru mrežnih sistema upravljanja [27], [28]. Veoma značajni rezultati postignuti su u širokom domenu distribuiranih iterativnih algoritama u sklopu problema paralelnog računanja i distribuiranih metoda optimizacije i estimacije stanja i parametara sistema, na primer, [35], [51], [52], kao i u domenu multi-agent sistema, uključujući mnogobrojne aplikacije [53], [54]. Pomenute reference tretiraju veoma široki spektar problema, ali imaju jedan zajednički imenilac: zasnovane su na principima konsenzusa između elemenata

sistema. U mnogim radovima razmatrani su matematički osnovi mreža (ili multi-agent sistema) zasnovanih na konsenzusu ([35], sa referencama). Pokazano je da je na bazi konsenzusa moguće na nov način prići problemima distribuiranog ocenjivanja stanja dinamičkih sistema, upravljanja formacijama letilica, upravljanja multi-robotским sistemima, distribuirane detekcije, itd [40] - [43], [53], [54]. U biti pomenutih primena je inkorporiranje dinamičkog konsenzusa u odgovarajuće algoritme estimacije, upravljanja, detekcije, itd. Osnovna implikacija na rešavanje problema distribuirane kalibracije naslepo jeste u ideji da se obezbedi zadovoljenje uslova konsenzusa u nekom usvojenom smislu, što bi dovelo do izjednačavanja karakteristika svih senzora u mreži, a time i do kalibracije naslepo u skladu sa pomenutim principima. Prema uvidu u dostupnu literaturu, primeni konsenzusa u problemima kalibracije posvećeni su radovi [50], [55], koji problem tretiraju usko i parcijalno. Metodološki konzistentan pristup distribuiranoj kalibraciji naslepo zasnovan na konsenzusu predložen je u [27], [28], [56], [57]. Predloženi algoritam podešavanja kalibracionih parametara senzora polazi od srednje-kvadratnog kriterijuma slaganja izlaza senzora i predstavlja distribuirani gradijentni algoritam čija je osobina da asimptotski obezbedi jednakost izlaza senzora preko izjednačavanja korigovanih ofseta i pojačanja pojedinačnih senzora, a bez potrebe za centralizacijom u bilo kom smislu. Ovakav pristup omogućava postizanje:

- 1) uniformno kvalitetnih merenja u slučaju većine dobro kalibriranih senzora i
- 2) postizanje idealne kalibracije cele mreže u slučaju kada je jedan idealno kalibrirani senzor uzet kao referenca.

U navedenim radovima je pokazano da je konsenzus u usvojenom smislu moguće postići i obezbediti kalibraciju naslepo pod veoma opštim uslovima. Teorijska analiza, međutim, zahteva relativno složeno zaključivanje zasnovano na posebnim osobinama decentralizovanih sistema sa dijagonalnom dominantnošću.

Okosnica cele disertacije jeste originalno objedinjenje ideje o formiranju gradijentnog postupka za makro-kalibraciju senzorskih mreža naslepo na bazi prethodno definisanog kriterijuma i ideje o distribuiranoj sinhronizaciji satova zasnovanoj na konsenzusu [58], sa ciljem formiranja novog algoritma za distribuiranu kalibraciju naslepo senzorskih mreža sa dekuplovanim ocenjivanjem parametara kalibracije, takvog da:

- 1) pruža konvergenciju ocena korigovanih parametara kalibracije ka konsenzusu sa verovatnoćom 1 (sv1) i u srednje-kvadratnom smislu (sks) pod manje restriktivnim uslovima nego u [27], [28], [56], [57];

- 2) omogućava veću fleksibilnost u definisanju meta-parametara algoritma, što dovodi do bolje adaptacije uslovima primene;
- 3) daje poboljšanu brzinu konvergencije i veću otpornost na merni i komunikacioni šum u odnosu na gradijentni algoritam iz [27], [28], [56], [57];
- 4) zahteva manje računskih operacija i među-senzorskih komunikacija u odnosu na postojeće metode.

Algoritam distribuirane sinhronizacije satova od čije osnovne strukture se polazi u radu zasniva se na formalnoj sličnosti problema distribuirane sinhronizacije satova i distribuirane kalibracije senzora [58]. Naime, u problemu sinhronizacije satova polazi se najčešće od toga da je relativno vreme izmereno od strane i -tog sata definisano kao afina funkcija apsolutnog vremena t , tj. $\tau_i(t) = \alpha_i t + \beta_i$, gde su α_i i β_i nepoznati parametri pojačanja i ofseta, a da se sinhronizacija na nivou mreže vrši primenom afine funkcije lokalnog vremena $T(t) = a_i \tau_i(t) + b_i = a_i \alpha_i t + a_i \beta_i + b_i$, gde su a_i i b_i korekcionni kalibracioni parametri koje treba odrediti. Prema radu [58], određivanje parametra a_i dekuplovano je od određivanja parametra b_i tako što se posmatraju priraštaji $\Delta \tau_i(t) = \alpha_i(t + \Delta t) - \alpha_i(t) = \alpha_i \Delta t$ (koji ne zavise od ofseta β_i), pa se formira rekurzivna šema koja u realnom vremenu autonomno generiše ocene parametra a_i na bazi osnovne relacije $\Delta T_i(t) = a_i \alpha_i \Delta t$, dok se parametar b_i ocenjuje koristeći dobijene ocene parametra a_i . Slično tome, u problemu kalibracije imamo karakteristiku senzora datu relacijom $y_i(t) = \alpha_i x(t) + \beta_i$, gde $x(t)$ predstavlja nepoznatu stvarnu vrednost merenog signala u trenutku t . Izlaz senzora dovodi se u tzv. kalibracionu funkciju, koja daje korigovani izlaz senzora $z_i = a_i y_i(t) + b_i = a_i \alpha_i x(t) + a_i \beta_i + b_i$ gde su a_i i b_i parametri koje treba odrediti. Očigledno je da su, formalno, problemi sinhronizacije i kalibracije slični: apsolutnom vremenu t u problemu sinhronizacije odgovara mereni signal $x(t)$ u problemu kalibracije. Ipak, treba napomenuti da su osobine algoritama sinhronizacije i kalibracije bitno različite, s obzirom na bitno različite karakteristike funkcija t i $x(t)$, kao i na različitu suštinu tehničke postavke problema u celini.

U disertaciji će biti pokazano teorijski i eksperimentalno da dekuplovanje ocenjivanja kalibracionih parametara u problemu kalibracije, zasnovano na ideji primenjenoj u sinhronizaciji satova, omogućava, u principu, postizanje postavljenih opštih ciljeva disertacije. Predloženi algoritmi kalibracije koji definišu lokalne korekzione parametre na bazi ovog principa, omogućavaju da se problem kalibracije naslepo reši tako što bi se formirale dve rekurzivne procedure, od kojih prva, potpuno nezavisno od ofseta, obezbeđuje jednako

korigovano pojačanje svih senzora, a druga, koja zavisi od prve, jednake korigovane ofsete. U tom smislu algoritmi koji će biti predmet ove teze predstavljaju originalne konstrukcije čija je pretenzija da pruže rešenje problema kalibracije naslepo koje je fleksibilnije od onoga predloženog u [27], [28], imajući u vidu inherentno slabiju spregu algoritama za ocenjivanje pojačanja i ofseta. Kao što će biti pokazano, predloženi algoritmi se i formalno i suštinski razlikuju od procedure predložene u [58]. Osnovni predloženi algoritmi su linearni u odnosu na parametre (što nije slučaj sa algoritmom predloženim u [58]), s obzirom da je gradijentni algoritam za ocenjivanje pojačanja izveden na potpuno originalan način. Štaviše, u radu će biti tretiran slučaj asinhronog rada mreže u stohastičkom okruženju, uz komunikacione i merne šumove, što nije lako izvodljivo na bazi direktne primene strukture sinhronizacionog algoritma predloženog u [58], imajući u vidu njegovu bitno nelinearnu formu. Posebno je značajno sa teorijskog stanovišta to što analiza konvergencije predloženih šema ocenjivanja ka konsenzusu ne zahteva primenu metodologije analize decentralizovanih dijagonalno dominantnih sistema [27], [28], [59], već samo bazične rezultate izvedene iz osobina osnovnih linearnih šema konsenzusa prvog reda.

Rad je podeljen na Uvod, šest poglavlja, zaključak, reference i tri dodatka.

Poglavlje 2 sadrži opšte osobine KFS i IS, imajući u vidu njihov značaj za sagledavanje primenljivosti predloženih algoritama kalibracije u opštem kontekstu decentralizovanog upravljanja velikim sistemima. U odeljcima 2.1 i 2.2 date su karakteristične opšte definicije KFS i IS, da bi u odeljku 2.3 bila data analiza odnosa KFS i IS. Polazeći od opštih zahteva koji se postavljaju pred KFS, pokazano je da bežične senzorske mreže (BSM) predstavljaju bitan sastavni deo KFS, pa je u tom svetlu u odeljku 2.5 dat opšti prikaz osobina velikih senzorskih mreža i tehničkih karakteristika njihovih čvorova, da bi posebna pažnja bila posvećena opštim aspektima integracije BSM sa KFS.

Opštim aspektima problema kalibracije senzorskih mreža posvećeno je Poglavlje 3. Osnovne definicije date su u odeljku 3.1, da bi osnovni modeli kalibracije bili dati u odeljku 3.2. Detaljnoj analizi postojećih rezultata u ovoj oblasti prethodi opšta analiza atributa kalibracije, da bi, zatim, pažnja bila posvećena postojećim algoritmima za distribuiranu kalibraciju, koja je u fokusu ove disertacije. Ukazano je na nedovoljnu sistematičnost postojećih prilaza, pa je pažnja usmerena na ona rešenja koja su još uvek aktuelna za inženjersku praksu. Iz ovog poglavlja suštinski sledi i mesto koje u skupu algoritama kalibracije imaju algoritmi predloženi u ovoj disertaciji.

U Poglavlju 4 prikazan je predloženi algoritam primenjen u slučaju nepostojanja neodređenosti u vidu bilo komunikacionog, bilo mernog aditivnog šuma. Pretpostavljeno je da je mereni signal slučajan i nepoznat u procesu kalibracije (kalibracija naslepo). Polazeći od afinih funkcija koje definišu izmereni signal, s jedne strane, i korigovani signal, s druge, najpre je definisan problem kalibracije ofseta (odjeljak 4.1). Formirane su lokalne kriterijumske funkcije srednje-kvadratne razlike između izlaza susednih čvorova u senzorskoj mreži, pa je izveden rekurzivni gradijentni algoritam za ocenjivanje odgovarajućeg korekcionog parametra. Algoritam je prikazan u kompaktnoj formi za celu mrežu, pa je pokazano da postoji linearna transformacija koja Laplasijan mreže definisan preko težinskih koeficijenata kriterijumskih funkcija prevodi na formu u kojoj su prva kolona i prvi red sačinjeni od nula (što je od izuzetnog značaja u ovoj disertaciji). Zatim je dokazana eksponencijalna konvergencija ka konsenzusu za dati algoritam, uz pretpostavku da je težinski koeficijent algoritma konstantan. Posebna pažnja je posvećena izboru težinskih koeficijenata u kriterijumskim funkcijama. Dokazano je da se uticaj na vrednost koja se ostvaruje u konsenzusu može modifikovati za pojedine senzore na dva karakteristična načina. U ekstremnom slučaju, kada se vrednost jednog od ofseta fiksira, dobija se šema za koju je dokazana konvergencija. Ovo je od značaja u slučaju kada se može izabrati jedan od senzora kao referentni (idealni).

U odeljku 4.2 razmatran je problem ocenjivanja korekcije pojačanja. Na bazi pristupa koji polazi od relacije za inkremente merenog signala, formiran je odgovarajući gradijentni algoritam koji dovodi do konvergencije korigovanih pojačanja ka konsenzusu. Izveden je dokaz konvergencije u srednje-kvadratnom smislu. I ovde je poklonjena pažnja situaciji u kojoj je jedan od senzora izabran kao referentni. Simulacioni podaci u potpunosti ilustruju teorijski izvedene zaključke i ukazuju na dostiživu brzinu konvergencije algoritama.

Odeljak 4.3 posvećen je simultanom ocenjivanju korekcionih parametara ofseta i pojačanja u cilju obezbeđenja konsenzusa kako u pogledu korigovanog pojačanja, tako i u pogledu korigovanog ofseta. Definisana je opšta forma algoritma kalibracije, pa je dokazana konvergencija oba parametra ka odgovarajućem konsenzusu u srednje-kvadratnom smislu. Pokazano je, takođe, da algoritam konvergira i onda kada se usvoje referentne vrednosti za pojačanje i ofset. Simulacioni deo pokazuje izuzetno brzu konvergenciju ka konsenzusu.

Peto poglavlje posvećeno je kalibraciji u slučaju rada mreže u stohastičkom okruženju, kada su komunikacije u mreži sinhronne.

Najpre je u odeljku 5.1 razmatran problem kalibracije pri postojanju aditivnog komunikacionog šuma. Konsekutivno su tretirani problemi kalibracije ofseta, pojačanja i oba parametra simultano. Treba napomenuti da forma gradijentnog algoritma usvojenog za ocenjivanje pojačanja omogućava konzistentno tretiranje ovog problema polazeći od klasičnih rezultata teorije stohastičke aproksimacije. Usvojena je identična forma algoritma kao u determinističkom slučaju, s time što je pretpostavljeno da je pojačanje algoritma promenljivo u vremenu i da teži nuli na način tipičan za stohastičku aproksimaciju. Primenjeni su, u cilju dokaza konvergencije $sv1$ i sks , rezultati postignuti u domenu stohastičkog konsenzusa [60], [61]. Pokazano je da konvergencija $sv1$ i sks postoji i u slučaju kada se usvoje referentne vrednosti kako za ofset, tako i za pojačanje. Formiran je, po analogiji sa Poglavljem 4, i algoritam za ocenjivanje oba kalibraciona parametra simultano (odeljak 5.1.3). Ukazano je na teorijske probleme analize konvergencije ovog algoritma, imajući u vidu da postojeći opšti rezultati na ovakav slučaj nisu direktno primenljivi. Egzaktan dokaz konvergencije ka konsenzusu $sv1$ i sks je dat za opštiji slučaj u Poglavlju 6. Analiza performansi algoritma je detaljno izvršena putem simulacije. Dati rezultati pokazuju da algoritam daje veoma dobre rezultate i da, pod opštijim uslovima, pruža konvergenciju ka konsenzusu za oba razmatrana parametra simultano.

Odeljak 5.2 posvećen je slučaju aditivnog belog mernog šuma za sve senzore. Pokazano je da se rezultati prikazani u odeljku 5.1 mogu u tom slučaju u potpunosti primeniti na slučaj ocenjivanja. Međutim, problem ocenjivanja pojačanja tada postaje daleko složeniji problem od problema ocenjivanja ofseta. Naime, pokazano je da se direktnom primenom izvedenog gradijentnog algoritma ne može postići konsenzus, imajući u vidu korelisanost članova u izrazu za ocene koji sadrže u sebi uzorke mernog šuma. Ovo je tipično za metode identifikacije sistema u uslovima greške u promenljivim sistema (*errors-in-variables*) [62], [63]. U radu je predloženo originalno rešenje slično onome predloženom u [27], [28], [63]. Naime, usvojeno je uvođenje instrumentalnih promenljivih koje su korelisane sa korisnim signalom, a nekorelisane sa šumom. Direktan izbor instrumentalnih promenljivih u razmatranom problemu jeste zakašnjenja vrednost izmerenog signala za najmanje dva koraka (imajući u vidu osobine inkrementalnog modela merenja). Pokazano je da predloženi algoritam sa instrumentalnim promenljivim konvergira ka konsenzusu $sv1$ i sks . U istom odeljku dokazana je konvergencija i u slučaju kada se jedan senzor usvoji kao referentni. Kao i u odeljku 5.1.3, i ovde su konstatovani problemi vezani za izvođenje dokaza konvergencije u slučaju simultanog korigovanja ofseta i pojačanja,

pa je uvid u ponašanje algoritma dobijen na bazi simulacionih rezultata. Sagledane su osnovne karakteristike algoritma, sa posebnim akcentom stavljenim na brzinu konvergencije.

U Poglavlju 6 prikazan je predloženi algoritam za asinhronu makro-kalibraciju naslepo u uslovima postojanja komunikacionog i mernog šuma. Najpre je data definicija problema, gde je pažnja posvećena osobinama asinhronih komunikacija na bazi principa "ogovaranja" (*gossip*), kao i odgovarajućih Poasonovih modela. Najpre je prikazan algoritam za ocenu korekcionog parametra za pojačanje, a zatim za ofset, da bi posebna pažnja bila posvećena globalnom modelu algoritma na nivou mreže. Analiza konvergencije algoritma u slučaju simultane korekcije pojačanja i ofseta predstavlja istovremeno doprinos analizi samih algoritama konsenzusa u asinhronom modu rada, s obzirom na složenost primenjenog matematičkog aparata zasnovanog na asinhronoj stohastičkoj aproksimaciji. Posebno je od značaja analiza uslova koji se odnose na osobine merenog (referentnog) signala, a koji su dati kroz odgovarajuće osobine njegove korelacione funkcije. Od značaja za ostvarenje realne distribuiranosti algoritma jeste i usvojena forma opadajuće veličine koraka algoritma, koja se bazira na lokalno raspoloživim podacima u svakom čvoru, čime se izbegava potreba za centralizovanim generisanjem. Dokaz konvergencije algoritama predstavlja jedan od najvažnijih teorijskih doprinosa disertacije. Zasniva se na kombinaciji argumenata upotrebljenih prilikom dokaza konvergencije u sinhronom slučaju, pri čemu se uzimaju u obzir argumenti vezani za osobine mešanja referentnog signala i izbor veličine koraka algoritma. U kontekstu redosleda prezentiranja rezultata u ovoj disertaciji, izvedeni dokaz upotpunjuje materijal dat u Poglavlju 5 za slučaj simultanog ocenjivanja parametara kalibracije, s obzirom na činjenicu da se izvedeni rezultati mogu direktno primeniti. Posebno je pokazano da algoritam konvergira i u slučaju jednog izabranog referentnog čvora. Dati simulacioni podaci ilustruju povoljne osobine predloženog algoritma.

Sedmo poglavlje je posvećeno distribuiranim nelinearnim robusnim algoritmima kalibracije. Data je opšta formulacija algoritama kalibracije u slučaju primene nelinearne transformacije reziduala, koja ima značaj za sebe, s obzirom na veoma malu pažnju posvećenu u literaturi nelinearnim algoritmima dinamičkog konsenzusa. Pod opštim uslovima koji se odnose na izbor primenjene nelinearne transformacije (na bazi rezultata datih u [64] - [67] dat je dokaz konvergencije algoritama kalibracije ka konsenzusu sv_1 i sks na bazi fundamentalnih radova vezanih za stohastičku aproksimaciju [68] - [72]. Izvedeni dokaz se može primeniti na autonomne šeme dinamičkog konsenzusa bez posebnih tehničkih teškoća. Poseban značaj za probleme kalibracije ima robustifikacija predloženih algoritama u odnosu na merni šum,

ostvarena adekvatnim izborom nelinearnih transformacija reziduala. Dat je osvrt na elemente robusne statistike relevantne za ovaj korak, pa je pokazano da se osetljivost algoritama na velike realizacije bilo komunikacionog, bilo mernog šuma („*outliers*“) može značajno smanjiti primenom standardnih "robustificirajućih" nelinearnosti (linearni model sa zasićenjem, signum algoritam). Za praksu je ovaj rezultat od velikog značaja imajući u vidu da velike realizacije poremećaja impulsnog tipa mogu često da budu prisutne u velikim senzorskim mrežama. Rezultati simulacija veoma ubedljivo pokazuju da su predloženi algoritmi daleko otporniji na šumove od linearnih, kako u pogledu varijanse ocena, tako i u pogledu pomeraja u odnosu na ocene koje odgovaraju determinističkom slučaju (što je izuzetna specifičnost vezana za prirodu algoritama kalibracije).

U Zaključku su sumirani rezultati rada, istaknuti glavni doprinosi disertacije i dati predlozi daljeg razvoja predložene metodologije distribuirane kalibracije naslepo.

Dodaci sadrže kratke literaturne prikaze nekih fundamentalnih teorijskih rezultata, posebno korišćenih prilikom izvođenja priloženih dokaza konvergencije predloženih algoritama. Dodatak A sadrži opštu definiciju linearnih dinamičkih konsenzus protokola, što je od značaja za celokupnu disertaciju, imajući u vidu da predložena metoda, u svojoj definitivnoj formi, predstavlja sama po sebi poseban slučaj dinamičkog konsenzus protokola sa stohastički promenljivim u vremenu težinskim koeficijentima. Radi lakšeg praćenja izvedenih dokaza dat je i jedan jednostavan numerički primer. Dodatak C predstavlja upotpunjenje Poglavlja 7, s obzirom da sadrži osnovne elemente robusne statistike, koja je primenjena prilikom formiranja robusnih algoritama kalibracije. Pri tom su obuhvaćeni kako tzv. "*off-line*", tako i "*on-line*" algoritmi, primenljivi u realnom vremenu.

2 KIBER-FIZIČKI SISTEMI I INTERNET STVARI

Opšta motivacija ove disertacije, koja koristi matematički veoma zahtevne tehnike proistekle iz najnovijih dostignuća mrežnih sistema upravljanja (MSU), ima korene u samoj postavci i definiciji kiber-fizičkih sistema (KFS – *Cyber Physical Systems*), interneta stvari (IS - *Internet of Things*) i uloge bežičnih senzorskih mreža (BSM - *Wireless Sensor Networks*) u njima. Ovo poglavlje je, stoga, posvećeno kratkom prikazu opštih aspekata KFS i IS, uključujući osnovne definicije. Nezavisno od različitog porekla (vreme nastanka, profesionalna sredina), oba pojma su vezana za široku oblast integrisanja digitalnih (računarskih) komponenti sa fizičkim uređajima i inženjerskim sistemima, u cilju poboljšanja ukupnih performansi i funkcionalnosti.

Za ovu disertaciju je od značaja da se u KFS i IS široko primenjuju velike senzorske mreže, posebno BSM; jedan od velikih izazova je projektovanje i implementacija sistema za njihovu kalibraciju, koja je osnovni preduslov za postizanje visokih performansi sistema u celini.

2.1 Kiber-fizički sistemi (KFS)

Sam izraz *Cyber Physical System* (CPS) je skovala 2006. godine Helen Gill iz US *National Science Foundation* (NSF) [1], oslanjajući se na prethodno često korišćene izraze, kao što su mehatronika, ugrađeni sistemi (*embedded systems*), prožimajuće računarstvo (*pervasive computation*), kibernetika, itd. Već 2007. godine KFS su dobili nacionalni istraživačko-razvojni prioritet u SAD. Ubrzo je iniciran stabilan rast istraživanja u ovom domenu; posebno je karakterističan veliki interes za zahtevne i složene aplikacije.

Daćemo nekoliko definicija KFS kao primer, na bazi značajne sistematizacije koju je nedavno (u martu 2019. godine) sproveo *National Institute of Standards and Technology* (NIST) [1].

2006. KFS su integracije računarskih i fizičkih procesa. Ugrađeni računari u mreži nadgledaju fizičke procese i upravljaju njima, obično preko fizičkih petlji preko kojih fizički procesi utiču na računanja, i obrnuto [2].

2008. KFS integrišu računarske i komunikacione mogućnosti nadgledanjem i upravljanjem entitetima fizičkog sveta. Sistemi se obično sastoje od umreženih agenata, i uključuju senzore, aktuatorne i upravljačke jedinice, kao i komunikacione uređaje [3].

2008. KFS su veliki sistemi sačinjeni od međusobno povezanih komponenti koji treba da pruže integraciju računarskih procesa sa fizičkim procesima [4].

2013. KFS su sistemi koji integrišu fizički svet sa kibernetičkim svetom. Računarske i fizičke komponente su tako čvrsto povezane i koordinirane da efektivno rade zajedno, često sa ljudima u zatvorenoj petlji [5].

2015. KFS su pametni mrežni sistemi sa ugrađenim sensorima, procesorima i aktuatorima koji su projektovani tako da osećaju fizički svet i reaguju na njega (uključujući ljude kao korisnike), kao i da podrže garantovane performanse u realnom vremenu u sigurnosno kritičkim aplikacijama [6].

2018. KFS su sistemi kod kojih su kibernetički delovi (računanje i komunikacije) i fizički delovi čvrsto povezani, kako tokom projektovanja, tako i u radu u realnom vremenu. Ti sistemi koriste

računanja i komunikacije koji su duboko ugrađeni u njih i ostvaruju interakcije sa fizičkim procesima koje pružaju nove mogućnosti fizičkim sistemima [7].

Sledeći atributi su zajednički za sve postojeće definicije [1]:

- 1) KFS su hibridi fizičkih i logičkih (računarskih i komunikacionih) elemenata;
- 2) KFS predstavljaju važan izazov za hibridne pristupe koji objedinjuju diskretne i kontinualne metode;
- 3) KFS služi dominantno za upravljačke ciljeve;
- 4) Komponente KFS pripadaju sledećim klasama:
 - a) fizičko-inženjerske komponente,
 - b) senzori i aktuatori,
 - c) IT sistemi;
- 5) KFS obezbeđuju integraciju fizičkog sveta sa događajima vođenim računarstvom (*event driven computations*);
- 6) Važna osobina KFS su obezbeđenje sigurnosti, pouzdanosti i bezbednosti.

2.2 Internet stvari (IS)

Poreklo kovanice "*Internet of Things*" vodi od Kevin-a Ashton-a iz 1999. godine u oblasti radio-frekvencijske identifikacije, sa početnim fokusom na praćenju lokacije objekata (ili stvari), posebno u aplikacijama na lance snabdevanja [11]. Broj članaka posvećen IS je danas neverovatan, za red veličine veći od broja publikacija vezanih za KFS.

Karakteristične definicije IS su sledeće, prema gore pomenutim materijalima NIST-a [1]:

2003. Mrežna kolekcija uređaja vezanih za Internet je na pragu masivne evolucije od mreže računara do mreže stvari, s obzirom da se uređaji kao što su telefoni, biperi, senzori, odevni računari, telemetrijski senzori, povezuju sa Internetom, kao i agenti čija je uloga praćenje [12].

2009. IS je svet u kome su fizički objekti glatko (*seamless*) integrisani u informacionu mrežu, i u kome fizički objekti mogu da postanu aktivni učesnici u poslovnim procesima. Na raspolaganju su servisi za interakciju sa tim pametnim objektima preko Interneta, koji imaju uvid u njihovo stanje, sa ciljem obezbeđenja bezbednosti i privatnosti [13].

2015. IS se generalno definiše kao dinamička globalna mrežna infrastruktura sa mogućnostima samo-konfigurisanja zasnovana na standardima i interoperabilnim komunikacionim

protokolima; fizičke i virtuelne "stvari" u IS imaju identitete i attribute, i u stanju su da koriste inteligentni interfejs i budu integrisane u informacionu mrežu [14].

2018. IS je mreža fizičkih objekata ili "stvari" sa ugrađenim elektronikom, softverom, sensorima i konektivnošću, da bi se omogućilo objektima da razmenjuju podatke sa proizvođačem opreme, operatorom i/ili drugim povezanim uređajima. Uređaji sami za sebe nemaju komunikacione i računске mogućnosti, tako da se povezuju preko Interneta, uključujući različite specijalne servise [15].

2018. IS može da se definiše kao svet povezanih stvari koje imaju mogućnost merenja, upravljanja i komuniciranja unutar sebe i sa okruženjem (pametne stvari i pametni objekti). Dodatno, IS pruža mogućnost raspodele informacija i odgovora na događaje realnog/fizičkog sveta inicirajući procese i kreirajući servise sa ili bez ljudske intervencije [16].

2.3 Odnos KFS-IS

Koncepti KFS i IS su kreirani u različitim okruženjima. KFS je primarno povezan sa sistemskim i upravljačkim inženjerstvom, a IS sa mrežama i informacionom tehnologijom, sa primarnom idejom integrisanja digitalnog u fizički svet [1].

Uprkos različitog porekla, detaljna analiza pokazuje da postoji veoma značajno preklapanje ova dva pojma sa mnogih aspekata. Ako se simbolički prikažu KFS i IS u formi skupova, Venovi dijagrami obuhvataju sledeće situacije:

- 1) parcijalno preklapanje,
- 2) ekvivalencija,
- 3) KPS kao podskup IS,
- 4) IS kao podskup KPS.

U situaciji 1), postoji stav u profesionalnoj javnosti da KPS nije IS, i obrnuto, pri čemu se naglašava da su povratna sprega i upravljanje fundamentalni za KFS, a mreže i konektivnost za IS. Konstatuje se, takođe, da je uloga ljudskog faktora različita: kod KFS se podrazumeva aktivna uloga čoveka u povratnoj petlji, a kod IS se minimizira ljudska intervencija.

U situaciji 2) postoji stav da sa KPS i IS ekvivalentni pojmovi, i da nema jasne razlike između njih.

U situaciji 3) KFS se smatra za platformu ili gradivni element IS; takođe, konstatuje se da postoje situacije koje pripadaju KFS, a pripadaju istovremeno IS, kao što su jednostavni objekti ili podaci koji se prate, bez razmatranja upravljanja na sistemskom nivou.

U situaciji 4), se naglašava da je kod KFS veći naglasak na upravljanju, što ne postoji kod IS, kao i da IS može da bude uprošćena platforma za jednostavnije forme KFS. Takođe, naglašava se da sistemi mogu interno da imaju izuzetno veliki stepen povezanosti i složenosti, a da to ne mora bude ostvareno pomoću Interneta, kao kod IS.

Ne ulazeći dalje u razmatranja ovog akademski i praktično složenog problema, mi ćemo se orijentisati na KFS, s obzirom na inherentni naglasak ove disertacije na upravljanju, i dati vezu između KFS i BSM) što je u duhu osnovne teme ove disertacije.

2.4 KFS: arhitektura i projektni zahtevi

A. Arhitektura

KFS je sličan tradicionalnim ugrađenim sistemima, kojima je, takođe, cilj povezivanje fizičkih procesa sa apstraktnim računanjima; međutim, KFS je istovremeno mreža uređaja sa fizičkim ulazima i izlazima umesto autonomnih uređaja. Arhitektura KFS sadrži dva osnovna sloja: fizički i virtuelni. U fizičkom sloju, senzori i aktuatori su odgovorni za akviziciju podataka i upravljanje fizičkim svetom. U tom sloju različiti tipovi podataka se pretvaraju iz analognog u digitalni format, da bi bili poslani ka virtuelnom sloju kao ulazi sistema za donošenje odluka u realnom vremenu. U okviru virtuelnog sloja, sistem za odlučivanje vrši računanja usmerena ka analizi podataka i signala, pa svoju upravljačku odluku prosleđuje aktivatorima u vidu upravljačkih akcija [8], [9], [10].

B. Projektni zahtevi

Pouzdanost i predvidljivost su dva najznačajnija zahteva u projektovanju KFS, imajući u vidu da kvalitet servisa (QoS) najviše zavisi od ta dva faktora. Lep primer su sistemi za urgentne intervencije u realnom vremenu u okviru zdravstva.

Raspoređivanje elemenata KFS određuje kako treba razmestiti senzorske čvorove u okviru nadgledane oblasti na efikasan način, a *lokalizacija* određuje precizan položaj pojedinih senzora. Metode pokrivanja (*coverage*) se koriste da bi se obezbedilo pokrivanje oblasti od interesa (*Region of Interest* - ROI) adekvatnim sensorima. Šema grupisanja podataka

obezbeđuje da prikupljeni podaci mogu uspešno da se proslede do bazne stanice (*sink node*, *base station*), koja se može tretirati kao sistem za odlučivanje u realnom vremenu. *Medium Access Control* (MAC) u ovom smislu mora da bude sastavni deo KFS [1], [8], [9], [73].

2.5 Bežične senzorske mreže u okviru kiber-fizičkih sistema

2.5.1 Senzorske mreže

Senzorska mreža predstavlja skup specijalizovanih senzora koji su distribuirani u prostoru i koji tako čine komunikacionu infrastrukturu. Tehnologija bežičnih senzorskih mreža pruža nove i izuzetno interesantne mogućnosti prikupljanja podataka o fizičkim parametrima okruženja, što je od presudnog značaja u mnogobrojnim oblastima civilne i vojne primene [17], [18], [29], [36] - [39]. Uloga senzora je da mere različita stanja okruženja na različitim lokacijama.

Senzorska mreža koja koristi bežične primopredajnike naziva se bežična senzorska mreža - BSM (*Wireless Sensor Network* - WSN). BSM se sastoji od skupa distribuiranih autonomnih čvorova (*motes*) u prostoru koji su povezani bežičnim vezama međusobno, kao i sa centralnom lokacijom odakle korisnik prikuplja podatke o fizičkim parametrima okruženja. Danas je mnogo češća varijanta senzorskih mreža koje koriste puno malih, jeftinih i potrošnih platformi koje osim senzorskih funkcija poseduju i mogućnost samostalnog formiranja *ad hoc* bežičnih mreža u cilju međusobne komunikacije i dostavljanja prikupljenih podataka korisniku mreže [18]. *Ad hoc* bežične mreže se ne oslanjaju na već postojeću infrastrukturu već svaki čvor učestvuje u rutiranju podataka tako što ih dostavlja ostalim čvorovima, dok se odluka kojom čvoru se dostavlja donosi dinamički i bazirana je na načinu povezanosti mreže. *Ad hoc* mreže pored rutiranja (*routing*) kao klasičnog načina prenosa podataka koriste i tehniku plavljenja (*flooding*). Topologija BSM-a takođe može da varira od topologije zvezde do naprednih bežičnih *mesh* mreža. *Mesh* mreža je topologija mreže u kojoj svaki čvor služi, pored osnovne funkcionalnosti, i za prenos podataka u mreži. Svi čvorovi saraduju jedni sa drugima. *Mesh* mreže se mogu smatrati jednom vrstom *ad hoc* mreža (u kojoj su čvorovi mreže statični ili polu-statični).

Oblasti primene bežičnih senzorskih mreža su raznovrsne i mnogobrojne. Veliku primenu nalaze posebno u oblasti osmatranja i nadgledanja. Mnogi primeri ovakvih primena se, na primer, mogu naći u vojnoj industriji, ali i u bilo kom scenariju gde je potrebno nadgledati neku pojavu u okviru određene oblasti. Različite primene senzorske mreže nalaze i u zdravstvenoj

zaštiti, zaštiti od zagađivanja vazduha, detekciji požara, monitorisanju kvaliteta vode, prevenciji prirodnih katastrofa, monitorisanju rada mašina, skupljanju realnih podataka različite vrste, kratkoročno ili dugoročno monitorisanje civilne infrastrukture ili određenog geografskog područja u smislu zdravstvenog stanja, itd.

Glavne osobine senzorskih mreža su:

- Visoka pouzdanost u radu,
- Lako prevazilaženje kvarova pojedinih čvorova,
- Fleksibilnost,
- Heterogenost čvorova,
- Mobilnost čvorova,
- Skalabilnost i mogućnost implementacije na velikim područjima,
- Relativno visoka tačnost,
- Mogućnost podnošenja teških uslova rada,
- Ograničenja u hardveru tj. potreba da se sve potrebne komponente senzorskog, čvora ugrade u module malih dimenzija,
- Ograničenja u raspoloživom softveru,
- Ograničenja u napajanju čvorova energijom za rad (baterije, *energy harvesting*...).

Osnovna namena BSM je prikupljanje i dostavljanje podataka i informacija o okruženju mreže, u skladu sa potrebama korisnika mreže. Nasuprot tome, osnovna namena standardne bežične telekomunikacione mreže – BTM (*Wireless Communication Network* - WCN), je prenos informacija i podataka, ostvarivanjem *Peer-to-Peer* komunikacije između čvorova mreže [18]. Prikupljanje podataka o fizičkim fenomenima (vlažnost, pritisak, temperatura, ...) i/ili događajima (detekcija objekata, pokreta,...) u BSM, obavlja se korišćenjem odgovarajućih tipova pasivnih ili aktivnih senzora. Za potrebe prikupljanja i prenosa podataka u BSM, koriste se multifunkcionalne platforme, senzorski čvorovi (*Sensor Nodes* - SN). Senzorske mreže osim skupa senzora, zahtevaju i mogućnost komunikacije, kao i skladištenja i obrade prikupljenih podataka [29], [37] - [39].

2.5.2 Karakteristike čvorova BSM

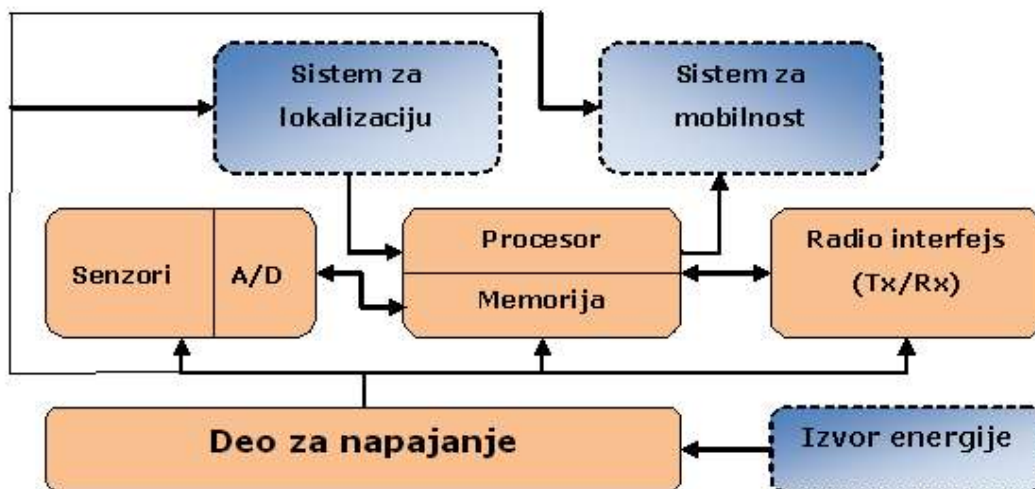
2.5.2.1 Arhitektura senzorskog čvora

Osnovni deo senzorske mreže čini senzorski čvor. Senzorski čvor po veličini može da varira od veličine opipljivih mera do veličine mikroskopske čestice. Cena senzorskih čvorova je takođe promenjiva i zavisi od kompleksnosti pojedinačnog čvora. Cena može da varira od nekoliko dolara do nekoliko stotina dolara. Senzorski čvor je integrisan na senzorskoj platformi. Rad senzorskih platformi odlikuje niz hardverskih i softverskih ograničenja, što uz specifične saobraćajne zahteve i načine primene bežične komunikacije u okviru bežičnih senzorskih mreža, postavlja niz ograničenja pri realizaciji komunikacionih protokola, tehnika bežičnog prenosa i algoritama obrade.

Svaka senzorska platforma se sastoji od 4 osnovne komponente:

- transduktora (senzorski i mehanički deo);
- mikrokomputera (procesorski deo);
- primopredajnika (komunikacioni deo);
- napajanja energijom (deo za napajanje).

Opšta struktura je prikazana na slici 2.1 [18].



Slika 2.1

Transduktor je uređaj koji konvertuje jedan tip energije u drugi. U slučaju koji mi proučavamo u ovom radu, transduktor konvertuje dati tip energije (u sklopu određene fizičke pojave) u

električnu energiju. Drugi naziv za transduktor je senzor. Senzor je uređaj koji meri fizičke veličine i konvertuje ih u signal čitljiv posmatraču ili nekom instrumentu. Izlaz senzora predstavlja ulaz u analogno digitalni konvertor (A/D). Dalje se digitalizovan signal prosleđuje mikroprocesoru.

Mikrokompjuter vrši različite zadatke. On procesira i čuva podatke dobijene kao izlaz (*output*) iz senzora i, naravno, upravlja drugim delovima senzorskog čvora. Mikroprocesor predstavlja mozak senzorskog čvora. Mikrokompjuter malo košta, fleksibilan je za povezivanje sa drugim uređajima, lak za programiranje i troši malo energije.

Primopredajnik, koji može biti žični ili bežični, prima i predaje podatke drugim čvorovima senzorske mreže. Primopredajnik može biti realizovan sa internom antenom ili može biti povezan sa eksternom antenom. Senzorski čvorovi najčešće koriste ISM opseg (ISM band – *Industrial, Scientific and Medical radio bands*) koji daje besplatnu radio transmisiju, dodelu spektra i globalnu dostupnost. Mogući načini bežičnog prenosa su radio frekvencije (RF), optički opseg komunikacija (laseri) i infracrveni opseg komunikacija. Laseri zahtevaju manje energije, nije im potrebna antena, ali je potrebna linija optičke vidljivosti i osetljivi su na atmosferske uslove. Infracrvena komunikacija ne zahteva antene, ali je limitirana u kapacitetu *broadcasting*-a. Komunikacija na bazi radio frekvencija je najvažnija i zadovoljava skoro sve uslove upotrebe bežičnih senzorskih mreža.

Deo za napajanje daje energiju senzorskom čvoru za merenje okruženja, procesiranje podataka i komuniciranje. Napajanje svakog čvora se dobija iz električne mreže, od baterije ili korišćenjem eksternih izvora energije – *energy harvesting* (solarna energija, termalna energija, gradijenti saliniteta, kinetička energija). Najviše energije se troši na komuniciranje. Energija se čuva u baterijama ili u kondenzatorima. Baterije, bilo da su dopunjive ili ne, predstavljaju glavni izvor napajanja senzorskog čvora. One se klasifikuju na osnovu elektromaterijala koji koriste za elektrode (NiCd, NiZn, NiMH, *lithium-ion*). Današnji senzorski čvorovi imaju mogućnost da obnove energiju koristeći solarne izvore, temperaturne razlike ili vibracije. Postoje dva tipa čuvanja energije: *Dynamic Power Management* (DPM) i *Dynamic Voltage Scaling* (DVS). DPM čuva energiju isključivanjem delova senzorskog čvora koji nisu trenutno aktivni. DVS prilagođava energiju i menja nivo u zavisnosti od radnog opterećenja koje nije determinisano.

2.5.2.2 Popularne platforme

U okviru UC Berkeley Smart Dust Projekta, razvijeni su WeC i Rene "*mote*" (na engleskom reč znači čestica, ali je korišćena u praksi za senzorske čvorove). Rene čvor je evoluirao u više popularnih platformi, kao što su Mica, Mica2 i MicaZ. Na primer, Mica2 sadrži 4kB RAM memorije, 128 kB fleš memorije i 512 kB EPROM, kao i Chipcon Radio Transeiver.

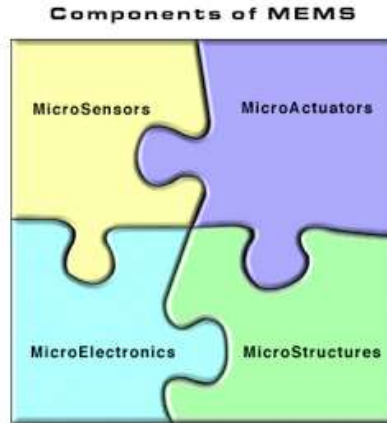
Telos je popularna platforma razvijena takođe na UC Berkeley, sa ciljem da se minimizira potrošnja i poveća robusnost.

Platforma BTNode efikasno kombinuje različite uređaje preko standardizovanog interfejsa koji koristi Bluetooth tehnologiju.

Platforma iMote kompanije Intel je projektovana za nadgledanje industrijske opreme, gde je, za razliku od nadgledanja okoline, važno obezbediti akviziciju specifičnih merenja, kao što su vibracije i ubrzanje. U tom smislu je ova platforma projektovana tako da ima veće mogućnosti nego konkurentska, po cenu veće potrošnje.

2.5.2.3 Savremena tehnologija senzorskih čvorova

U današnje vreme senzorski čvorovi se proizvode u jako malim dimenzijama. Ta tehnologija se naziva MEMS (*MicroElectroMechanical Systems*). MEMS predstavlja tehnologiju jako malih uređaja. MEMS uređaji se u Japanu nazivaju mikro mašine (*micromachine device*), dok se u Evropi najčešće koristi izraz MST – *MicroSystemsTechnology*. MEMS uređaji se prave od komponenata dimenzija od 1 do 100 μ m i generalno su veličine od 1 μ m do nekoliko mm. Oni se najčešće sastoje od procesorske jedinice koja interaguje sa okolnim mikrosenzorima i mikromehaničkim delovima (ventili, zupčanici...). Na Slici 2.2 [74] su predstavljene komponente jednog MEMS-a.



Slika 2.2

Sve komponente MEMS senzorskog čvora su ugrađene u poluprovodničke čipove. Mikrosenzori i mikropokretači predstavljaju najzanimljiviji deo MEMS-a i oni predstavljaju transduktore. U slučaju mikrosenzora najčešće se konvertuje izmereni mehanički signal u električni signal. Primećene su bolje performanse kod većine mikrosenzora u odnosu na makrosenzore koji imaju istu funkciju. Pravi izazov u budućnosti predstavlja realni potencijal da se sve komponente MEMS-a integrišu na jednoj zajedničkoj poluprovodničkoj podlozi zajedno sa integrisanim kolima tj. mikroelektronikom. Dok se mikroelektronika zasniva na upotrebi nizova integrisanih kola (IC – *Integrated Circuit*), mikromehaničke komponente se prave korišćenjem kompatibilnih mikromehaničkih procesa koji selektivno graviraju poluprovodničku osnovu ili dodaju nove strukturalne nivoe kako bi formirali mehanički i elektromehanički delovi uređaja. Takođe, budućnost MEMS-a predstavlja i integracija mikrosenzora i mikromehanike sa nanotehnologijom i tehnologijom fotonike (*photonics technology*) [74].

Postoje različite arhitekture senzorskih mreža. Ukoliko je korišćena centralizovana arhitektura i ukoliko otkáže centralni čvor, ceo sistem pada. Pouzdanost sistema se povećava postavljanjem distribuirane kontrolne arhitekture senzorske mreže. Distribuirane senzorske mreže se koriste iz dva osnovna razloga:

- omogućava se efikasnije i preciznije prikupljanje podataka;
- obezbeđuje se podrška u slučaju otkazivanja nekog od čvorova mreže.

Postavljanjem velikog broja senzorskih čvorova u samoj blizini oblasti koja se posmatra, ili unutar nje, formira se senzorsko polje. U zavisnosti od rasporeda i gustine senzorskih čvorova

u prostoru, kao i karakteristika korišćenih senzora, može se ostvariti potpuno ili nepotpuno pokrivanje posmatrane oblasti u smislu mogućnosti prikupljanja informacija o posmatranim fenomenima.

Podaci prikupljeni sa bežičnih senzorskih mreža se obično čuvaju u formi numeričkih podataka u centralnoj jedinici. Dodatno, *Open Geospatial Consortium* (OGC) specificira standarde za interoperabilnost interfejsa i kodova metapodataka koji omogućavaju ispitivanje heterogenih senzorskih mreža na internetu u realnom vremenu, dozvoljavajući svakom učesniku da nadgleda ili kontroliše bežičnu senzorsku mrežu preko *web browser*-a.

Da bi se smanjili troškovi komunikacija, neki algoritmi uklanjaju ili smanjuju redundantne informacije senzora i izbegavaju dalje slanje podataka koje nije od koristi. To se naziva obrada podataka unutar mreže (*in-network processing, in-network data aggregation and mining*). Kako čvorovi mogu da vrše ispitivanje podataka koje šalju dalje, oni mogu da izračunavaju srednje vrednosti ili usmerenost koje očitavaju sa drugih čvorova.

2.5.3 Osobine BSM u sklopu KFS

Kao što je napomenuto, BSM je najčešće bitan sastavni deo KFS. Ključne osobine BSM u smislu mogućnosti integracije sa KFS su raspoređivanje, lokalizacija, pokrivanje, skupljanje podataka i komunikacije [73], [75].

A. Raspoređivanje

Osnovni ciljevi raspoređivanja su da se obezbedi kvalitet nadgledanja oblasti od interesa, uključujući i konektivnost mreže. Pristupi raspoređivanju senzora se mogu klasifikovati u sledeće kategorije:

- a. fiksni senzori,
- b. mobilni senzori,
- c. mobilni roboti.

U okviru fiksnog raspoređivanja razlikuju se manuelno konfigurisanje i šeme slučajnog raspoređivanja. Manuelno konfigurisanje se primenjuje u zatvorenim prostorijama ili u slučaju malih oblasti od interesa. Slučajno konfigurisanje se primenjuje u slučaju velikih senzorskih mreža. Javlja se često problem redundantnih senzora koji se rešava na veoma različite načine. Mobilno raspoređivanje senzora se primenjuje u vojnim aplikacijama KFS, ekološkom nadgledanju, nadgledanju erupcija vulkana, itd. gde je oblast od interesa nedostupna ljudima u pogledu bezbednosti.

B. Lokalizacija

U većini primena informacija o lokaciji senzora je od velikog značaja za sistem odlučivanja u realnom vremenu, s obzirom da upravljačke akcije treba da se prilagode lokacijama senzora. Primeri za ovakve aplikacije su određivanje putanja, praćenje pokretnih ciljeva, pokrivanje oblasti, itd. Najjednostavniji način za lokalizaciju je zasnovan na korišćenju GPS uređaja. Međutim, ovakvo rešenje često nije moguće ostvariti. Postoje u literaturi mnogi teorijski zanimljivi pristupi.

C. Pokrivanje

Problem pokrivanja zavisi od predviđenog načina raspoređivanja, kao i od toga da li se raspoređivanje planira unapred ili se vrši u realnom vremenu. Fiksno raspoređivanje planira se unapred i zasnovano je bilo na geografskim strukturama, bilo na usvojenim geometrijskim oblicima. Postoje potpuno pokrivanje, barijerno pokrivanje i pokrivanje na bazi prebrisavanja. Potpuno pokrivanje oblasti od značaja je za vojne primene i najčešće se zasniva na Voronoi dijagramima. Kod barijernog pristupa senzori se stavljaju u oblast koja je određena barijerom, a kod prebrisavanja se suštinski radi o mobilnim sensorima kojima treba da se definišu trajektorije.

D. Objedinjenje podataka

Objedinjenje podataka je sistematska kolekcija podataka sa više senzora, kako bi se omogućilo njihovo prebacivanje u neku centralnu tačku. Važan aspekt u ovom slučaju je potrošnja baterija, imajući u vidu komunikacije u mreži (bilo fiksnoj bilo mobilnoj).

E. Komunikacioni medijum (MAC protokoli)

Dizajn MAC protokola je jedan od važnih zadataka prilikom formiranja KFS. Postoji nekoliko bitnih atributa koje treba da poseduju MAC protokoli. Prvi je energetska efikasnost, imajući u vidu da se senzori napajaju pomoću baterija. Drugi atribut je mala latentnost, imajući u vidu potrebu da se podaci dostave baznoj stanici za kratko vreme (često u realnom vremenu). Treći atribut je za praksu veoma važan i odnosi se na sprečavanje energetskog "gladovanja", kada čitave oblasti mogu da budu eliminisane iz funkcije objedinjenja podataka.

2.5.4 Integracija BSM sa KFS

U projektovanju KFS pouzdanost i predvidljivost su dva najvažnija faktora. Da bi ovi faktori bili na adekvatan način ostvareni, potrebno je obezbediti potrebne karakteristike BSN, u skladu sa prethodnim odeljkom [9], [73], [75]. Integracija BSM sa KFS je veoma aktuelan problem, koji uključuje sledeće elemente:

1. Integracija uređaja sa različitim komunikacionim protokolima. Protokoli, kao što su WiFi, Bluetooth, Zigbee, RF, itd. treba da budu adekvatno integrisani, kako bi se obezbedila interoperabilnost. Ista konstatacija se odnosi na različite tipove senzorskih čvorova (iMote, MicaZ).
2. Mobilnost senzorskih čvorova. U okviru mobilnih BSM, mnogi postojeći sistemi pokrivanja oblasti koriste specifične osobine senzorske mobilnosti, kako bi se obezbedio kvalitet nadgledanja i konektivnost mreže. Međutim, u okviru KFS primena, senzorski čvorovi mogu da budu ugrađeni u uređaje kao što su pametni telefon (*smartphone*) ili vozilo, gde se radi o važnom uticaju teško predvidljivog ljudskog faktora.
3. Daljinski pristup. U mnogim primenama, kao što su zdravstvo ili sistemi za hitne intervencije u realnom vremenu, senzorski čvorovi mogu da zahtevaju slanje njihovih očitavanja preko Interneta, što može da predstavlja problem.
4. Neostvarljive teorijske pretpostavke. Postoje mnoge poznate šeme BSM za različite vrste primena. Mnoge od njih su zasnovane na nerealističnim teorijskim pretpostavkama o fizičkom svetu, čineći veoma problematičnim celokupno projektovanje KFS u pojedinim situacijama i specifičnim oblastima.

3 KALIBRACIJA SENZORSKIH MREŽA

Poslednjih godina je primetan pojačan interes za upotrebu mreža sačinjenih od velikog broja različitih vrsta senzora koje prevashodno služe za nadgledanje, pri čemu su mreže često veoma velike, a senzori treba da budu zasnovani na jeftinoj tehnologiji. Najčešće se radi o praćenju parametara kvaliteta vazduha (koncentracija gasova, kao što su NO₂, NO, CO, CO₂ i O₃, ili koncentracija čestica, kao što su PM₂ ili PM₁₀), parametara okruženja (temperatura, vlažnost, radioaktivnost), šumova, vetra, objekata ili lica, prisustva životinja i perimetarskoj bezbednosti.

Kalibracija velikih senzorskih mreža predstavlja izazov u koncepcionom, tehničkom i organizacionom pogledu, imajući u vidu potrebu za kvalitetom mernih podataka uprkos nedovoljnom kvalitetu datih senzora [44] - [48]. Mnogi od senzora koji se koriste za pomenute funkcije prodaju se od strane proizvođača bez individualne kalibracije parametara, izuzimajući generičke kalibracione podatke u uputstvima za korišćenje. U nekim situacijama, senzori mogu individualno da se kalibrišu od strane proizvođača, obično pod kontrolisanim uslovima. S druge strane, kalibracija senzora je, očigledno, neophodna na nivou mreže pri postavljanju velikih KFS ili IS sistema i *ad hoc* senzorskih mreža, imajući u vidu inherentnu nesavršenost uređaja, promene parametara senzora, šum u prikupljenim podacima i slučajne poremećaje u okruženju [19], [31], [49], [50].

Klasični kalibracioni postupci se sastoje obično od kalibracije senzora u kontrolisanom okruženju, na primer u laboratoriji snabdevenoj preciznim i skupim instrumentima. Kada ovakav način nije moguć, ili kada su senzori već postavljeni na svoje eksploatacione pozicije (koje mogu da budu teško dostupne), senzori se mogu podešavati i u odnosu na druge senzore u mreži:

- 1) u odnosu na prethodno kalibrisani referentni čvor,
- 2) u odnosu na izabrani skup već kalibrisanih čvorova (distribuirana kalibracija),
- 3) u odnosu na skup nekalibrisanih čvorova (kalibracija naslepo).

Generalno, kada je kalibracija neizvodljiva u kontrolisanom okruženju, a parametri senzora treba da se podeše prema ostalim senzorskom čvorovima u mreži, smatra se da se kalibracija vrši u nekontrolisanom okruženju. Loša ili nepotpuna kalibracija na nivou celog sistema može da dovede do značajnih grešaka u senzorskim očitavanjima [33], [44], [76] - [78].

U daljem tekstu biće dat uvid u postojeće pristupe kalibraciji senzora u senzorskim mrežama, u modele i metode koje su predložene za efikasnu kalibraciju kada nisu na raspolaganju uređaji za kontrolisanu kalibraciju, ili kada su senzori već postavljeni na određena mesta za eksploataciju. Dalja pažnja će biti poklonjena sledećim osnovnim podtemama:

- definicija kalibracije u nekontrolisanom okruženju,
- kalibracioni modeli i bitni aspekti primene,
- mere kvaliteta informacija koje se koriste za ocenjivanje performanse kalibracionih procesa,
- definicija kalibracionih pristupa i atributa kalibracionog procesa.

3.1 Osnove kalibracije

Po standardnoj definiciji, kalibracija se odnosi na proces korigovanja sistematskih grešaka u očitavanjima senzora, najčešće putem poređenja poznatog signala sa referentnog uređaja sa nepoznatim merenjem uređaja koji se kalibriše i odgovarajućeg podešavanja parametara koji utiču na rad kalibrisanog uređaja, a u cilju obezbeđenja preciznih mernih podataka u eksploataciji. Termin kalibracija se često koristi (u užem smislu) za proces podešavanja sirovih senzorskih podataka, kako bi se dobile korigovane vrednosti, na primer, preslikavanjem u standardizovane jedinice. Tradicionalne metode kalibracije primenjene na jedan senzor se često oslanjaju na specifičan stimulus sa očekivanim odzivom (rezultatom merenja), formirajući direktno preslikavanje između izlaza senzora i očekivanih vrednosti. Takav način kalibracije senzora je često moguć samo u specifičnim opsezima promene merenih veličina i u posebnim radnim uslovima (koji se često navode u specifikacijama proizvođača senzora). Kalibracija se tada može obavljati u samoj fabrici u kojoj je merni uređaj proizveden, tokom proizvodnje senzora i/ili manuelno, u toku eksploatacije. U BSM, kada se kalibracija obavlja u radnom režimu, bez mogućnosti obezbeđenja kontrolisanih uslova (kontrolisana prostorija, na primer), radi se o kalibraciji u nekontrolisanom okruženju.

Kalibracija BSM predstavlja poseban izazov iz nekoliko razloga [19], [31]. Prvo, takve senzorske mreže se tipično sastoje od velikog broja uređaja koji obično nemaju kalibracioni interfejs. Prema tome, kalibracija senzora na mestu njegovog normalnog funkcionisanja postaje nepraktična, vremenski zahtevna i teško ostvarljiva. Štaviše, senzorski čvorovi su uvek izloženi šumu iz okruženja i hardverskim greškama, tako da neslaganje između fabričkih uslova

kalibracije i realnih uslova čini kalibraciju senzora nekada veoma složenom. Dodatno, različiti senzori zahtevaju različite kalibracione procedure, pri čemu referentne vrednosti mogu da budu teško dostupne. Generalno, čak i kada je funkcija odziva senzora poznata, kalibracija u nekontrolisanom okruženju postaje veoma teška. Primer je sensor ozona (O3), čiji izlaz zavisi ne samo od koncentracije samog ozona, već i od temperature i vlažnosti okoline. Sličan je slučaj sa sensorima temperature, koji se na različitim lokacijama različito ponašaju (solarna radijacija, vlažnost, brzina vetra, kiša). U velikim BSM postoje dva dodatna važna aspekta [44], [79]:

- (i) potreba za kalibracijom veoma velikog broja senzora,
- (ii) nedostupnost senzora, koji mogu biti postavljeni i u veoma nepogodnim sredinama.

Prema tome, metoda kalibracije, da bi bila uspešna, mora da ima u vidu sledeća četiri aspekta:

- (i) potrebno vreme i monetarno iskazanu cenu kalibracije,
- (ii) obezbeđenje prekida normalnog funkcionisanja,
- (iii) pristup sensorima na teško dostupnim mestima,
- (iv) kalibracija velikog broja senzora u njihovim radnim uslovima.

3.2 Modeli kalibracije

Greška usled nekalibrisanosti se može definisati kao razlika između vrednosti koju senzor daje na svom izlazu i tačnih vrednosti koje daje referentni model [19], [44], [80].

U slučaju linearnog modela senzora, koji se najčešće koristi u praksi, merena vrednost y se može izraziti preko sledeće relacije:

$$y = f(\beta, x) = \beta_0 + \beta_1 x, \quad (3.1)$$

gde je β_0 ofset, β_1 pojačanje, a x mereni signal (primer su standardni temperaturni senzori). Kao generalizacija, koristi se višestruka linearna funkcija

$$y = f(\beta, x) = \beta_0 + \sum_{j=1}^M \beta_j x_j, \quad (3.2)$$

koja se primenjuje, na primer, na gasne senzore, pri čemu su promenljive x_j sadržaji pojedinih gasova. Takođe se koristi i polinomijalni model [77], [81]:

$$y = f(\beta, x) = \beta_0 + \sum_{j=1}^M \beta_j x^j, \quad (3.3)$$

kada je veza ulaza i izlaza senzora nelinearna. Kada je to neophodno, koriste se i specifične nelinearne funkcije [49], [78].

U slučaju akustičkih, seizmičkih i elektromagnetnih signala uočava se slabljenje signala u funkciji rastojanja d od izvora. Pretpostavimo da je n -ti senzor na rastojanju d_n od izvora energije S . Oslabljeni signal je definisan izrazom

$$y_n = f(\beta_n, x) = S f(\beta_n, d_n), \quad (3.4)$$

gde je $f(\beta_n, d_n)$ opadajuća funkcija d_n , dok je β_n skup parametara n -tog senzora. Kod mehaničkih, akustičkih i seizmičkih signala usvaja se stepena funkcija

$$y_n = f(\beta_n, d_n) = S(\beta_n) \frac{1}{\left(\frac{d_n}{r_n}\right)^{k_n}}, \quad (3.5)$$

gde je k_n parametar koji određuje brzinu opadanja, a r_n referentno rastojanje određeno na bazi karakteristika senzora. Kada se radi o intenzitetu svetlosti, usvaja se

$$y_n = f(\beta_n, d_n) = S(\beta_n) e^{\lambda_n d_n}, \quad (3.6)$$

gde je λ_n tzv. apsorpcioni koeficijent.

Ocenjivanje parametara linearnih modela može da se vrši pomoću neke od popularnih statističkih metoda (linearna regresija, metod najmanjih kvadrata, itd.) [23], [78]. Kada se radi o nelinearnim modelima mogu se koristiti različite metode, kao što su metod maksimalne verodostojnosti, aproksimacija pomoću splajnova, regresija pomoću mašina sa vektorom podrške (*support vector machines*), metoda slučajnih šuma (*random forests*), veštačke neuronske mreže, itd [77], [81].

3.2.1 Izbor modela

Izbor modela zavisi od tipa fenomena koji se posmatra, resursa BSM, vrste senzora, memorije i komunikacionih mogućnosti u mreži. Jedan od najvećih izazova ostaje, u svakom slučaju, problem sinteze algoritama kalibracije za veliki broj čvorova niske cene. Modeli male složenosti (koji ne zahtevaju mnogo računanja) za čvorove niske cene su i dalje u žiži interesovanja kada se radi o kalibraciji BSM. Očigledno je da se povećanjem računске mogućnosti čvorova mogu koristiti ili sintetizovati složeniji algoritmi koji mogu da garantuju malu grešku očitavanja. Zasad ne postoji centralizovan repozitorijum sa "open data" skupovima podataka koji bi bio namenjen BSM sa čvorovima niske cene i složenosti. Postoje repozitorijumi kao što je CRAWDAD koji sadrži očitavanja senzora temperature, ubrzanja, lokacije, itd; međutim, podaci koje sadrže dobijeni su u eksploatacionoj fazi, a ne u praktičnoj kalibracionoj fazi. Ovo, generalno, čini veoma otežanim dalji sistematski razvoj algoritama kalibracije [19], [44], [49,] [82], [83].

3.2.2 Tačnost modela

Dobre procene kalibracionih parametara i tačnost koju kalibracija pruža određuju efikasnost modela. Kvantifikacija tačnosti se vezuje za minimizaciju funkcije greške koja meri neslaganje između izlaza Y i funkcije odziva za datu vrednost parametara na skupu podataka X . Ako je veličina skupa podataka K , tada se uvodi kriterijumska funkcija

$$E\{\beta\} = \sum_{k=1}^K (f(\beta, x_k) - y_k)^2. \quad (3.7)$$

Cilj je da se nađe optimalan skup kalibracionih parametara $\beta^* = \text{Arg min}_{\beta} E\{\beta\}$ [84].

Sledeće metrike se tipične, zavisno od razmatranog problema:

- (i) srednje-kvadratna greška (SKG)
- (ii) koren SKG
- (iii) koeficijent determinacije R koji meri proporciju varijabilnosti u Y koja se može objasniti pomoću X ; povoljno je kada je ovaj koeficijent blizu 1
- (iv) srednja apsolutna greška.

Najčešće se koriste metrike (i) i (iv), uključujući i ovu disertaciju.

3.3 Prilazi kalibraciji i atributi

Pod pristupom kalibraciji se, generalno, podrazumeva definicija skupa atributa koji je karakterišu. Na primer, mnogi autori pretpostavljaju da je referenca raspoloživa svim čvorovima u mreži, dok drugi polaze od toga da referenca nekim čvorovima nije dostupna. Neki kalibracioni modeli su implementirani u sklopu centralizovanog servera, dok su drugi distribuirani.

Atributi su definisani kroz odgovore na sledeća principijelna pitanja [19], [44], [77], [85].

A. Kalibraciona oblast

Mikro-kalibracija se odnosi na metode koje podešavaju svaki individualni senzor tako da na svom izlazu daje tačna merenja na specifičnoj lokaciji. Algoritmi mikro-kalibracije kalibrišu svaki senzor prema usvojenom referentnom senzoru [28], [56], [78], [86].

Makro-kalibracija pretpostavlja kalibraciju na nivou celog sistema u oblasti od interesa i fokusira se na optimizaciju u datoj oblasti kao celini. Osnovni cilj makro-kalibracije nije podešavanje očitavanja senzora prema referentnom signalu. Umesto toga, algoritmi kalibracije pokušavaju da maksimiziraju sličnost između merenja svih senzorskih čvorova u datoj oblasti.

B. Broj senzora

Mnogi pristupi kalibraciji BSM se zasnivaju na korišćenju merenja sa jednog senzora. Međutim, nasuprot tome primenjuje se fuzija senzorskih podataka, tj. kombinovanje informacija sa dva ili više senzora kako bi se postigla veća tačnost. Postoje primeri u kojima su primenjeni nizovi senzora u cilju smanjenja neodređenosti u određivanju kalibracionih parametara.

C. Poznavanje referentnih podataka

Kalibracija može biti naslepo, na polu-slepo i sa referencom, zavisno od toga da li se senzorski podaci obrađuju u prisustvu ili odsustvu kontrolisanih stimulusa, referentnog modela ili precizno datih tačnih vrednosti. U slučaju kalibracije sa referencom, mogu da se koriste veoma kvalitetni senzori sa kojima se porede izlazi senzora u mreži. Karakteristični primer su senzori temperature i različiti senzori gasova. Kalibracija naslepo je pristup u kome se kalibracija vrši bez oslanjanja na kontrolisane stimuluse. Umesto stimulusa, koristi se teorija obrade signala,

apriorno znanje opštih osobina signala (fizički modeli i ograničenja) i osobine gustog postavljanja senzora u datoj oblasti u smislu uzimanja u obzir vremenske i/ili prostorne korelacije između grupa senzora prilikom određivanja adekvatnog modela kalibracije. Korišćene metode su veoma raznolike i počivaju na metodološki različitim osnovama. Kalibracija na polu-slepo je među-slučaj između kalibracije sa referencom i kalibracije naslepo. Na primer, nekalibrisani čvorovi mogu da imaju interakcije sa kalibrisanim čvorovima, kada se koristi algoritam konsenzusa kao parcijalna referenca za definitivnu kalibraciju.

D. Položaj referentnih čvorova

Kalibracija se, zavisno od relativnog položaja nekalibrisanih čvorova u odnosu na referentne, može da obavlja između kolociranih čvorova, iterativno pomoću multi-hop tehnike ili uz lokalno postojanje referentnog modela. U prvom navedenom slučaju koristi se činjenica da prostorno susedni čvor meri aproksimativno isti signal kao i dati čvor, što uprošćava inače složenu prostorno-vremensku zavisnost u slučaju velikih rastojanja. U drugo-navedenom slučaju čvor se kalibriše koristeći već kalibrisane čvorove kao referentne. Ime ove tehnike proističe iz slučaja u kome je nekalibrisani senzor više skokova (hopova) u mreži od referentnog čvora (čvor nije direktno vezan za referentni čvor već indirektno, preko drugih čvorova u mreži), gde je u svakom prethodnom skoku izvršena odgovarajuća kalibracija. U treće-pomenutom slučaju čvor se kalibriše koristeći skup referentnih čvorova koji nisu u okolini. Koristeći matematičke modele postiže se i mogućnost da se generiše referentna vrednost na poziciji nekalibrisanog čvora.

E. Vreme i učestalost kalibracije

Poželjno je da se kalibracija obavi pre nego što se čvorovi postave na svoje konačne lokacije ("*pre-deployment*"). U mnogim slučajevima u praksi senzori se zamenjuju ili rekalibrišu sa određenom periodičnošću; to je primer tzv. "*post-deployment*" kalibracije. Oportunistička kalibracija odgovara slučaju mobilnih senzora kada se kalibracija senzorskih očitavanja zasniva na mogućem susretu referentnih čvorova i čvorova koji se kalibrišu.

F. Način funkcionisanja

Off-line kalibracija se vrši kada mreža (čvor) nije u funkciji. Generalno se podrazumeva da senzor šalje podatke čvoru koji ima dovoljno memorije i računskih mogućnosti da obavi proces kalibracije. *On-line* kalibracija omogućava kalibrisanje senzora tokom normalnog

funkcionisanja BSM. Generalno, on-line kalibracija u "single sensor" slučaju zahteva komunikaciju sa referentnim čvorom ili između čvorova koji učestvuju u procesu kalibracije.

G. Načini organizacije kalibracionog procesa

U mnogim situacijama senzorski čvor čuva uzorke merenja ili šalje merenja dobijena u datom intervalu vremena centralnom čvoru u BSM ili centralizovanom serveru na Internetu. Posle dobijanja skupa mernih podataka, centralni čvor (ili server) vrši predviđena izračunavanja. Ovaj način obavljanja kalibracionog procesa se klasifikuje kao centralizovana kalibracija.

3.4 Izabrani metodi kalibracije

3.4.1 Distribuirana kalibracija

Od posebnog značaja za ovu disertaciju su metodi distribuirane kalibracije. U distribuiranoj kalibraciji senzor i njemu susedni čvorovi sarađuju da bi izračunali kalibracione parametre. S obzirom da se radi o idejama koje su bliske osnovnoj ideji kalibracionog algoritma predloženog u ovoj disertaciji i opisanog u sledećim poglavljima, biće detaljnije data nekoliko primera zasnovanih na konsenzusu.

- I. *CaliBree* [50] je kalibraciona mreža zasnovana na modelu u kojoj referentni unapred kalibrisani čvorovi daju informaciju nekalibrisanim čvorovima koristeći "beacon" o tome da li treba da uzmu učešće u procesu kalibracije. Kalibrisani čvorovi tada iniciraju diskretni konsenzus algoritam da bi kalibrisali nekalibrisane čvorove, računajući stepen neslaganja između referentnih i nekalibrisanih čvorova. Čvorovi su podeljeni u dva podskupa: na čvorove koji se kalibrišu i one koji se ne kalibrišu. Neka je N_i skup čvorova koji se kalibrišu a koji su susedni nekalibrisanom čvoru i ; stanje označeno sa $s_i(k)$ je uzorak uzet u trenutku k , a d_i predstavlja srednje neslaganje između čvorova mereno od strane čvora i u trenutku k . Neslaganje se definiše kao razlika između trenutne vrednosti stanja i vrednosti dobijene u konsenzusu, tj. $d_i(k) = s_i(k) - \alpha$. Neslaganje na koraku $k = 0$, d_i^{nekal} , je razlika između nekalibrisanog čvora i i kalibrisanog čvora. Formulacija konsenzus problema je

$$d_i(k+1) = (1 - \epsilon d_i(k)) + \epsilon \sum_{j \in N_i} \frac{s_j(k) - s_i(k)}{|N_i|},$$

za $k > 0$, $\epsilon > 0$ i $d_i(k+1) = d_i^{nekal}$ za $k = 0$. *CaliBree* smatra da susedni kalibrisani čvorovi periodično šalju "beacon"-e bilo sa tačnim vrednostima, bilo sa kalibrisanim

podacima. Nekalibrisani čvorovi koriste algoritam konsenzusa da bi se postigla željena vrednost u konsenzusu, tako što algoritam konvergira minimalnom neslaganju između čvorova d_{min} . Pokazalo se da ovaj pristup ne garantuje dovoljno pouzdane rezultate u praksi.

- II. Prilaz opisan u [56] odnosi se na kalibraciju sa referencom i na kalibraciju naslepo, i polazi od postavke problema u kojoj se kalibrišu koeficijenti mreže od N senzora koje mere jedinstveni signal $x(k)$ koji se tretira kao slučajni proces. Algoritam se može smatrati za netrivialnu ekstenziju same osnovnog konsenzus šeme. Svaki senzor generiše izlaz $y_n(t) = \beta_{0n} + \beta_{1n}x(t)$ tako da u slučaju kalibracije naslepo svi senzori u mreži daju isti signal (usled konsenzusa) - naime, cilj je formalno da se formalno postigne da kalibraciona funkcija daje

$$z_n(t) = a_n y_n(t) + b_n = a_n \beta_{1n} x(t) + a_n \beta_{0n} + b_n = g_n x(t) + f_n.$$

Taj mehanizam se može adaptirati na slučaj kada jedan izabrani senzor daje referencu (sa pojačanjem 1 i ofsetom 0). Ako je $\theta_n = [a_n \ b_n]$, algoritam kalibracije minimizira trenutnu razliku između signala merenog u okviru datog čvora i čvorova u okolini

$$J_i = \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (z_i(t) - z_j(t))^2,$$

gde su γ_{ij} nenegativni skalarni koeficijenti koji reflektuju značaj pojedinih čvorova. Ako se primeni stohastički gradijentni algoritam za minimizaciju kriterijuma, dobija se

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_n(t+1) &= \hat{\theta}_n(t) + \delta(t) \nabla_{\theta} J_n(t) = \\ &= \hat{\theta}_n(t) + \delta(t) \sum_j \gamma_{ij} [z_i(t) - z_j(t)] [y_n(t) \ 1]^T, \end{aligned}$$

gde je $\delta(t)$ veličina koraka.

U svakom koraku svaki čvor treba da dobije poruke iz svoje okoline. U radu [56] dati su uslovi za konvergenciju algoritma u sks i sv1. Pokazano je, takođe, kako algoritam može da se modifikuje u slučaju kada je jedan senzor izabran kao referenca. Algoritmu kalibracije koji predstavlja okosnicu ove disertacije najbliži je pomenuti algoritam (u sledećim poglavljima biće data i međusobna poređenja).

- III. Algoritam "ogovaranja" ("*gossip*") je predložen u [87], [88], u kombinaciji sa algoritmom usrednjelog konsenzusa u sklopu asinhronog protokola, gde se svaki čvor budi u

slučajnim trenucima, komunicira sa svojim susedima u okviru radijusa konektivnosti, kada izmenjuje promenljivu stanja kako bi se napravila tekuća korekcija ocenjivanih parametara (videti Poglavlje 5 u kome se razmatra mogućnost asinhronih komunikacija u kontekstu predložene metode). Problem je na koji način treba da se formira mreža od n čvorova koja dobija kao uzorak početne vrednosti stanja $x_i(0)$ i izračunava srednju vrednost $\bar{x} = \sum_i x_i(0)$ na distribuiran način. Iako algoritam usrednjavanja tipa "ogovaranja" vrši fuziju podataka, sam princip slučajnog "ogovaranja" omogućava da se prevaziđu problemi prevelikog broja izračunavanja.

- IV. Algoritam "ogovaranja" primenjen je i u algoritmu kalibracije predloženom u [89] (D-SLANC). Algoritam se oslanja na distribuirana senzorska merenja u cilju estimacije date osobine signala (tzv. "potpis" - "*signature*") kao i kalibracionih parametara, koristeći distribuirani konsenzus algoritam. Problem se može tretirati kao specijalan slučaj kalibracije naslepo u kome ne postoji apriorno znanje o podprostoru signala. Mehanizam se, takođe, može klasifikovati kao mikro-kalibracija, zato što svaki senzor dobija svoje posebne kalibracione koeficijente, iako mreža senzora kolaborira da bi ocenila dati signal.

Amplituda signala x i kalibracioni parametri β_n su nepoznate koje treba oceniti (pri tome, ne postoji unapred zadata referenca). S obzirom da združena raspodela generalno nije konveksna, D-SLANC deli parametarski prostor na dva dela - prostor signala i prostor kalibracionih koeficijenata i primenjuje alternirajuću minimizaciju, koja se sastoji od estimacije tipa maksimalne verodostojnosti na jednom od skupova, pri čemu se onaj drugi drži konstantnim. Dokazano je da algoritam konvergira ka lokalnom maksimumu verodostojnosti. Da bi se izvršilo ocenjivanje signala, gradijentni algoritam se primenjuje zajedno sa distribuiranim konsenzus algoritmom, što rezultuje u M komponenti datog vektora signala ("potpis"). Na kraju se izračunavaju lokalni kalibracioni faktori za svaki čvor. Treba napomenuti da je ovaj algoritam isključivo "*off-line*" tipa.

3.4.2 Neka aktuelna rešenja

Kao što je konstatovano, problemu kalibracije senzorskih mreža se do sada nije pristupalo na sistemski način. Različitim aspektima problema kalibracije su se bavili i bave se mnogi istraživači nezavisno jedan od drugih, tako da je za sada cela oblast na nivou nezavisnih ideja koje daju konstruktivna uputstva za rešavanje problema kalibracije na različite načine, zavisno od razmatranog slučaja. U tom smislu, biće dat prikaz jednog broja rešenja koja su naišla na značajan odziv kako kod istraživača, tako i u sklopu inženjerske prakse.

- U [89] je predložen metod koji, takođe, koristi metodologiju komunikacija na bazi "ogovaranja" u kombinaciji sa metodom EM (*expectation/maximization*) u sklopu kalibracije temperaturnih senzora. Autori su prikazali reprezentaciju modela sistema u prostoru stanja i upravljačku metodologiju koja omogućava kalibraciju senzorskih čvorova tako što se modifikuju izlazi pojedinačnih senzora na bazi merenih vrednosti i razvijenih modela.
- U radu [19] se prilazi problemu kalibracije već aktivne senzorske mreže kroz dve faze. U prvoj fazi algoritam izvodi relativne kalibracione odnose između parova senzora koji su kolocirani. Tu se koristi temporalna korelacija signala primljenih od strane susednih senzora (senzori posmatraju istu pojavu) da bi se izvela funkcija koja se odstupanja amplitude signala. U drugoj fazi se maksimizuje konzistentnost funkcija između parova senzora koji su deo veće grupe senzorskih čvorova. Tu se rešava problem optimizacije i prikazuje algoritam lokalne implementacije.
- Obično se pretpostavlja da je mreža senzora dovoljno gusta tako da se može reći da susedni senzori očitavaju iste vrednosti merenog signala (fizičke pojave). U realnom svetu to često nije slučaj. U radu [33] se polazi od linearne kalibracione funkcije, pa se pokazuje da nije potrebna niti unapred data referenca niti velika gustina mreže da bi se rekonstruisalo nepoznato pojačanje. Usvojeni pristup problemu kalibracije u ovom radu je takav da poboljšava korelaciju podataka između susednih senzora,. Praktični algoritmi se zasnivaju na bazi dekompozicije prema singularnim vrednostima (*Singular Value Decomposition* - SVD) i tehnike najmanjih kvadrata.
- U radu [20] se predlaže algoritam za autokalibraciju jeftinih i malo potrošnih senzora koji obavljaju funkciju kamera. Predloženi algoritam zahteva što jednostavnije aritmetičke kalkulacije kako bi bio realizovan na procesorima manje snage.
- U radu [34] se koristi novi algoritam za detekciju i korekciju grešaka merenja senzora koji koristi prostorno-vremenske korelacije između susednih senzora. Algoritam je projektovan za retke senzorske mreže i može da prati i ispravi kako brze tako i spore promene senzorskih merenja. Kao rezultat, algoritam može da se prilagodi i slabijem očitavanju senzorskih podataka. Omogućeno je smanjenje komunikacije između senzora i na taj način očuvanje energije (baterije). Kod *data fusion* tehnika potrebno je obratiti pažnju na centralizaciju mreže. U takvim mrežama potrebno je da postoje pojedini

čvorovi mreže koji sakupljaju i „spajaju“ podatke. Znači, sistem kalibracije nije u potpunosti distribuiran.

- U radu [21] predstavljen je algoritam za kalibraciju senzorskih mreža na sistemskom nivou tj. na nivou cele mreže (za razliku od kalibracije na nivou uređaja). Algoritam koristi tehniku spajanja (fuzije) podataka (*data fusion*) kao procesiranje (obradu) podataka. To je široko prihvaćena tehnika obrade signala koja poboljšava performanse sistema sakupljajući i obrađujući zajedno podatke od svakog senzora. Glavni izazov u ovoj metodi je nalaženje korelacije između karakteristika pojedinačnog senzora i performansa celokupne mreže. Ovde je potrebno obratiti pažnju na centralizaciju mreže, s obzirom da se ona, u načelu, izbegava.
- U radu [22] se predlaže adaptivni sistemski pristup kalibracije senzorskih mreža koje koriste tehniku sakupljanja i „spajanja“ podataka kako bi poboljšale performanse celokupnog sistema. U ovom pristupu koristi se sistem upravljačke povratne sprege koja koristi heterogenost senzora. Za razliku od heurističkih metoda, ova metoda treba da osigurava stabilnost sistema i konvergenciju.
- U radu [31] se istražuje makro-kalibracija kao estimacija parametara. Za svaki uređaj se biraju kalibracioni parametri koji optimizuju celokupni odziv mreže, a ne samo odziv pojedinačnih uređaja. Ovaj pristup makro-kalibraciji nas oslobađa od posmatranja svakog uređaja posebno, već nas interesuje odziv celog sistema. Ovaj pristup kalibraciji omogućuje kalibracioni interfejs i uređajima koji to ranije nisu imali. Najzad, u ovom radu se preporučuje metod kalibracije procena prostornog rastojanja između čvorova mreže.
- U radu [23] je predstavljen algoritam za kalibraciju „na mestu“ senzorskih mreža u paralelnoj fuzionoj arhitekturi. Senzori, koji rade kao lokalni detektori, šalju preliminarne rezultate detekcije fuzionim centrima gde se kombinuju podaci i donosi konačna odluka. Fuzioni centar prima podatke od senzorskih čvorova i kalibriše uticaj svakog senzora individualno kako bi dao konačni rezultat detekcije. U slučaju da su odluke pojedinačnih senzora nezavisne koristi se tehnika maksimalne verodostojnosti u estimaciji parametara, dok se u slučaju proizvoljno korelisanih senzorskih odluka koristi metod uglačavanja na bazi nelinearnog jezgra (*kernel smoothing*).

- U radu [24] je predstavljen algoritam za dinamičko kalibrisanje senzorskih čvorova (*moten*) koja ne zahteva eksplicitne šeme rutiranja ili dobro održavane linkove. Predstavljen je metod za „lenju“ kalibraciju čvorova kako bi se smanjila cena postavljanja senzorske mreže. Kao rezultat, ovakav pristup ne zavisi ni od jednog specifičnog senzora ili neregularnosti u mreži, i greške senzora imaju minimalan uticaj na senzorsku mrežu. U ovom radu je pokazano da se 4x redukuje greška senzora koristeći jednostavan i jeftin algoritam računanja.
- U realnosti, bežični komunikacioni kanali koji formiraju radio linkove između senzorskih čvorova, koji su podložni grubim uticajima okruženja. Zato je potrebno koristiti tehnike *diversity*-ja kako bi se poboljšali *point-to-point* komunikacioni radio linkovi između senzorskih čvorova. U radu [25] je predstavljen novi automatski kalibracioni sistem za karakterizaciju čvornih RF (*radio frequency*) performansi. Predložena strategija omogućuje korisniku dobro znanje o pravim vrednostima snage transmisije čvorova, RSSI (*Received Signal Strength Indication*) karakteristikama i prijemnoj osetljivosti. Strategija se zasniva na uspostavljanju kalibracionih tabela za predajno-prijemne parove čvorova koji komuniciraju preko njihove operativne frekvencije.
- Senzorske mreže služe za nadgledanje okruženja iz realnog sveta. Za takve primene, vreme igra značajnu ulogu. U radu [26] je predstavljeno više načina sinhronizacije senzorskih mreža.

4 KALIBRACIJA BEZ PRISUSTVA POREMEĆAJA – SINHRONE KOMUNIKACIJE

4.1 Ocenjivanje ofseta

4.1.1 Model i osnovni algoritam kalibracije

Pretpostavimo da postoji mreža sačinjena od n senzora i da je izlaz i -tog senzora u diskretnom trenutku t dat relacijom

$$y_i(t) = x(t) + \beta_i, \quad (4.1)$$

gde je $x(t)$ mereni signal, a β_i ofset. Pretpostavimo da svaki senzor primenjuje kalibracionu funkciju koja koriguje merenja (4.1)

$$z_i(t) = y_i(t) + b_i, \quad (4.2)$$

gde je b_i korekcionni parametar čija je uloga da kompenzuje realni ofset $\beta_i \neq 0$.

Pretpostavimo da posmatrani senzori sačinjavaju mrežu sa određenim strukturnim osobinama, koja se formalno može predstaviti kao orijentisani graf (digraf) $G(N, \varepsilon)$, gde je N skup čvorova (jedan čvor odgovara jednom senzoru), a ε skup grana (ivica). Neka je $A = [a_{ij}]$ matrica povezanosti, takva da je $a_{ij} = 1$ ako j -ti senzor šalje svoje poruke i -tom senzoru; inače, $a_{ij} = 0$. Neka je N_i skup ulazno-susednih čvorova i -tog čvora, tj. skup čvorova j za koje je $a_{ij} \neq 0$. Polazeći od opštih principa makro kalibracije naslepo, potrebno je odrediti parametre b_i , $i = 1, 2, \dots, n$, tako da senzori daju asimptotski jednake izlaze $z_i(t)$ bez poznavanja stvarnih vrednosti merenog signala.

Pretpostavljajući da je $\{x(t)\}$ diskretan slučajni proces, definišimo slično pristupu u [27], [28] skup lokalnih kriterijuma

$$J_i = \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} E \left\{ \left(z_j(t) - z_i(t) \right)^2 \right\}, \quad (4.3)$$

$i = 1, 2, \dots, n$, gde su γ_{ij} nenegativni skalarni težinski koeficijenti koji odražavaju relativni značaj čvorova u mreži. Parcijalni izvod $z_i(t)$ u odnosu na b_i je

$$\frac{\partial J_i}{\partial b_i} = -2 \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} E \left\{ \left(z_j(t) - z_i(t) \right) \right\}. \quad (4.4)$$

Odavde proizilazi direktna mogućnost da se formuliše rekurzija gradijentnog tipa za ocenjivanje parametara b_i

$$\hat{b}_i(t+1) = \hat{b}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \varepsilon_{ij}(t), \quad (4.5)$$

gde je $\hat{b}_i(t)$ ocena parametra b_i u trenutku t , $\delta_i(t) > 0$ je veličina koraka rekurzije, dok je $\varepsilon_{ij}(t) = \hat{z}_j(t) - \hat{z}_i(t)$ rezidual, pri čemu je $\hat{z}_i(t) = y_i(t) + \hat{b}_i(t)$. Početni uslovi $\hat{b}_i(0)$ određeni su apriornim znanjem u trenutku $t = 0$, pa je logično da se usvoji da je $\hat{b}_i(0) = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$. Iz (4.5) je jasno da se pretpostavlja raspoloživost lokalnih merenja, kao i prijem tekućih izlaza susednih čvorova.

Bazična pretpostavka algoritma (4.5) koja proizilazi iz (4.3), primenjena na sve čvorove $i = 1, 2, \dots, n$, je u tome da se obezbedi da asimptotski bude ispunjen uslov da korigovani ofseti $\hat{f}_i(t) = \beta_i + \hat{b}_i(t)$ teže jednakim vrednostima, čime se implicitno postiže uslov $\hat{z}_j(t) = \hat{z}_i(t)$, $i, j = 1, 2, \dots, n$. U tom smislu relaciju (4.5) je pogodno transformisati na sledeći način

$$\hat{f}_i(t+1) = \hat{f}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \left(\hat{f}_j(t) - \hat{f}_i(t) \right). \quad (4.6)$$

Sve rekurzije (4.6) se mogu prikazati i pomoću sledeće kompaktne vektorsko-matrične forme

$$\hat{\mathbf{f}}(t+1) = [\mathbf{I} + \Delta(t)\mathbf{\Gamma}] \hat{\mathbf{f}}(t), \quad (4.7)$$

gde je $\hat{\mathbf{f}}(t) = [\hat{f}_1(t) \dots \hat{f}_n(t)]^T$, $\Delta(t) = \text{diag}\{\delta_1(t), \dots, \delta_n(t)\}$, a

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} -\sum_j \gamma_{1j} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & -\sum_j \gamma_{2j} & \dots & \gamma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & -\sum_j \gamma_{nj} \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Rekurzija (4.7) predstavlja linearni dinamički sistem sa promenljivim parametrima. Ona se može analizirati primenom metodologije analize diskretnih šema dinamičkog konsenzusa. Ključnu ulogu u ovoj analizi, kao što će dalje izlaganje pokazati, igra matrica $\mathbf{\Gamma}$, koja formalno predstavlja težinski Laplasijan posmatrane mreže. Biće pokazano da pod opštim

pretpostavkama $\hat{f}(t)$ teži konsenzusu, odnosno vektoru sa jednakim elementima, što implicira da će modifikovani (korigovani) ofseti senzora asimptotski biti jednaki.

4.1.2 Analiza konvergencije

U ovom odeljku će biti analizirana konvergencija algoritma (4.7) pod sledećim pretpostavkama:

$$(4.A) \quad \delta_i(t) = \delta = \text{const.}$$

(4.B) Graf G poseduje centralni čvor.

Pretpostavka (4.A) je tipična za gradijentne šeme u slučaju nepostojanja mernog šuma.

Pretpostavka (4.B) je veoma uobičajena u različitim problemima vezanim za dinamički konsenzus. Intuitivno, to znači da postoji makar jedan čvor u mreži koji ima pristup svim čvorovima, čime se sprečava izolacija pojedinih čvorova u mreži (koja bi, očigledno, sprečila postizanje konsenzusa). Formalne konsekvence ovog uslova su diskutovane u mnogim radovima [35], [53], [54], [90].

Sledeće leme su od ključnog značaja za celokupnu dalju analizu.

Lema 4.1

Neka je zadovoljen uslov (4.B). Tada matrica Γ ima jednu sopstvenu vrednost u koordinatnom početku, a sve ostale sopstvene vrednosti su u levoj poluravni.

Dokaz Leme 4.1 se može naći u radovima [35], [51], [53], [54]. \square

Definišimo vektor $\mathbf{1} = [1 \ \dots \ 1]^T$. Prema [53], sledi da je ovaj vektor desni sopstveni vektor koji odgovara nultoj sopstvenoj vrednosti matrice Γ . Neka je $\boldsymbol{\pi}$ odgovarajući levi sopstveni vektor koji zadovoljava uslove $\boldsymbol{\pi}\Gamma = \mathbf{0}$ i $\boldsymbol{\pi}\mathbf{1} = 1$. Na osnovu Leme 4.1. i uslova $\boldsymbol{\pi}\mathbf{1} = 1$, ovaj sopstveni vektor je jedinstven.

Lema 4.2

Neka je $\mathbf{T} = [\mathbf{1} \ \vdots \ \mathbf{T}_{n \times (n-1)}]$, gde je $\mathbf{T}_{n \times (n-1)}$ matrica takva da je $\text{span}\mathbf{T}_{n \times (n-1)} = \text{span}\Gamma$. Tada je \mathbf{T} nesingularna matrica i

$$\mathbf{T}^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times (n-1)} \\ \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} & \vdots & \mathbf{\Gamma}^* \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

gde je $\mathbf{\Gamma}^*$ Hurvicova matrica (matrica koja ima sve sopstvene vrednosti u levoj poluravni).

Dokaz sledi iz Jordan-ove forme matrice $\mathbf{\Gamma}$ (videti, takođe, [27], [28]). \square

Teorema 4.1

Neka su uslovi (4.A) i (4.B) zadovoljeni. Tada postoji takvo $\delta' > 0$ da je za svako $\delta < \delta'$ zadovoljen uslov

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{f}}(t) = f_\infty = \mathbf{1}\boldsymbol{\pi}\hat{\mathbf{f}}(0), \quad (4.10)$$

gde je $\hat{\mathbf{f}}(0) = [\beta_1 \quad \dots \quad \beta_n]^T$.

Dokaz:

Usvojimo $\tilde{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{f}}(t)$. Tada iz (4.7) sledi

$$\tilde{\mathbf{f}}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta\mathbf{T}^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{T})\tilde{\mathbf{f}}(t). \quad (4.11)$$

Prema (4.9), ako je $\tilde{\mathbf{f}}(t) = [\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]T} \quad \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]T}]^T$, dobija se direktno

$$\tilde{\mathbf{f}}(t+1)^{[1]} = \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]} \quad (4.12)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}(t+1)^{[2]} = (\mathbf{I} + \delta\mathbf{\Gamma}^*)\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]}, \quad (4.13)$$

gde je $\dim\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]} = 1$ i $\dim\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]} = n - 1$. S obzirom na Lemu 4.2, matrica $\mathbf{\Gamma}^*$ je Hurvicova, tako da postoji dovoljno malo $\delta' > 0$ da je za svako $\delta < \delta'$ ispunjen uslov da je $\max_i |\lambda_i(\mathbf{I} + \delta\mathbf{\Gamma}^*)| < 1$, što implicira da je $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]} = \mathbf{0}$. Odatle se dobija da je

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{f}}(t) = [\tilde{\rho}(0)^{[1]} \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T, \quad (4.14)$$

odnosno da je $\mathbf{f}_\infty = \mathbf{T}[\tilde{\rho}(0)^{[1]} \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T = \mathbf{1}\boldsymbol{\pi}\hat{\mathbf{f}}(0)$. \square

Očigledno, algoritam (4.7) postiže asimptotski konsenzus u tom smislu da je modifikovani ofset za sve čvorove u mreži asimptotski isti. Brzina kojom to postiže je eksponencijalna, što je očigledno iz (4.13). Iz Teoreme 4.1 je jasno da konkretne vrednosti modifikovanog ofseta zavise od nepoznatih vrednosti ofseta upotrebljenih senzora i od usvojenih težinskih koeficijenata γ_{ij} u kriterijumu (4.3).

4.2 Ocenjivanje pojačanja

4.2.1 Definicija algoritma

Razmotrimo, kao u odeljku 4.1.1., mrežu od n senzora, uz pretpostavku da je izlaz i -tog senzora dat opštom relacijom

$$y_i(t) = \alpha_i x(t) + \beta_i. \quad (4.15)$$

Ako je $\Delta y_i(t) = y_i(t+1) - y_i(t)$ i $\Delta x(t) = x(t+1) - x(t)$, tada se dobija za priraštaje sledeća relacija

$$\Delta y_i(t) = \alpha_i \Delta x(t). \quad (4.16)$$

Ako je, u opštem slučaju, kalibraciona funkcija senzora data relacijom

$$z_i(t) = a_i y_i(t) + b_i, \quad (4.17)$$

dobija se da je posle korekcije

$$z_i(t) = a_i \alpha_i x(t) + a_i \beta_i + b_i. \quad (4.18)$$

Uvodi se $g_i = a_i \alpha_i$ koje predstavlja korigovano (modifikovano) pojačanje i $f_i = a_i \beta_i + b_i$ korigovani (modifikovani) ofset.

Neka je cilj ocenjivanja koeficijenata a_i takav da rezultuje u korigovano pojačanje $g_i = a_i \alpha_i$ jednako za sve senzore. Do algoritma za ocenjivanje parametara a_i dolazi se na osnovu relacije

$$\Delta z_i(t) = a_i \alpha_i \Delta x(t) = a_i \Delta y_i(t). \quad (4.19)$$

Naime, slično izrazu (4.3) u prethodnom odeljku, formulišimo kriterijumsku funkciju

$$J_i^\Delta = \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} E \left\{ \left(\Delta z_j(t) - \Delta z_i(t) \right)^2 \right\}, \quad (4.20)$$

odnosno

$$\frac{\partial J_i^\Delta}{\partial a_i} = - \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} E \left\{ \left(\Delta z_j(t) - \Delta z_i(t) \right) \Delta y_i(t) \right\}. \quad (4.21)$$

Odavde sledi rekurzija tipa stohastičkog gradijenta

$$\hat{a}_i(t+1) = \hat{a}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \varepsilon_{ij}^\Delta(t) \Delta y_i(t), \quad (4.22)$$

gde je $\hat{a}_i(t)$ ocena parametra a_i u trenutku t , $\delta_i(t) > 0$ veličina koraka algoritma, dok je $\varepsilon_{ij}^\Delta(t) = \Delta \hat{z}_j(t) - \Delta \hat{z}_i(t)$ inkrementalni rezidual, pri čemu je $\Delta \hat{z}_i(t) = \hat{a}_i(t) \Delta y_i(t)$.

Relacija (4.22) se može napisati i na sledeći način, u funkciji korigovanog pojačanja

$$\hat{g}_i(t+1) = \hat{g}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t)) \alpha_i^2 \Delta x(t)^2. \quad (4.23)$$

Ako se definiše $\hat{\mathbf{g}}(t) = [\hat{g}_1(t) \ \dots \ \hat{g}_n(t)]^T$, tada se može formirati sledeći kompaktni oblik algoritma za celu mrežu

$$\hat{\mathbf{g}}(t+1) = [\mathbf{I} + \Delta x(t)^2 \Delta(t) \boldsymbol{\alpha}^2 \Gamma] \hat{\mathbf{g}}(t), \quad (4.24)$$

gde je $\boldsymbol{\alpha} = \text{diag}\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$.

4.2.2 Analiza konvergencije

Relacija (4.24) je slična relaciji (4.7); osnovna razlika je u postojanju slučajnog člana $\Delta x(t)^2$ (koji je nemerljiv). Metodologija analize konvergencije je, stoga, nešto složenija.

Uvedimo sledeću pretpostavku:

$$(4.C) \quad E\{\Delta x(t)^2 | F_t\} \geq \sigma_c^2 > 0$$

$$E\{\Delta x(t)^4 | F_t\} \leq \sigma_c^{-4} < \infty,$$

gde je F_t minimalna σ -algebra koju generiše skup $x(t), x(t-1), \dots$

Smisao pretpostavke je intuitivno jasan: signal, s jedne strane, ima ograničen četvrti momenat i, s druge strane, ne redukuje se trivijalno na konstantnu vrednost.

Teorema 4.2

Neka su zadovoljeni uslovi (4.A), (4.B) i (4.C). Tada postoji takvo $\delta'' > 0$ da za svako $\delta < \delta''$ $\hat{\mathbf{g}}(t)$ eksponencijalno teži konsenzusu u sks.

Dokaz:

Neka je \mathbf{T}_1 matrica koja ima istu ulogu kao matrica \mathbf{T} u Lemi 4.2, ali u odnosu na matricu $\alpha^2\Gamma$ (koja, kao i matrica Γ , ima jednu sopstvenu vrednost u koordinatnom početku, a ostale u levoj poluravni). Ako se usvoji $\tilde{\mathbf{g}}(t) = \mathbf{T}_1^{-1}\hat{\mathbf{g}}(t)$, iz (4.24) sledi

$$\tilde{\mathbf{g}}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta\mathbf{T}_1^{-1}\alpha^2\Gamma\mathbf{T}_1 \Delta x(t)^2)\tilde{\mathbf{g}}(t). \quad (4.25)$$

Na osnovu Leme 4.2., dobija se

$$\tilde{\mathbf{g}}(t+1)^{[1]} = \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[1]} \quad (4.26)$$

$$\tilde{\mathbf{g}}(t+1)^{[2]} = (\mathbf{I} + \delta\Delta x(t)^2\Gamma_\alpha^*)\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}, \quad (4.27)$$

gde Γ_α^* sledi iz relacije

$$\mathbf{T}_1^{-1}\alpha^2\Gamma\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_\alpha^* \end{bmatrix}, \quad (4.28)$$

kao i Γ^* u Lemi 3.2, Γ_α^* je Hurvicova matrica, tj. ima sve sopstvene vrednosti u levoj poluravni.

S obzirom na to, postoji takva pozitivno definitna matrica \mathbf{R}_α^* da je zadovoljena jednačina Ljapunova

$$\Gamma_\alpha^{*T}\mathbf{R}_\alpha^* + \mathbf{R}_\alpha^*\Gamma_\alpha^* = -\mathbf{Q}_\alpha^*, \quad (4.29)$$

gde je \mathbf{Q}_α^* pozitivno definitna matrica.

Definišimo funkciju Ljapunova $v(t) = E\{\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]T}\mathbf{R}_\alpha^*\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}\}$; s obzirom sa je \mathbf{R}_α^* pozitivno definitna matrica, ako $v(t)$ teži nuli, tada $\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}$ teži nuli u sks. Iz (4.27) dobijamo

$$\begin{aligned} v(t+1) &= E\{\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]T}E\{(\mathbf{I} + \delta\Delta x(t)^2\Gamma_\alpha^*)^T\mathbf{R}_\alpha^*(\mathbf{I} + \delta\Delta x(t)^2\Gamma_\alpha^*)|F_t\}\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}\} = \\ &= E\{\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]T}[\mathbf{R}_\alpha^* + \delta E\{\Delta x(t)^2|F_t\}(\Gamma_\alpha^{*T}\mathbf{R}_\alpha^* + \mathbf{R}_\alpha^*\Gamma_\alpha^*) + \\ &\quad \delta^2 E\{\Delta x(t)^4|F_t\}\Gamma_\alpha^{*T}\mathbf{R}_\alpha^*\Gamma_\alpha^*]\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}\}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Analizirajmo članove desne strane relacije (4.30). Najpre, imamo, prema (4.29), za linearni član

$$-E\{\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]T}\delta E\{\Delta x(t)^2|F_t\}\mathbf{Q}_\alpha^*\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}\} \leq -\delta E\{\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]T} \min_i \lambda_i(\mathbf{Q}_\alpha^*)\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}\}.$$

Za kvadratni član imamo sledeću gornju granicu

$$\delta^2 E\{\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]T}\sigma_c^{-4}\Gamma_\alpha^*\mathbf{R}_\alpha^*\Gamma_\alpha^*\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}\}.$$

Ako se ima u vidu da za proizvoljno dati n -vektor x važi

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_\alpha^* \mathbf{x} &\geq \lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\alpha^*) \mathbf{x}^T \mathbf{x} = \lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\alpha^*) \mathbf{x}^T \mathbf{R}_\alpha^{*\frac{1}{2}} \mathbf{R}_\alpha^{*-1} \mathbf{R}_\alpha^{*\frac{1}{2}} \mathbf{x} \geq \\ &\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\alpha^*) \frac{1}{\max_i \lambda_i(\mathbf{R}_\alpha^*)} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_\alpha^* \mathbf{x}, \end{aligned} \quad (4.31)$$

kao i

$$\mathbf{x}^T \mathbf{\Gamma}_\alpha^* \mathbf{R}_\alpha^* \mathbf{\Gamma}_\alpha^* \mathbf{x} \leq \max_i \lambda_i(\mathbf{R}_\alpha^*) \max_i \lambda_i(\mathbf{\Gamma}_\alpha^* \mathbf{\Gamma}_\alpha^*) \mathbf{x}^T \mathbf{x}, \quad (4.32)$$

gde je $\mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \frac{v(t)}{\min_i \lambda_i(\mathbf{R}_\alpha^*)}$, dobija se

$$v(t+1) \leq (1 - \delta k_1^* + \delta^2 k_2^*) v(t), \quad (4.33)$$

gde su $k_1^* > 0$ i $k_2^* > 0$ generičke konstante. S obzirom da je minimum parabole $y = 1 - k_1^* x + k_2^* x^2$ u tački $x_{\min} = \frac{k_1^*}{2k_2^*} > 0$, sledi da postoji takvo $\delta'' > 0$ da je $0 < 1 - k_1^* \delta + k_2^* \delta^2 < 1$ za svako $\delta < \delta''$. Odatle sledi da $v(t) \rightarrow 0$ eksponencijalno kada $t \rightarrow \infty$, odnosno da $\tilde{\mathbf{g}}^{[2]} \rightarrow \mathbf{0}$ eksponencijalno u sks. Odavde sledi da je

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{g}}(t) = [\tilde{\mathbf{g}}^{[1]}(0)^T \quad ; \quad 0 \quad \dots \quad 0].$$

Kako je $\hat{\mathbf{g}}(t) = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{g}}(t)$, sledi da je

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{g}}(t) = \mathbf{T} [\tilde{\mathbf{g}}^{[1]}(0)^T \quad ; \quad 0 \quad \dots \quad 0] = \mathbf{1} \boldsymbol{\pi}' \hat{\mathbf{g}}(0), \quad (4.34)$$

gde je $\boldsymbol{\pi}'$ levi sopstveni vektor matrice $\boldsymbol{\alpha}^2 \mathbf{\Gamma}$ (analogno dokazu Teoreme 4.1). \square

4.3 Simultano ocenjivanje ofseta i pojačanja

4.3.1 Definicija algoritma kalibracije

Diskusija data u odeljcima 4.1 i 4.2 odnosila se na ofset i pojačanje senzora uzete pojedinačno. Ocenjivanje ofseta u odeljku 4.1 podrazumevalo je jedinična pojačanja; ako bi se usvojilo da je u rezidualu algoritma (4.5)

$$\hat{z}_i(t) = \hat{a}_i(t) y_i(t) + \hat{b}_i(t) = \hat{a}_i(t) \alpha_i x(t) + \hat{a}_i(t) \beta_i + \hat{b}_i(t), \quad (4.35)$$

rezidual $\varepsilon_{ij}(t) = \hat{z}_j(t) - \hat{z}_i(t)$ poprima sledeću formu

$$\varepsilon_{ij}(t) = (\hat{a}_j(t)\alpha_j - \hat{a}_i(t)\alpha_i)x(t) + \hat{a}_j(t)\beta_j - \hat{a}_i(t)\beta_i + \hat{b}_j(t) - \hat{b}_i(t). \quad (4.36)$$

U izrazima (4.35) i (4.36) $\hat{a}_j(t)$ i $\hat{a}_i(t)$ su proizvoljne ocene parametara kalibracione funkcije. Ako bi ocene $\hat{a}_j(t)$ i $\hat{a}_i(t)$, $i, j = 1, \dots, n$, bile generisane algoritmom opisanim u odeljku 4.2., tada bi asimptotski u konsenzusu bilo postignuto $\hat{a}_j(t) = \hat{a}_i(t)$, tako da bi uslov $\varepsilon_{ij}(t) = 0$ pri ocenjivanju ofseta bio postignut tako što bi bilo dobijeno $\hat{b}_j(t) + \hat{a}_j(t)\beta_j = \hat{b}_i(t) + \hat{a}_i(t)\beta_i$, odnosno, korigovani ofset bi bio jednak za sve senzore. Odavde sledi ideja da se parametri \hat{a}_i i \hat{b}_i u kalibracionoj funkciji ocenjuju simultano, tako što bi:

- 1) algoritam za ocenjivanje pojačanja, nezavisno od konkretnih vrednosti ofseta, generisao $\hat{a}_i(t)$ prema proceduri (4.23);
- 2) algoritam (4.6) generisao ocene parametara $\hat{b}_i(t)$, gde je $\varepsilon_{ij}(t)$ dato relacijama (4.35) i (4.36).

Kompletan algoritam kalibracije u opštem slučaju ima sledeću formu

$$\hat{a}_i(t+1) = \hat{a}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \varepsilon_{ij}^A \Delta y_i(t) \quad (4.37)$$

$$\hat{b}_i(t+1) = \hat{b}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \varepsilon_{ij}(t), \quad (4.38)$$

gde je $\varepsilon_{ij}(t) = \hat{z}_j(t) - \hat{z}_i(t)$, a $\hat{z}_i(t) = \hat{a}_i(t)y_i(t) + \hat{b}_i(t)$. Algoritam (4.37) i (4.38) podrazumeva transmisiju vrednosti $\Delta \hat{z}_i(t)$ i $\hat{z}_i(t)$ između čvorova, kao i lokalno generisanje izlaza kalibracionih funkcija, koristeći trenutne vrednosti parametara $\hat{a}_i(t)$ i $\hat{b}_i(t)$, što nije veliko dodatno računsko opterećenje za same čvorove i komunikacije između čvorova. Priroda rekurzija (4.37) i (4.38) se može bolje sagledati kroz formu u kojoj su $\hat{a}_i(t)$ i $\hat{b}_i(t)$ zamenjeni korigovanim pojačanjem $\hat{g}_i(t) = \hat{a}_i(t)\alpha_i$ i korigovanim ofsetom $\hat{f}_i(t) = \hat{a}_i(t)\beta_i + \hat{b}_i(t)$. Iz (4.37) i (4.38) sledi

$$\hat{g}_i(t+1) = \hat{g}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t)) \alpha_i^2 \Delta x(t)^2 \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} \hat{f}_i(t+1) = & \hat{f}_i(t) + \delta_i(t) [\alpha_i \beta_i \Delta x(t)^2 + x(t)] \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t)) \\ & + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{f}_j(t) - \hat{f}_i(t)). \end{aligned} \quad (4.40)$$

Ako se usvoji $\hat{\mathbf{g}}(t) = [\hat{g}_1(t) \ \cdots \ \hat{g}_n(t)]^T$ i $\hat{\mathbf{f}}(t) = [\hat{f}_1(t) \ \cdots \ \hat{f}_n(t)]^T$, dobija se sledeća kompaktna forma opisanog algoritma

$$\hat{\mathbf{g}}(t+1) = (\mathbf{I} + \Delta(t)\alpha^2\Gamma\Delta x(t)^2)\hat{\mathbf{g}}(t) \quad (4.41)$$

$$\hat{\mathbf{f}}(t+1) = (\mathbf{I} + \Delta(t)\Gamma)\hat{\mathbf{f}}(t) + \Delta(t)\mathbf{N}(t)\Gamma\hat{\mathbf{g}}(t),$$

gde je $\mathbf{N}(t) = \text{diag}\{\alpha_1\beta_1\Delta x(t)^2 + x(t), \dots, \alpha_n\beta_n\Delta x(t)^2 + x(t)\}$.

4.3.2 Analiza konvergencije

Konvergenciju predloženog algoritma razmatraćemo polazeći od forme (4.41) u kojoj su razdvojeni vektori pojačanja $\hat{\mathbf{g}}(t)$ i ofseta $\hat{\mathbf{f}}(t)$. Jasno je da za $\hat{\mathbf{g}}(t)$ važe svi izvedeni zaključci u okviru odeljka 4.2. Ostaje da se sagleda asimptotsko ponašanje algoritma za $\hat{\mathbf{f}}(t)$. Jasno je da zaključci vezani za ocenjivanje ofseta pomoću samog algoritma (4.6) ovde ne mogu direktno da se primene, s obzirom na drukčiju definiciju korigovanog ofseta i postojanje dodatnog člana u izrazu za $\hat{\mathbf{f}}(t)$ u (4.41) koji zavisi od $\hat{\mathbf{g}}(t)$, a koji ima slučajni karakter.

Teorema 4.3

Neka su ispunjeni uslovi (4.A), (4.B) i (4.C). Tada algoritam (4.41) teži konsenzusu u tom smislu da je $\lim_{t \rightarrow \infty} E\{\|\hat{\mathbf{g}}(t) - m_1\mathbf{1}\|^2\} = 0$ i $\lim_{t \rightarrow \infty} E\{\|\hat{\mathbf{f}}(t) - m_2\mathbf{1}\|^2\} = 0$ gde su m_1 i m_2 slučajne promenljive.

Dokaz:

Ponašanje ocene $\hat{\mathbf{g}}(t)$ u skladu sa tvrdnjom teoreme sledi direktno iz Teoreme 4.2, s obzirom da je odgovarajuća rekurzija nezavisna od rekurzije za $\hat{\mathbf{f}}(t)$; pri tome je $m_1 = \boldsymbol{\pi}'\hat{\mathbf{g}}(0)$, gde je $\boldsymbol{\pi}'$ definisano u okviru dokaza Teoreme 4.2. Primetimo da je brzina konvergencije eksponencijalna, odnosno da važi da je $E\{\|\hat{\mathbf{g}}(t) - m_1\mathbf{1}\|^2\} \leq k_1\rho_1^t$ gde je $k_1 < \infty$, a $0 < \rho_1 < 1$.

Osobine rekurzije za $\hat{\mathbf{f}}(t)$ u (4.41) mogu se sagledati direktno ako se usvoji, kao u Teoremi 4.1, da je $\tilde{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{f}}(t)$, gde je \mathbf{T} transformacija definisana u Lemi 4.2. Tako se dobija da je

$$\mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{f}}(t+1) = \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{f}}(t) + \delta\mathbf{T}^{-1}\Gamma\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{f}}(t) + \delta\mathbf{T}^{-1}\mathbf{N}(t)\Gamma\mathbf{T}_1\mathbf{T}_1^{-1}\hat{\mathbf{g}}(t), \quad (4.42)$$

pri čemu je matrica \mathbf{T}_1 definisana u okviru Teoreme 4.2. S obzirom na formu matrice $\alpha^2\Gamma$, jasno je da je desni sopstveni vektor ove matrice jednak vektoru $\mathbf{1}$. S obzirom da je $\Gamma\mathbf{1} = \mathbf{0}$, sledi da je $\Gamma\mathbf{T}_1$ matrica čija je prva kolona sačinjena od nula. To znači da je

$$\mathbf{T}^{-1}\mathbf{N}(t)\Gamma\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{N}_\Gamma(t)^{[1]} \\ 0 & \mathbf{N}_\Gamma(t)^{[2]} \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

gde je $\mathbf{N}_\Gamma(t)^{[1]}$ $(n-1)$ -dimenzionalni vektor red, a $\mathbf{N}_\Gamma(t)^{[2]}$ matrica $(n-1) \times (n-1)$; treba primetiti da $\mathbf{N}_\Gamma(t)^{[1]}$ i $\mathbf{N}_\Gamma(t)^{[2]}$ zavise od slučajnih veličina $\Delta x(t)$ i $x(t)$. Odavde sledi da se $\tilde{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{f}}(t)$ može dekomponovati na sledeći način

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}(t+1)^{[1]} &= \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]} + \delta \mathbf{N}_\Gamma(t)^{[1]}\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} \\ \tilde{\mathbf{f}}(t+1)^{[2]} &= (\mathbf{I} + \delta\Gamma^*)\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]} + \delta\mathbf{N}_\Gamma(t)^{[2]}\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}, \end{aligned} \quad (4.44)$$

gde je $\tilde{\mathbf{f}}(t) = [\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]} \quad \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]T}]^T$, dok je $\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}$ je definisano u Teoremi 4.2. Primetimo da $\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}$ teži nuli eksponencijalno u sks, odnosno da je

$$E\{\|\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}\|^2\} \leq k_1 \rho_1^t,$$

gde je $0 < k_1 < \infty$, a $0 < \rho_1 < 1$.

Prva rekurzija u (4.44) daje

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]} = \tilde{\mathbf{f}}(0)^{[1]} + \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{t-1} \mathbf{N}_\Gamma(k)^{[1]} \tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]} = \tilde{\mathbf{f}}(0)^{[1]} + m'_2, \quad (4.45)$$

Slučajna promenljiva m'_2 ima konačnu srednje-kvadratnu vrednost (skv)

$$\begin{aligned} E\{|m'_2|^2\} &\leq \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{t-1} E\{E\{\|\mathbf{N}_\Gamma(k)^{[1]}\| \|F_k\| \|\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}\|\}\} \\ &\leq k'_1 \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{t-1} E\{\|\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}\|^2\} \leq k'_2 \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{t-1} \rho_2^k < k'_3 < \infty, \end{aligned} \quad (4.46)$$

gde su k'_1, k'_2, k'_3 i $0 < \rho_2 < 1$ generičke konstante, prema (4.C).

Druga rekurzija u(4.44) daje

$$\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]} = \sum_{k=0}^{t-1} (\mathbf{I} + \delta\Gamma^*)^{t-k-1} \mathbf{N}_\Gamma(k)^{[2]} \tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}, \quad (4.47)$$

Odavde sledi da je

$$E\{\|\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]}\|^2\} \leq k_1'' \sum_{k=0}^{t-1} \rho_1^{t-k} \rho_2^k \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0, \quad (4.48)$$

gde je $k_1'' < \infty$, a $0 < \rho_1, \rho_2 < 1$, i imajući u vidu (4.C), kao i da $E\{\|\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}\|^2\}$ teži nuli eksponencijalno. Zaključak je da je u sks

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{f}(0) + m_2' \\ \dots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{1}\boldsymbol{\pi}\hat{\mathbf{f}}(0) + \mathbf{1}m_2' = \mathbf{1}m_2, \quad (4.49)$$

imajući u vidu strukturu matrica \mathbf{T} i \mathbf{T}^{-1} . \square

Prethodnom teoremom se dokazuje veoma važan rezultat da se konsenzus može postići simultano za oba parametra kalibracione funkcije. Treba uočiti da je u ovom slučaju slučajna promenljiva m_2' nastala kao rezultat uticaja rekurzije za $\hat{\mathbf{g}}(t)$ na rekurziju za $\hat{\mathbf{f}}(t)$.

4.4 Kalibracija sa referencom

U slučaju da je u mreži prethodno idealno kalibrisan jedan senzor (k -ti), njegov uticaj se može maksimalno potencirati tako što se usvoji $\delta_k(t) = 0$, čime se mreža „zakači“ za izabrani čvor. Kalibracija sa referencom je od izuzetnog praktičnog značaja, sa idejom da se idealno kalibriše samo jedan čvor, i da se primenom predloženog algoritma asimptotski postigne konvergenciju svih čvorova ka željenoj karakteristici.

Teorema 4.4 (Ocenjivanje ofseta)

Neka su zadovoljeni uslovi (4.A) i (4.B). Neka je k -ti čvor centar grafa sa korigovanim ofsetom f_k . Tada postoji takvo $\delta''' > 0$ da za svako $\delta < \delta'''$ $\hat{f}_i(t)$ generisano algoritmom (4.6) u kombinaciji sa relacijom

$$\hat{b}_k(t+1) = \hat{b}_k(t), \quad (4.50)$$

eksponencijalno konvergira ka f_k .

Dokaz:

Pretpostavimo, bez smanjenja opštosti, da je $k = 1$. Ako je $r_i(t) = \hat{f}_i(t) - f_1$, dobijamo

$$r_i(t+1) = (1 - \delta \sum_{j,j \neq i} \gamma_{ij})r_i(t) + \delta \sum_{j,j \neq i} \gamma_{ij}r_j(t), \quad (4.51)$$

odnosno, u kompaktnoj formi,

$$\mathbf{r}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta \mathbf{\Gamma}^-) \mathbf{r}(t), \quad (4.52)$$

gde je $\mathbf{r}(t) = [r_2(t) \ \cdots \ r_n(t)]^T$, dok je

$$\mathbf{\Gamma}^- = \begin{bmatrix} -\sum_{j,j \neq 1} \gamma_{2j} & \gamma_{23} & \cdots & \gamma_{2n} \\ \gamma_{32} & -\sum_{j,j \neq 1} \gamma_{3j} & \cdots & \gamma_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n2} & \gamma_{n3} & \cdots & -\sum_{j,j \neq 1} \gamma_{nj} \end{bmatrix}.$$

Prema [27], [28] i [59], $\mathbf{\Gamma}^-$ je M-matrica, imajući u vidu da je $k = 1$ po pretpostavci centralni čvor. Prema tome, $\mathbf{\Gamma}^-$ je, takođe, Hurvicova matrica. Metodologija dokaza Teoreme 4.1. može na osnovu toga direktno da se primeni na dobijeni izraz, odakle sledi tvrdnja Teoreme 4.4. \square

Teorema 4.5 (Ocenjivanje pojačanja)

Neka su ispunjeni uslovi (4.A), (4.B) i (4.C). Neka je k -ti čvor centar grafa G sa korigovanim pojačanjem g_k . Tada postoji takvo $\delta^{IV} > 0$ da za svako $\delta < \delta^{IV}$ algoritam (4.23) u kombinaciji sa relacijom

$$\hat{a}_k(t+1) = \hat{a}_k(t), \quad (4.53)$$

eksponencijalno konvergira ka g_k u sks.

Dokaz:

Neka je $k = 1$. Ako je $s_i(t) = \hat{g}_i(t) - g_1$, dobijamo

$$s_i(t+1) = (1 - \delta \sum_{j,j \neq i} \gamma_{ij} \Delta x(t)^2 \alpha_i^2) s_i(t) + \delta \sum_{j,j \neq i} \gamma_{ij} \Delta x(t)^2 \alpha_j^2 s_j(t), \quad (4.54)$$

odnosno, u kompaktnoj formi,

$$\mathbf{s}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta \Delta x(t)^2 \Gamma_{\alpha}^{-}) \mathbf{s}(t), \quad (4.55)$$

gde je $\mathbf{s}(t) = [s_2(t) \ \cdots \ s_n(t)]^T$, dok je $\Gamma_{\alpha}^{-} = \text{diag}\{\alpha_2^2, \dots, \alpha_n^2\} \Gamma^{-}$, pri čemu je Γ^{-} definisano u okviru dokaza Teoreme 4.4. Kao u Teoremi 4.4., zaključujemo da je Γ_{α}^{-} M-matrica, koja je takođe Hurvicova. Sada se može primeniti metodologija Teoreme 4.2. Naime, za dato $\mathbf{Q}_{\alpha}^{-} > 0$ postoji takvo $\mathbf{R}_{\alpha}^{-} > 0$ koje zadovoljava jednačinu Ljapunova, (4.29).

Ako se definiše funkcija Ljapunova $u(t) = E\{\mathbf{s}(t)^T \mathbf{R}_{\alpha}^{-} \mathbf{s}(t)\}$, imamo

$$\begin{aligned} u(t+1) &= E\{\mathbf{s}(t)^T (\mathbf{I} + \delta \Delta x(t)^2 \Gamma_{\alpha}^{-})^T \mathbf{R}_{\alpha}^{-} (\mathbf{I} + \delta \Delta x(t)^2 \Gamma_{\alpha}^{-}) \mathbf{s}(t)\} \\ &= E\{\mathbf{s}(t)^T [\mathbf{I} + \delta E\{\Delta x(t)^2 | F_t\} (\Gamma_{\alpha}^{-T} \mathbf{R}_{\alpha}^{-} + \mathbf{R}_{\alpha}^{-} \Gamma_{\alpha}^{-}) \\ &\quad + \delta^2 E\{\Delta x(t)^4 | F_t\} \Gamma_{\alpha}^{-T} \mathbf{R}_{\alpha}^{-} \Gamma_{\alpha}^{-}] \mathbf{s}(t)\}. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Na bazi majorizacije desne strane relacije (4.56) zasnovane na dokazu Teoreme 4.2, dobijamo

$$u(t+1) \leq (1 - \delta k_1^* + \delta^2 k_2^*) u(t), \quad (4.57)$$

gde su $k_1^* > 0$ i $k_2^* > 0$ generičke konstante. Odavde direktno sledi zaključak Teoreme 4.5. \square

Prilaz prethodno diskutovan u ovom odeljku može se primeniti i u kontekstu poznavanja referentnih kalibracionih funkcija, koje uključuju pojačanje i ofset zajedno.

Kada se radi o samom pojačanju koje se po definiciji ocenjuje odvojeno, jasno je da je i dalje na snazi razmatranje dato u Teoremi 4.5 u celini, što znači da $E\{\|\hat{\mathbf{g}}_i(t) - \mathbf{g}_1\|^2\}$ teži nuli eksponencijalno.

U pogledu ocenjivanja ofseta, relacija (4.40) direktno daje za $i \geq 2$

$$\begin{aligned} \hat{t}_i(t+1) &= \hat{t}_i(t) + \delta_i(t) [\alpha_i \beta_i \Delta x(t)^2 + x(t)] \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{s}_j(t) - s_i(t)) + \\ &\quad \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{t}_j(t) - \hat{t}_i(t)), \end{aligned} \quad (4.58)$$

gde je $\hat{t}_i(t) = \hat{f}_i(t) - f_1$, odnosno, u vektorskoj formi,

$$\hat{\mathbf{t}}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta \Gamma^{-}) \hat{\mathbf{t}}(t) + \delta \mathbf{N}_{\Gamma}(t)^{-} \hat{\mathbf{s}}(t), \quad (4.59)$$

gde je matrica $\mathbf{N}_{\Gamma}(t)^{-}$ dobijena iz matrice $\mathbf{N}(t) \Gamma$ eliminacijom prvog reda i prve kolone. Iz (4.59) se može zaključiti da član koji zavisi od $\hat{\mathbf{s}}(t)$ teži nuli po eksponencijalnom zakonu na

osnovu rezultata prethodnog odeljka, kao i da je matrica $\mathbf{I} + \delta\Gamma^-$ stabilna za dovoljno male vrednosti pojačanja δ . Imajući u vidu rezultat Teoreme 4.1., može se formulirati sledeća teorema, čiji dokaz direktno sledi iz gore date analize, te neće biti naveden da bi se izbegla ponavljanja.

Teorema 4.6. (Simultano ocenjivanje pojačanja i ofseta)

Neka su ispunjeni uslovi (4.A), (4.B) i (4.C). Neka je k -ti čvor centar grafa G sa korigovanim parametrima f_k i g_k . Tada postoji takvo $\delta^V > 0$ da za svako $\delta < \delta^V$ algoritam (4.41) sa fiksnim relacijama $\hat{a}_k(t+1) = \hat{a}_k(t)$, $\hat{b}_k(t+1) = \hat{b}_k(t)$ eksponencijalno konvergira u sks ka f_k , odnosno g_k .

4.5 Rezultati simulacije

Svi algoritmi predloženi i diskutovani u ovom poglavlju detaljno su proveravani putem simulacije. Prikazani rezultati se odnose na sledeće tri mreže:

- 1) G_1 - mreža sa tri čvora u obliku orijentisanog prstena;
- 2) G_2 - mreža sa deset čvorova sa težinskim koeficijentima γ_{ij} određenim sledećom težinskom matricom povezanosti

$$C_{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 48.95 & 48.90 & 21.70 & 81.45 & 36.70 & 0 & 39.80 & 0 \\ 0 & 0 & 44.63 & 0 & 30.71 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7.06 & 2.27 & 0 & 0 & 4.485 & 24.22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6.89 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27.71 & 10.13 & 0 & 12.07 & 27.13 \\ 28.01 & 13.51 & 39.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4.23 & 0 & 14.99 & 15.16 & 0 & 0 & 8.24 & 5.12 & 9.64 & 0 \\ 34.83 & 0 & 0 & 57.69 & 0 & 81.63 & 0 & 34.47 & 48.57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 46.69 & 28.12 & 0 & 0 & 0 \\ 8.62 & 0 & 0 & 16.54 & 0 & 24.92 & 11.29 & 0 & 0 & 25.36 \\ 0 & 0 & 0 & 71.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54.00 & 0 \end{bmatrix}$$

Mreža je dobijena tako što je simulirana povezanost zasnovana na fizičkom rastojanju, pa su koeficijenti na mestima (i, j) i (j, i) učinjeni različitim (da se graf ne bi sveo na simetrični slučaj).

- 3) G_3 - mreža sa deset čvorova definisana matricom

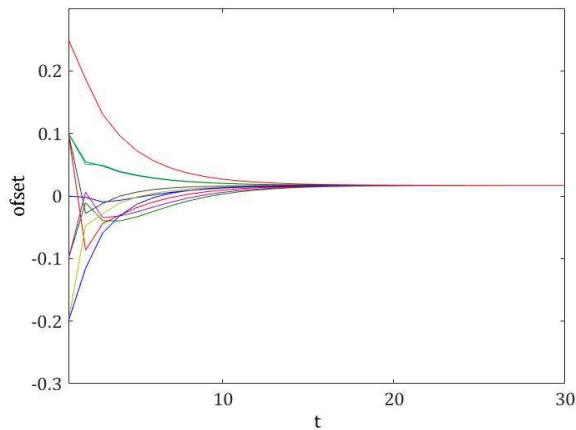
$$C_{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 21.70 & 0 & 0 & 0 & 39.80 & 0 \\ 0 & 0 & 44.63 & 0 & 30.71 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.485 & 24.22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27.71 & 10.13 & 0 & 0 & 0 \\ 28.01 & 13.51 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14.99 & 0 & 0 & 0 & 8.24 & 5.12 & 9.64 & 0 \\ 34.83 & 0 & 0 & 57.69 & 0 & 81.63 & 0 & 34.47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 28.12 & 0 & 0 & 0 \\ 8.62 & 0 & 0 & 16.54 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25.36 \\ 0 & 0 & 0 & 71.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

koja je dobijena tako što su mnoge veze definisane matricom za G_2 mrežu ukinute, čime se dobijenom grafu bitno menja stepen povezanosti.

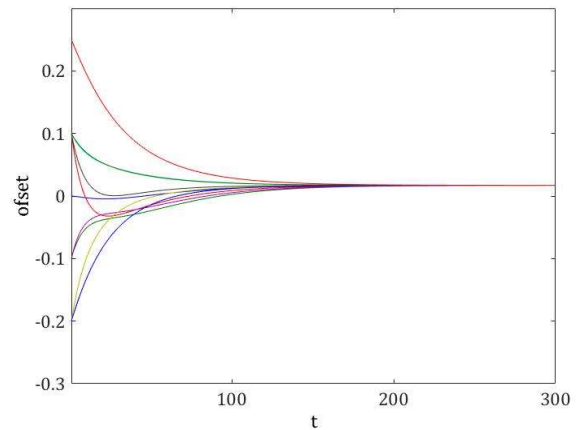
U nastavku ćemo se pozivati na mreže G_1 , G_2 i G_3 kada budu ispitivani različiti algoritmi u daljem tekstu. Usvojeno je da je mereni signal $x(t)$ generisan kao izlaz sistema drugog reda čiji je ulaz beli šum.

Ocenjivanje ofseta

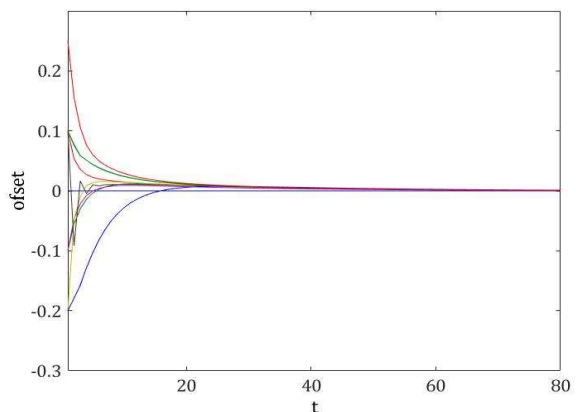
Slike 4.1 – 4.4 dobijene su na mreži G_2 sa deset čvorova. Slika 4.1 prikazuje ocene ofseta uz koeficijent pojačanja algoritma $\delta = 0.01$; konvergencija ka konsenzusu je očigledno veoma brza (vrednosti samih ofseta izabrane su na slučajan način u dijapazonu $(-0.2, 0.2)$, što ukazuje na veliku efikasnost algoritma). Na slici 4.2 ponavlja se eksperiment uz $\delta = 0.001$. Slika 4.3 pokazuje ponašanje u slučaju kada je senzor sa nultim ofsetom izabran kao referentni; konvergencija je veoma brza, iako nešto sporija nego u slučaju primera na slici 4.2. Na slici 4.4 izabrana je situacija u kojoj je senzor sa ofsetom 0.25 fiksiran, pri pojačanju algoritma deset puta manjim nego u slučaju slike 4.3.



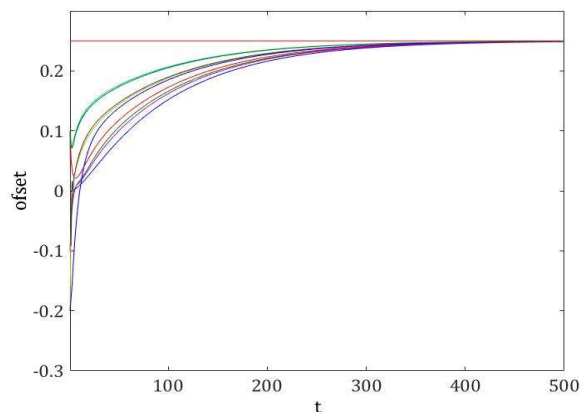
Slika 4.1: Ocena ofseta, mreža G_2 , pojačanje algoritma $\delta = 0.01$



Slika 4.2: Ocena ofseta, mreža G_2 , pojačanje algoritma $\delta = 0.001$



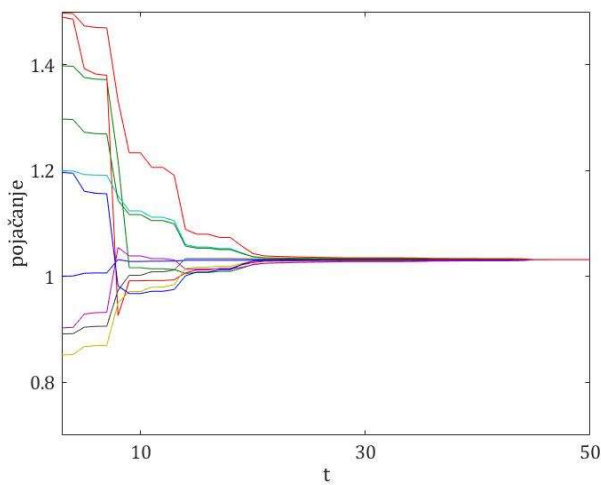
Slika 4.3: Ocena ofseta, mreža G_2 , sa referentnim čvorom



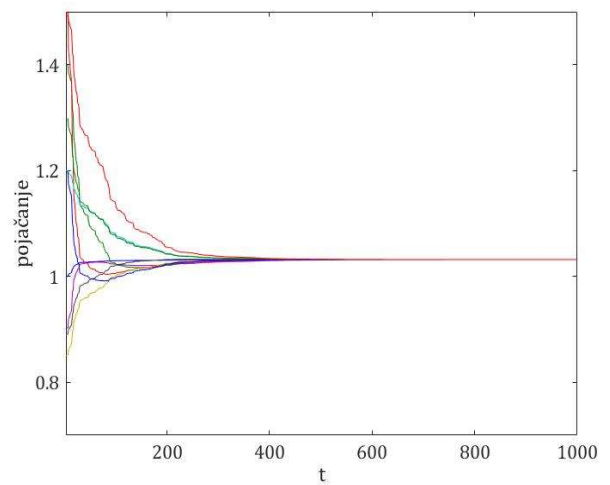
Slika 4.4: Ocena ofseta, mreža G_2 , sa referentnim čvorom, manje pojačanje algoritma

Ocenjivanje pojačanja

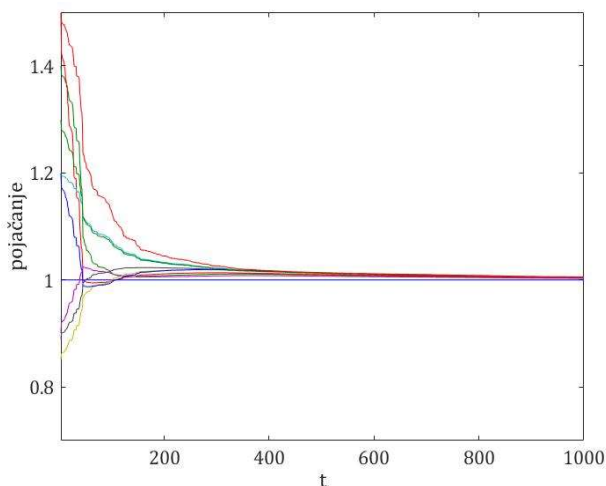
Slike 4.5 – 4.8 dobijene su na mreži G_2 . Slika 4.5 odgovara težinskom koeficijentu $\delta = 0.01$, a slika 4.6 težinskom koeficijentu $\delta = 0.001$. Na slici 4.7 mreža je „zakačena“ za prvi čvor. Slika 4.8 dobijena je korišćenjem mreže G_3 , pri čemu je mreža „zakačena“ za prvi čvor. Brzina konvergencije u slučaju „retke“ mreže postaje vidljivo manja. Generalno, brzina konvergencije je manja u slučaju kada je mreža „zakačena“ na izabran čvor u odnosu na opšti slučaj, s obzirom na to da se parametar izabranog čvora ne menja i ne doprinosi konvergenciji ka konsenzusu.



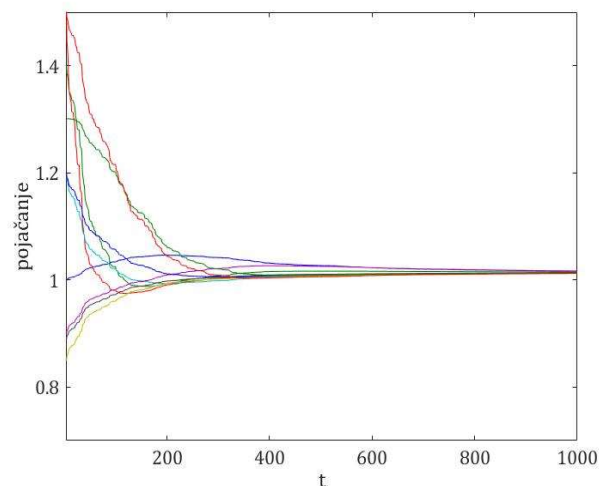
Slika 4.5: Ocena pojačanja, mreža G_2 , pojačanje algoritma $\delta = 0.01$



Slika 4.6: Ocena pojačanja, mreža G_2 , pojačanje algoritma $\delta = 0.001$



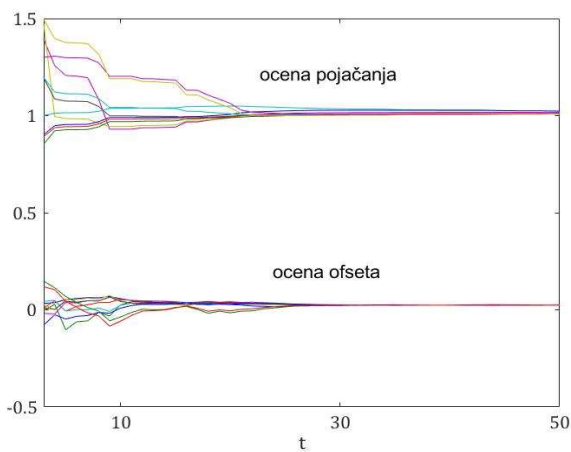
Slika 4.7: Ocena pojačanja, mreža G_2 , sa referentnim čvorom



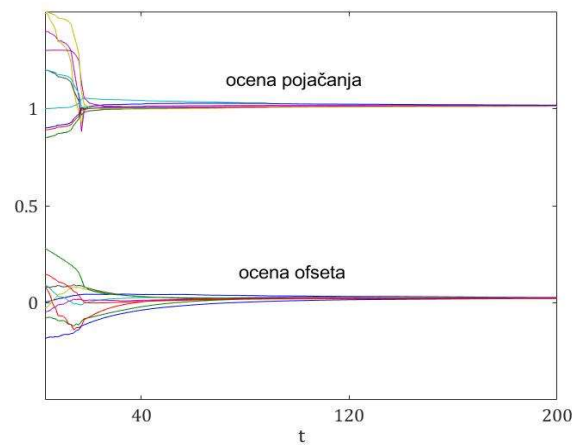
Slika 4.8: Ocena pojačanja, mreža G_3 , sa referentnim čvorom

Simultano ocenjivanje ofseta i pojačanja

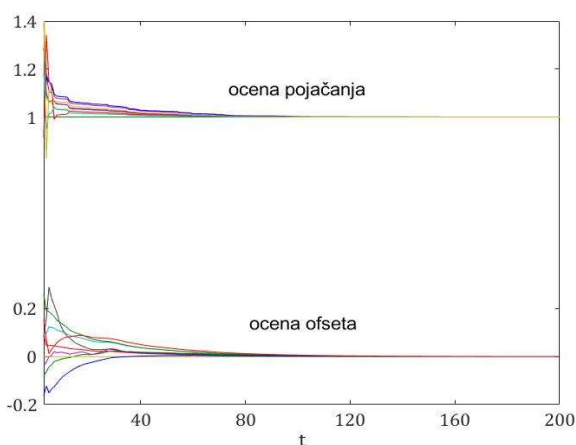
Slike 4.9 – 4.12 dobijene su na mrežama sa deset čvorova G_2 i G_3 . Na slici 4.9 i slici 4.10 korišćena je mreža G_3 uz veličinu koraka u delu za kalibraciono pojačanje 0.01 i 0.001; međutim, u drugom slučaju povećana je dva puta vrednost merenog signala. Slika 4.10 odgovara situaciji u kojoj je deset puta smanjena veličina koraka koja odgovara ofsetu. Sledi da se kombinacijom veličine koraka u algoritmu i veličine merenog signala mogu postići željene performanse algoritma. Na slici 4.11 i slici 4.12 fiksirane su vrednosti parametara prvog čvora na $(1, 0)$; međutim, slika 4.11 odgovara mreži G_2 , a slika 4.12 mreži G_3 . Očigledno je da je algoritam efikasan u postizanju željene reference.



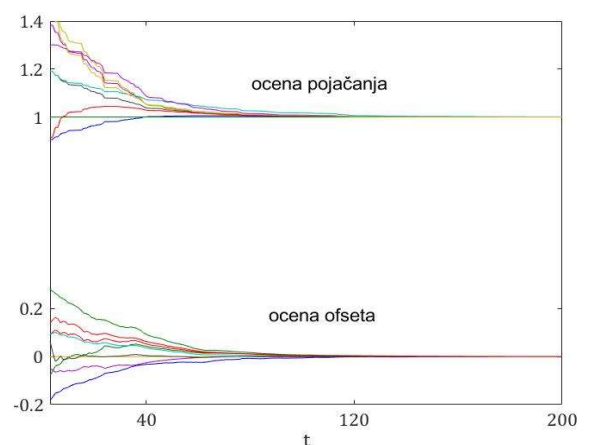
Slika 4.9: Simultano ocenjivanje, mreža G_3 , pojačanje algoritma $\delta = 0.01$



Slika 4.10: Simultano ocenjivanje, mreža G_3 , pojačanje algoritma $\delta = 0.001$



Slika 4.11: Simultano ocenjivanje, mreža G_2 , sa referentnim čvorom



Slika 4.12: Simultano ocenjivanje, mreža G_3 , sa referentnim čvorom

5 KALIBRACIJA U PRISUSTVU POREMEĆAJA - SINHRONE KOMUNIKACIJE

U ovom poglavlju ćemo razmatrati osnovne principe primene algoritama prikazanih u Poglavlju 4, okarakterisanih sinhronim merenjima i komunikacijama, u uslovima slučajne okoline. Posvetićemo pažnju sledećim dvema vrstama poremećaja:

- 1) komunikacioni šum;
- 2) merni šum;

Uticao ovih poremećaja ćemo razmatrati odvojeno, u cilju jasnijeg uvida u formalne aspekte njihovog uticaja na rezultate algoritama kalibracije, imajući u vidu aditivnost njihovog efekta.

Razmatranja će u ovom poglavlju najpre biti posvećena kalibraciji ofseta ili pojačanja uzetih odvojeno, kako bi se na početku jasnije sagledali osnovni fenomeni, definisala bazična metodologija i ukazalo na ključne probleme u opštem slučaju. Pažnja je u drugom delu poklonjena simultanom podešavanju ofseta i pojačanja. Teoreme o konvergenciji za ovaj slučaj predstavljaju osnovni teorijski doprinos ovog poglavlja ključ razumevanja poglavlja koja slede. Na originalan način biće definisana brzina konvergencije ocena pojačanja ka konsenzusu, da bi iz ovog opšteg rezultata bila dokazana i konvergencija korigovanih ofseta u slučaju prisustva kako komunikacionog, tako i mernog šuma. Pažnja je potom poklonjena slučaju kalibracije sa datom referencom. Rezultati simulacija daju ilustraciju osnovnih teorijski razmatranih osobina.

5.1 Komunikacioni šum

(5.A) Signal $\hat{z}_j(t)$ (ili $\Delta\hat{z}_j(t)$) poslat od strane j -tog čvora primljen je u i -tom čvoru zajedno sa aditivnom komponentom $\xi_{ij}(t)$, gde su $\{\xi_{ij}(t)\}$ slučajni nizovi nezavisnih i identično raspedeljenih slučajnih promenljivih, koje zadovoljavaju uslove $E\{\xi_{ij}(t)\} = 0$ i $E\{\xi(t)^2\} = (\sigma_{ij}^\xi)^2 < \infty$; procesi $\{\xi_{ij}(t)\}$ su nezavisni od procesa $\{x(t)\}$.

(5.B) $\delta_i(t) = \delta(t) > 0$; $\sum_{t=0}^{\infty} \delta(t) = \infty$
 $\sum_{t=0}^{\infty} \delta(t)^2 < \infty$; $i = 1, \dots, n$.

Uslov (5.B) koji određuje veličinu koraka u algoritmu potreban je za konvergenciju u prisustvu poremećaja. Tipičan je za algoritme stohastičke aproksimacije, i omogućava asimptotsko eliminisanje uticaja šuma na bazi usrednjavanja na dovoljno dugom intervalu.

5.1.1 Ocenjivanje ofseta

Na osnovu relacije (4.7), kao i pretpostavki (5.A) i (5.B), sledi globalni model sistema

$$\hat{\mathbf{f}}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta(t)\mathbf{\Gamma})\hat{\mathbf{f}}(t) + \delta(t)\mathbf{v}(t), \quad (5.1)$$

gde je $\mathbf{v}(t) = [v_1(t), \dots, v_n(t)]^T$, dok je $v_i(t) = \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \xi_{ij}(t)$.

Teorema 5.1

Neka su ispunjeni uslovi (4.B), (4.C), (5.A) i (5.B). Tada ocena $\hat{\mathbf{f}}(t)$ generisana jednačinom (5.1) teži u sks i sv1 ka slučajnom vektoru $w_1 \mathbf{1}$, gde je w_1 slučajna promenljiva ($E\{w_1^2\} < \infty$).

Dokaz:

Slično dokazu Teoreme 4.1, uvodi se transformisana promenljiva $\tilde{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{f}}(t)$, pa prema relacijama (4.12) i (4.13) dobijamo

$$\tilde{\mathbf{f}}(t+1)^{[1]} = \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]} + \delta(t)\mathbf{v}'(t), \quad (5.2)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}(t+1)^{[2]} = (\mathbf{I} + \delta(t)\mathbf{\Gamma}^*)\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]} + \delta(t)\mathbf{v}''(t), \quad (5.3)$$

gde su $\mathbf{v}'(t)$ i $\mathbf{v}''(t)$ slučajni članovi, definisani izrazima $\mathbf{v}'(t) = \boldsymbol{\pi}\mathbf{v}(t)$ i $\mathbf{v}''(t) = \mathbf{S}'\mathbf{v}(t)$, u kojima je matrica \mathbf{S}' blok matrica u reprezentaciji $\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi} \\ \mathbf{S}' \end{bmatrix}$ ($\dim \mathbf{S}' = (n-1) \times n$).

Prema Lemi 4.2, $\mathbf{\Gamma}^*$ je Hurvicova matrica, te postoji jedinstveno simetrično pozitivno definitno rešenje \mathbf{P}^* algebarske jednačine Ljapunova $\mathbf{P}^*\mathbf{\Gamma}^* + \mathbf{\Gamma}^{*T}\mathbf{P}^* = -\mathbf{Q}^*$, gde je \mathbf{Q}^* simetrična pozitivno definitna matrica. Definišimo stohastičke funkcije Ljapunova $s(t) = E\{\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]2}\}$ i $v(t) = E\{\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]T}\mathbf{P}^*\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]}\}$. Imajući u vidu da je $E\{\mathbf{v}'(t)^2\} < \infty$, direktno iz (5.2) i (5.3) dobija se

$$s(t+1) \leq s(t) + C_1\delta(t)^2(1+s(t)), \quad (5.4)$$

gde je $C_1 > 0$, i

$$v(t+1) \leq E \left\{ \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]T} (\mathbf{I} + \delta(t)\mathbf{B}^{*T}) \mathbf{P}^* (\mathbf{I} + \delta(t)\mathbf{B}^*) \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]} \right\} + \delta(t)^2 E \{ \|\mathbf{v}''(t)\|^2 \}. \quad (5.5)$$

S obzirom da su promenljive $\xi_{ij}(t)$ nezavisne od $\mathbf{f}(t)$, imajući u vidu da je, po pretpostavci $E\{\|\mathbf{v}''(t)\|^2\} < \infty$, sledi

$$v(t+1) \leq (1 - \delta(t)\lambda_{\min}(\mathbf{Q}^*))v(t) + C_2\delta(t)^2, \quad (5.6)$$

(videti dokaze Teorema 4.1 i 4.2), gde je $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}^*) > 0$.

Na bazi direktne primene metodologije prikazane u [61], dobija se da je $s(t) < \infty$, kao i da je $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 0$ u sks i sv1. Prema Teoremi 1 u [61], sledi da $\tilde{\mathbf{f}}(t)$ teži u istom smislu ka vektoru $[f_\infty^{[1]} \quad 0]^T$, gde je $f_\infty^{[1]}$ slučajna promenljiva ($E\{f_\infty^{[1]2}\} < \infty$). Koristeći dokaz Teoreme 11 u [61], dobije se da $\mathbf{f}(t)$ teži ka $f_\infty^{[1]}\mathbf{1}$ u sks i sv1. \square

5.1.2 Ocenjivanje pojačanja

Na bazi pretpostavke (5.A), u relaciji (4.22) član $\varepsilon_{ij}^\Delta(t)$ ima formu $\varepsilon_{ij}^\Delta(t) = \Delta\hat{z}_j(t) + \varepsilon_{ij}(t) - \Delta\hat{z}_i(t)$, odnosno (4.23) postaje

$$\hat{g}_i(t+1) = \hat{g}_i(t) + \delta(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t)) \alpha_i^2 \Delta x(t)^2 + \alpha_i^2 \Delta x(t)^2 \delta(t) v_i(t), \quad (5.7)$$

gde je član $v_i(t)$ definisan u (5.1). Konvergencija rezultujućeg algoritma na globalnom nivou datog sledećom relacijom

$$\hat{\mathbf{g}}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta(t)\Delta x(t)^2 \boldsymbol{\alpha}^2 \boldsymbol{\Gamma}) \hat{\mathbf{g}}(t) + \delta(t)\Delta x(t)^2 \boldsymbol{\alpha}^2 \mathbf{v}(t), \quad (5.8)$$

može se analizirati slično kao u Teoremi 5.1.

Teorema 5.2

Neka su ispunjeni uslovi (4.B), (4.C), (5.A) i (5.B). Tada ocena $\hat{\mathbf{g}}(t)$ generisano relacijom (5.8) teži u sks i sv1 slučajnom vektoru $w_2\mathbf{1}$, gde je w_2 slučajna promenljiva ($E\{w_2^2\} < \infty$).

Dokaz:

Primenićemo transformaciju \mathbf{T}_1 (kao u Teoremi 4.2), kada dobijamo

$$\tilde{\mathbf{g}}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta(t)\Delta x(t)^2 \mathbf{T}_1^{-1} \boldsymbol{\alpha}^2 \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{T}_1) \tilde{\mathbf{g}}(t) + \delta(t)\Delta x(t)^2 \mathbf{T}_1^{-1} \boldsymbol{\alpha}^2 \mathbf{v}(t), \quad (5.9)$$

gde je $\tilde{\mathbf{g}}(t) = \mathbf{T}_1^{-1} \hat{\mathbf{g}}(t)$. Odavde sledi da je

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{g}}(t+1)^{[1]} &= \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[1]} + \delta(t) \mathbf{v}'_{\alpha}(t) \\ \tilde{\mathbf{g}}(t+1)^{[2]} &= (\mathbf{I} + \delta(t) \boldsymbol{\Gamma}_{\alpha}^* \Delta x(t)^2) \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} + \delta(t) \mathbf{v}''_{\alpha}(t), \end{aligned} \quad (5.10)$$

gde su $\mathbf{v}'_{\alpha}(t)$ i $\mathbf{v}''_{\alpha}(t)$ vektorske slučajne promenljive dobijene na način analogan onome primenjenom prilikom izvođenja relacija (5.2) i (5.3), uz korišćenje matrice transformacije \mathbf{T}_1 umesto \mathbf{T} .

Imajući u vidu da je matrica $\boldsymbol{\Gamma}_{\alpha}^*$ Hurvicova, može se nadalje direktno primeniti procedura dokaza Teoreme 4.2. Naime, ako se definišu funkcije Ljapunova $s_{\alpha}(t) = E \{ \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[1]2} \}$ i $v_{\alpha}(t) = E \{ \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]T} \mathbf{P}_{\alpha}^* \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} \}$, dolazi se do relacija

$$\begin{aligned} s_{\alpha}(t+1) &\leq s_{\alpha}(t) + C_3 \delta(t)^2 (1 + s_{\alpha}(t)) \\ v_{\alpha}(t+1) &\leq (1 - \delta(t) \lambda_{\min}(\mathbf{Q}_{\alpha}^*)) v_{\alpha}(t) + C_4 \delta(t)^2, \end{aligned} \quad (5.11)$$

gde su konstante generičke (kao u(5.4)). Ovde može da se primeni opšta Teorema 11 iz [61], odakle direktno sledi navedeni zaključak. \square

5.2 Merni šum

U ovom odeljku će biti razmatrana situacija u kojoj senzori mere nepoznati signal $x(t)$ u prisustvu aditivnog mernog šuma, i koja je veoma važna za praksu, imajući u vidu da merni šum većeg ili manjeg intenziteta uvek postoji. Formalno, pretpostavićemo da je izlaz senzora dat izrazom

$$y_i(t) = \alpha_i x(t) + \beta_i + \zeta_i(t), \quad (5.12)$$

gde je $\zeta_i(t)$ merni šum. Usvojićemo sledeću pretpostavku:

(5.C) Nizovi $\{\zeta_i(t)\}$ su međusobno nezavisni slučajni nizovi, nezavisni od $x(t)$ i od komunikacionog šuma, sačinjeni od nezavisnih jednako raspodeljenih slučajnih veličina, pri čemu je $E\{\zeta_i(t)\} = 0$ i $E\{\zeta_i(t)^2\} = \sigma_{\zeta}^2 < \infty$.

5.2.1 Ocenjivanje ofseta

Algoritam za ocenjivanje ofseta dat je i dalje relacijom (4.6), u kojoj treba uvrstiti $y_i^n(t)$ umesto $y_i(t)$, odnosno, u konkretnom slučaju, $y_i^n(t) = x(t) + \zeta_i(t) + \beta_i$, tako da relacija (4.6) sada postaje

$$\hat{f}_i(t+1) = \hat{f}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{f}_j(t) - \hat{f}_i(t)) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\zeta_j(t) - \zeta_i(t)). \quad (5.13)$$

Očigledno je da je ukupni šum, definisan poslednjim članom u izrazu, beli šum nulte srednje vrednosti i konačne varijanse, tako da se odatle proizlazi mogućnost direktne primene rezultata iz odeljka 5.1, pa dobijamo da je

$$\hat{\mathbf{f}}(t+1) = [\mathbf{I} + \delta(t)\Gamma]\hat{\mathbf{f}}(t) + \delta(t)\boldsymbol{\mu}(t), \quad (5.14)$$

gde je $\boldsymbol{\mu}(t) = [\mu_1(t) \ \dots \ \mu_n(t)]^T$, pri čemu je $\mu_i(t) = \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\zeta_j(t) - \zeta_i(t))$. Ova relacija je ekvivalentna relaciji (5.1), tako da se može formulirati sledeća teorema:

Teorema 5.3

Neka su ispunjeni uslovi (4.B), (4.C), (5.B) i (5.C). Tada $\hat{\mathbf{f}}(t)$ generisano jednačinom (5.14) teži u sks i sv1 slučajnom vektoru $w_3 \mathbf{1}$, gde je w_3 slučajna promenljiva ($E\{w_3^2\} < \infty$).

Dokaz je u potpunosti zasnovan na dokazu Teoreme 5.1. \square

5.2.2 Ocenjivanje pojačanja

U slučaju da važi relacija (5.12), dobija se

$$\Delta y_i^n(t) = y_i^n(t+1) - y_i^n(t) = \alpha_i \Delta x(t) + \zeta_i(t+1) - \zeta_i(t). \quad (5.15)$$

Priraštaj mernog šuma $\Delta \zeta_i(t) = \zeta_i(t+1) - \zeta_i(t)$ je nulte srednje vrednosti i varijanse $2\sigma_\zeta^2$, ali striktno ne predstavlja sekvencu belog šuma. Sada imamo

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^\Delta(t) &= \hat{a}_j(t) \Delta y_j^n(t) - \hat{a}_i(t) \Delta y_i^n(t) \\ &= \hat{a}_j(t) \Delta y_j(t) - \hat{a}_i(t) \Delta y_i(t) + \hat{a}_j(t) \Delta \zeta_j(t) - \hat{a}_i(t) \Delta \zeta_i(t), \end{aligned} \quad (5.16)$$

pri čemu je $\Delta y_i(t)$ u (4.22) zamenjeno promenljivom $\Delta y_j^n(t)$. Modifikovana relacija za $\hat{g}_i(t)$ postaje:

$$\begin{aligned}
\hat{g}_i(t+1) &= \hat{g}_i(t) + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \left(\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t) \right) \alpha_i^2 \Delta x(t)^2 \\
&+ \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \left(\hat{a}_j(t) \Delta \zeta_j(t) - \hat{a}_i(t) \Delta \zeta_i(t) \right) \left(\alpha_i \Delta x(t) + \Delta \zeta_i(t) \right) \quad (5.17) \\
&+ \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \left(\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t) \right) \Delta x(t) \Delta \zeta_i(t).
\end{aligned}$$

Relacija (5.17) ima fundamentalan značaj za razumevanje ponašanja predloženog algoritma kalibracije u slučaju mernog šuma. Jasno se uočava deo desne strane koji je identičan determinističkom algoritmu (4.23). Ukupni šum sada ima dva člana, od kojih je prvi nulte srednje vrednosti, a drugi u opštem slučaju nenulte srednje vrednosti, imajući u vidu da se pojavljuje član koji sadrži $E\{\hat{a}_i(t)\Delta\zeta_i(t)^2\} \neq 0$. Iz ovih konstatacija sledi da zaključci izvedeni za slučaj komunikacionog šuma u odeljku 5.1 ne mogu direktno da se primene u slučaju mernog šuma. Sličan fenomen se sreće u algoritmima ocenjivanja parametara izvedenim iz greške jednačine u slučaju postojanja mernog šuma u kontekstu problema identifikacije sistema. U okviru algoritama identifikacije, ova korelisanost dovodi do pomerenih ocena parametara. U slučaju predloženog algoritma kalibracije, efekat je međutim, daleko uočljiviji: algoritam gubi željena svojstva u pogledu postizanja konsenzusa, tako da postaje praktično neprimenljiv za potrebe kalibracije (s obzirom na to da ocene ne konvergiraju bilo kakvoj fiksnoj ne-nultoj vrednosti).

Ideja o tome kako da se ovaj problem prevaziđe može da se zasnje na korišćenju instrumentalnih promenljivih. Metode zasnovane na instrumentalnim promenljivim su veoma popularne i veoma uspešne u oblasti identifikacije procesa [62], [63]. Kvalitativno i idealizovano gledano, instrumentalne promenljive imaju osobinu da su korelisane sa korisnim signalom, a nekorelisane sa slučajnim poremećajem (što je kod algoritma identifikacije dovoljno za otklanjanja pomeraja ocena). U slučaju algoritma (5.17) to znači da bi instrumentalna promenljiva trebalo da bude korelisana sa $x(t)$, a nekorelisana sa $\Delta\zeta_i(t)$. Za razliku od algoritma identifikacije (gde se koristi tekući model procesa), pogodan izbor instrumentalne promenljive za predloženi algoritam kalibracije u ovom smislu je jednostavniji i predstavlja unazad pomereni uzorak izmerenog, zašumljenog signala za bar dva koraka. Naime, ako je $Z_i(t)$ instrumentalna promenljiva i -tog čvora u trenutku t , to znači da je $Z_i(t) = \Delta y_i^n(t - \tau)$ gde je $\tau \geq 2$, imajući u vidu da je $\Delta y_i^n(t - \tau) = \alpha_i \Delta x(t - \tau) + \Delta \zeta_i(t - \tau)$ i da je, očigledno, $\Delta \zeta_i(t - \tau)$ je nekorelisano sa $\Delta \zeta_i(t)$, $\tau \geq 2$; ova činjenica uz pretpostavku da je

$\Delta x(t - \tau)$ korelisano sa $\Delta x(t)$, verifikuje opšti stav o osobinama instrumentalnih promenljivih. Odavde sledi i konstrukcija novog predloženog algoritma ocenjivanja pojačanja, koji ima formu

$$\hat{a}_i(t + 1) = \hat{a}_i(t) + \delta(t) \sum_j \gamma_{ij} \varepsilon_{ij}^\Delta(t) Z_i(t), \quad (5.18)$$

gde je $Z_i(t) = \Delta y_i^n(t - \tau)$, $\tau \geq 2$, instrumentalna promenljiva; relacija (5.18) u stvari generiše τ isprepletanih rekurzija na globalnom nivou, za koje će biti pokazano da pod veoma opštim uslovima konvergiraju ka konsenzusu.

Modifikovana rekurzija za $\hat{g}(t)$ postaje sada

$$\hat{g}_i(t + \tau) = \hat{g}_i(t) + \delta(t) \sum_j \gamma_{ij} (\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t)) \Delta x(t) \Delta x(t - \tau) \alpha_i^2 + m_i(t), \quad (5.19)$$

gde je $m_i(t) = \delta(t) \sum_j \gamma_{ij} (\hat{a}_j(t) \Delta \zeta_j(t) - \hat{a}_i(t) \Delta \zeta_i(t)) (\alpha_i \Delta x(t - \tau) + \Delta \zeta_i(t - \tau)) + \delta(t) \sum_j \gamma_{ij} (\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t)) \Delta x(t) \Delta \zeta_i(t - \tau)$. Kompaktna forma algoritma (5.19) na nivou mreže data je izrazom

$$\hat{\mathbf{g}}(t + \tau) = (\mathbf{I} + \delta(t) \Delta x(t) \Delta x(t - \tau) \boldsymbol{\alpha}^2 \boldsymbol{\Gamma}) \hat{\mathbf{g}}(t) + \delta(t) \mathbf{M}(t), \quad (5.20)$$

gde je $\mathbf{M}(t) = [m_1(t), \dots, m_n(t)]^T$.

Teorema 5.4

Neka su ispunjeni uslovi (4.B), (4.C), (5.B) i (5.C), uz pretpostavku

$$(5.D) \quad E\{\Delta x(t) \Delta x(t + \tau) | F_t\} \geq \sigma_c^{\tau^2} > 0, \quad \text{za neko } \tau \geq 2.$$

Tada algoritam (5.19) konvergira ka konsenzusu u sks i svl tako što $\hat{\mathbf{g}}(t)$ teži slučajnom vektoru $w_4 \mathbf{1}$, gde je w_4 skalarna slučajna promenljiva ($E\{w_4^2\} < \infty$).

Primetimo da uslov (5.D) nije restriktivan za praksu, posebno u slučaju signala čije su promene sporije od promena signala mernog šuma, što je logično pretpostaviti.

Dokaz:

Dokaz u potpunosti prati već izloženu metodologiju analize rekurzivnih šema primenjenu u prethodnim analizama. Naime, iz Teoreme 5.3 sledi da primena transformacije \mathbf{T}_1 dovodi do

$$\tilde{\mathbf{g}}(t + \tau) = (\mathbf{I} + \delta(t)\Delta x(t)\Delta x(t - \tau)\alpha^2\mathbf{T}_1^{-1}\Gamma\mathbf{T}_1)\tilde{\mathbf{g}}(t) + \delta(t)\mathbf{T}_1^{-1}\mathbf{M}(t), \quad (5.21)$$

odnosno

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{g}}(t + \tau)^{[1]} &= \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[1]} + \delta(t)\mathbf{M}(t)^{[1]} \\ \tilde{\mathbf{g}}(t + \tau)^{[2]} &= (\mathbf{I} + \delta(t)\Delta x(t)\Delta x(t - \tau)\Gamma_\alpha^*)\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} + \delta(t)\mathbf{M}(t)^{[2]}, \end{aligned} \quad (5.22)$$

gde su $\mathbf{M}(t)^{[1]}$ i $\mathbf{M}(t)^{[2]}$ slučajni nizovi nulte srednje vrednosti definisani na već pokazani način posle primene transformacije, koji, takođe, zadovoljavaju uslove $E\{\mathbf{M}(t)^{[1]}|F_t\} = 0$ i $E\{\mathbf{M}(t)^{[2]}|F_t\} = 0$. Zaključci Teoreme 5.3 se mogu direktno primeniti uz (5.D), odakle sledi tvrdnja Teoreme 5.4.□

5.3 Simultano ocenjivanje pojačanja i ofseta

U ovom odeljku ćemo razmotriti opšti problem konvergencije predloženog algoritma kalibracije u slučaju simultanog ocenjivanja parametara ofseta i pojačanja. Biće ukazano na opšte principe i bazične metodološke probleme analize algoritama u ovom slučaju pri postojanju komunikacionog i mernog šuma i na potrebu za ocenjivanjem brzine konvergencije algoritma za ocenjivanje pojačanja. U okviru odeljka 5.4.1. biće data opšta teorema izvedena na bazi rezultata teorije stohastičke aproksimacije [60], koja predstavlja bazu za primenu na predloženi algoritam kalibracije. Rigorozan dokaz konvergencije odgovarajućih algoritma u sks i sv1 biće dat na bazi dodatnog skupa pretpostavki. Biće dokazana, takođe, primenljivost algoritma na slučaj postojanja referentnog senzora.

5.3.1 Komunikacioni šum

Rezultati odeljaka 5.1.1. i 5.1.2. ukazuju na to da je moguće, u skladu sa metodologijom primenjenom u odeljku 4.3, primeniti prihvaćenu konstrukciju simultanog ocenjivanja ofseta i pojačanja i u slučaju postojanja komunikacionog šuma, pod dodatnim uslovom da se veličina koraka bira prema principima stohastičke aproksimacije. Sam algoritam je koncepciono identičan onom primenjenom u odeljku 4.3. Treba uzeti u obzir samo da je $\varepsilon_{ij}^o(t) = \hat{z}_j(t) + \xi_{ij}^o(t) - \hat{z}_i(t)$, gde niz $\{\xi_{ij}^o(t)\}$ zadovoljava uslov (5.A), a $\varepsilon_{ij}^g(t) = \Delta\hat{z}_j(t) + \xi_{ij}^g(t) - \Delta\hat{z}_i(t)$, gde niz $\{\xi_{ij}^g(t)\}$ zadovoljava iste uslove. Postupajući kao u okviru odeljka 4.3. dobijamo da je $\hat{g}_i(t)$ dato relacijom (5.7), dok je $\hat{f}_i(t)$ dato izrazom

$$\begin{aligned}
& \hat{f}_i(t+1) = \hat{f}_i(t) \\
& + \delta_i(t)[\alpha_i\beta_i\Delta x(t)^2 + x(t)] \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t)) \\
& + \delta_i(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} (\hat{f}_j(t) - \hat{f}_i(t)) + \beta_i\delta(t)\alpha_i^2\Delta x(t)^2 \sum_{j, j \neq i} \gamma_{ij} \xi_{ij}^g(t) \\
& + \delta_i(t) \sum_{j, j \neq i} \gamma_{ij} \xi_{ij}^o(t).
\end{aligned} \tag{5.23}$$

Označimo

$$\mathbf{v}_i^c(t) = \beta_i\delta_i(t)\alpha_i^2\Delta x(t)^2 \sum_{j, j \neq i} \gamma_{ij} \xi_{ij}^g(t) + \delta_i(t) \sum_{j, j \neq i} \gamma_{ij} \xi_{ij}^o(t), \tag{5.24}$$

i primetimo da su slučajne promenljive $\xi_{ij}^g(t)$ i $\xi_{ij}^o(t)$ nezavisne. Na osnovu ovog zaključka dolazi se do relacija

$$\hat{\mathbf{g}}(t+1) = [\mathbf{I} + \delta(t)\boldsymbol{\alpha}^2\Delta x(t)^2\boldsymbol{\Gamma}]\hat{\mathbf{g}}(t) + \delta(t)\boldsymbol{\alpha}^2\Delta x(t)^2\mathbf{v}(t) \tag{5.25}$$

$$\hat{\mathbf{f}}(t+1) = [\mathbf{I} + \delta(t)\boldsymbol{\Gamma}]\hat{\mathbf{f}}(t) + \delta(t)[\mathbf{N}^c(t)\boldsymbol{\Gamma}\hat{\mathbf{g}}(t) + \mathbf{v}^c(t)],$$

gde su $\mathbf{v}^c(t) = [\mathbf{v}_1^c(t) \ \dots \ \mathbf{v}_n^c(t)]^T$ i $\mathbf{N}^c(t) = \text{diag}\{\alpha_1\beta_1\Delta x(t)^2 + x(t), \dots, \alpha_n\beta_n\Delta x(t)^2 + x(t)\}$, prema (5.23) i (5.24). Uvid u konvergenciju algoritma (5.25) ka konsenzusu se može dobiti primenom odgovarajućih transformacija na vektore $\hat{\mathbf{g}}(\cdot)$ i $\hat{\mathbf{f}}(\cdot)$ (analogno postupku u prethodnim odeljcima). Primena transformacije \mathbf{T}_1 na $\hat{\mathbf{g}}(t)$ dovodi do već navedene relacije (5.10). Primena transformacije \mathbf{T} na relaciju za $\hat{\mathbf{f}}(t)$ u (5.25) dovodi pak, do izraza

$$\tilde{\mathbf{f}}(t+1)^{[1]} = \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]} + \delta(t)[\mathbf{N}_\Gamma(t)^{[1]}\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} + \mathbf{v}^c(t)^{[1]}] \tag{5.26}$$

$$\tilde{\mathbf{f}}(t+1)^{[2]} = (\mathbf{I} + \delta(t)\boldsymbol{\Gamma}^*)\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]} + \delta(t)[\mathbf{N}_\Gamma(t)^{[2]}\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} + \mathbf{v}^c(t)^{[2]}],$$

gde su $\mathbf{v}^c(t)^{[1]}$ i $\mathbf{v}^c(t)^{[2]}$ članovi dobijeni iz izraza $\mathbf{T}^{-1}\boldsymbol{\xi}^e(t)$ (prema prethodnom odeljku).

U determinističkom slučaju, u okviru dokaza Teoreme 4.3, korišćena je važna činjenica da je brzina konvergencije algoritma za ocenjivanje pojačanja eksponencijalna. Na osnovu toga je tada dokazano da algoritam za ocenjivanje ofseta teži konsenzusu i pored postojanja člana $\hat{\mathbf{g}}(t)$ u izrazu za $\hat{\mathbf{f}}(t)$. Jasno je da u slučaju algoritma (5.26), treba, međutim, primetiti da $\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}$ teži nuli, ali ne po eksponencijalnom zakonu, s obzirom na prirodu opadajuće veličine koraka algoritma, kao i da $\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}$ utiče kako na $\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]}$ tako i na $\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]}$. Stoga će u daljem tekstu biti

dat opšti pristup analizi brzine konvergencije algoritama stohastičke aproksimacije, odakle će biti izvedeni relevantni zaključci o predloženim algoritmima kalibracije u slučaju postojanja kako komunikacionog, tako i mernog šuma.

Teorema 5.5

Neka je data nejednakost

$$V(t+1) \leq (1 - \delta(t)A)V(t) + \delta(t)^2 B, \quad (5.27)$$

gde je $V(t) \geq 0$, $A > 0$, $B > 0$, dok $\delta(t)$ zadovoljava uslove (5.B) uz

$$\frac{\delta(t) - \delta(t+1)}{\delta(t)\delta(t+1)} \xrightarrow{t \rightarrow 0} \varepsilon > 0. \quad (5.28)$$

Tada je $V(t) = o(\delta(t)^{2d})$ gde je $d < \max(A/2\varepsilon, 1)$.

Dokaz:

Iz (5.27) sledi

$$\frac{V(t+1)}{\delta(t+1)^{2d}} \leq \left(\frac{\delta(t)}{\delta(t+1)} \right)^{2d} \left\{ [1 - \delta(t)A] \frac{V(t)}{\delta(t)^{2d}} + \delta(t)^{2(1-d)} B \right\}. \quad (5.29)$$

Kako je

$$\left(\frac{\delta(t)}{\delta(t+1)} \right)^{2d} = 1 + 2d \frac{\delta(t) - \delta(t+1)}{\delta(t+1)} + O\left(\left(\frac{\delta(t) - \delta(t+1)}{\delta(t+1)} \right)^2 \right), \quad (5.30)$$

dobija se, posle zanemarivanja dovoljno malih članova, da je za dovoljno veliko t

$$W(t+1) \leq [1 - \delta(t)(A - 2d\varepsilon)]W(t) + \delta(t)^{2(1-d)} B, \quad (5.31)$$

gde je $W(t) = V(t)/\delta(t)^{2d}$. Relacija (5.27) implicira da $W(t)$ teži nuli, odakle sledi rezultat teoreme. \square

Smisao prethodne teoreme postaje jasniji u slučaju kada je $\delta(t) = 1/t^\alpha$, $\alpha \in (0.5, 1]$ što je najčešći slučaj u praksi. Za konvergenciju $W(t)$ tada su dovoljni uslovi $A - 2d\varepsilon > 0$ i

$\frac{1}{t^{2\alpha(1-d)}} < \infty$, što znači da je $2\alpha(1-d) > 1$, odnosno $d < 1 - \frac{1}{2\alpha}$. Za $\alpha = 1$ (što je maksimalna vrednost), dobija se $d < 0.5$; uz odgovarajuću brzinu konvergencije, koja se smanjuje kada α opada do 0.5; za $\alpha = 0.5$ konvergencija se ne može garantovati.

Primena Teoreme 5.5 na razmatrani problem zasniva se na činjenici da (5.27) ima formu identičnu relaciji (5.6). To, pak, znači da prema Teoremi 5.2. proizilazi da je

$$\| \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} \| = o(\delta(t)^d), \quad (5.32)$$

u sks i sv1, što za slučaj $\delta(t) = 1/t^\alpha$ daje $\| \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} \| = o(1/t^{\alpha d})$. Pritom treba imati u vidu da je ocenjivanje pojačanja nezavisno od ocenjivanja ofseta i u slučaju razmatranom u ovom poglavlju.

Primena ovog zaključka na (5.26) je direktna. Za prvu relaciju u (5.26) imamo

$$\| \delta(t) \mathbf{N}_F^c(t)^{[1]} \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} \| \leq a \delta(t) o(\delta(t)^d); \quad (a > 0) \quad (5.33)$$

odnosno, u slučaju $\delta(t) = 1/t^\alpha$, data nejednakost daje $a/t^{\alpha(1+d)}$. Pogodnim izborom parametara α i d može se postići da je $\sum \frac{1}{t^{\alpha(1+d)}} < \infty$ (tada je $\alpha(1+d) > 1$). Posledica ovog uslova je da je $\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]}$ ograničena slučajna promenljiva, čime je omogućena (kao i ranije) konvergencija ka konsenzusu. Ne treba pritom gubiti iz vida da se u svim analizama konvergencije algoritama kalibracije u ovoj disertaciji radi o dovoljnim uslovima koji su, u opštem slučaju stroži od realnih ograničenja.

U drugoj relaciji u okviru (5.26) imamo direktno da je

$$\| \delta(t) \mathbf{N}_F^c(t)^{[2]} \tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} \| \leq o(\delta(t)). \quad (5.34)$$

Nezavisno od konkretnog izbora parametra d , ovaj uslov omogućava postizanje konvergencije $\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}$ ka nuli u sks i sv1.

Navedene konstatacije se mogu sažeto formulisati na sledeći način:

Teorema 5.6

Neka su ispunjeni uslovi (4.B), (4.C), (5.B), (5.C), kao i uslov $\sum \delta(t)^{(1+d)} < \infty$. Tada $\hat{f}(t)$ generisano jednačinom (5.25) teži slučajnom vektoru $\mathbf{1}w^c$, gde je w^c slučajna promenljiva konačne varijanse.

Dokaz:

Potrebno je, s obzirom na linearnost modela, direktno razmotriti uticaj veličine $\tilde{g}(t)^{[2]}$ na prvu relaciju u (5.26) (analiza uticaja stohastičkog člana koji zavisi od komunikacionog šuma se može sprovesti na način dat u okviru Teoreme 5.1). Jasno je, na bazi direktnog uvida, da uslov $\sum \delta(t)^{(1+d)} < \infty$ obezbeđuje da $\tilde{f}(t)^{[1]}$ teži slučajnoj veličini ograničene varijanse. Kada se radi drugoj relaciji u (5.26), može da se primeni opšti rezultat iz [68] i izvede zaključak da $\tilde{f}(t)^{[2]}$ teži nuli u sks i sv1. Ova dva zaključka impliciraju rezultat. \square

5.3.2 Merni šum

Odeljak posvećen slučaju mernog šuma je u potpunosti analogan odeljku 5.3.1. Naime, rezultati odeljka 5.2.1. i 5.2.2. ukazuju na mogućnost kombinovanja metoda instrumentalnih promenljivih predloženog u 5.2.2. sa metodom predloženom u odeljku 5.2.1. Uvođenje ocena generisanih ovim algoritmom u algoritam za ocenjivanje ofseta dovodi do algoritma

$$\begin{aligned}\hat{a}_i(t + \tau) &= \hat{a}_i(t) + \delta(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \varepsilon_{ij}^{\Delta}(t) Z_i(t) \\ \hat{b}_i(t + \tau) &= \hat{b}_i(t) + \delta(t) \sum_{j \in N_i} \gamma_{ij} \varepsilon_{ij}(t)\end{aligned}\tag{5.35}$$

gde je $\varepsilon_{ij}^{\Delta}(t)$ definisano u odeljku 5.2.2, a

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij}(t) &= \hat{a}_j(t) y_j^n(t) - \hat{a}_i(t) y_i^n(t) \\ &= \hat{a}_j(t) (\alpha_j x(t) + \zeta_j(t)) - \hat{a}_i(t) (\alpha_i x(t) + \zeta_i(t)) + \hat{a}_j(t) \beta_j \\ &\quad - \hat{a}_i(t) \beta_i + \hat{b}_j(t) - \hat{b}_i(t).\end{aligned}\tag{5.36}$$

Prva relacija u (5.35) je nezavisna od druge. Zaključci izvedeni u prethodnom odeljku mogu se primeniti na (5.35) (uz odgovarajuće tehničke modifikacije), pri čemu je važno konstatovati da je efekat stohastičkih članova zavisnih od mernog šuma kvalitativno identičan efektu

stohastičkih članova zavisnih od komunikacionog šuma u (5.26). To znači da i u slučaju mernog šuma važi osobina da je $\|\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]}\| = o(\delta(t)^d)$ za neko izabrano d .

Relacija koja definiše korigovani ofset dobija se iz (5.35) posle odgovarajućih zamena

$$\hat{\mathbf{f}}(t + \tau) = (\mathbf{I} + \delta(t)\mathbf{\Gamma})\hat{\mathbf{f}}(t) + \delta(t)[\mathbf{N}^m(t)\hat{\mathbf{g}}(t) + \mathbf{v}^m(t)], \quad (5.37)$$

gde su:

$$\mathbf{N}^m(t) = [x(t)\mathbf{I} + \Delta x(t)\Delta x(t - \tau)\mathbf{\alpha}\mathbf{\beta}]\mathbf{\Gamma}$$

$$\mathbf{v}^m(t) = \boldsymbol{\mu}(t) + \mathbf{m}(t)$$

$$\boldsymbol{\mu}(t) = [\mu_1(t) \cdots \mu_n(t)]^T$$

$$\mu_i(t) = \sum \gamma_{ij} (\hat{a}_j(t)\zeta_j(t) - \hat{a}_i(t)\zeta_i(t))$$

$$\mathbf{m}(t) = [m_1(t) \cdots m_n(t)]^T$$

$$m_i(t) = \beta_i \sum \gamma_{ij} \{ (\hat{a}_j(t)\zeta_j(t) - \hat{a}_i(t)\zeta_i(t)) [\alpha_i \Delta x(t - \tau) + \Delta \zeta_i(t - \tau)] + (\hat{g}_j(t) - \hat{g}_i(t)) \Delta x(t) \Delta \zeta_i(t - \tau) \}.$$

Odavde slede sledeće relacije

$$\tilde{\mathbf{f}}(t + \tau)^{[1]} = \tilde{\mathbf{f}}(t)^{[1]} + \delta(t)[\mathbf{N}_F^m(t)^{[1]}\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} + \mathbf{v}^m(t)^{[1]}] \quad (5.38)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}(t + \tau)^{[2]} = (\mathbf{I} + \delta(t)\mathbf{\Gamma}^*)\tilde{\mathbf{f}}(t)^{[2]} + \delta(t)[\mathbf{N}_F^m(t)^{[2]}\tilde{\mathbf{g}}(t)^{[2]} + \mathbf{v}^m(t)^{[2]}],$$

koje se izvode iz na način analogan izvođenju relacije (5.26) iz (5.25).

Iz (5.38) je očigledno da se i u slučaju mernog šuma može primeniti opšta Teorema 5.5 o brzini konvergencije na drugu rekurziju u (5.33). To, pak, znači da se zaključci Teoreme 5.6 mogu primeniti i na slučaj mernog šuma.

Teorema 5.7

Neka su ispunjeni uslovi (4.B), (4.C), (5.B), (5.C), kao i uslov $\sum \delta(t)^{(1+d)} < \infty$. Tada $\hat{\mathbf{f}}(t)$ generisano jednačinom (5.37) teži slučajnom vektoru $\mathbf{1}w^m$, gde je w^m slučajna promenljiva.

U sledećem poglavlju, gde će biti dat opšti prilaz asinhronim algoritmima kalibracije, biće uzet u obzir kako komunikacioni, tako i merni šum u bitno složenijem kontekstu.

5.4 Algoritmi kalibracije ofseta i pojačanja sa referencom

Algoritmi za ocenjivanje ofseta i pojačanja uzeti pojedinačno (prikazani u prethodnim odeljcima ovog poglavlja) mogu da se primene u slučaju kada je mreža "zakačena" za jedan izabrani čvor (sa željenim karakteristikama).

Analiza algoritma za ocenjivanje ofseta u slučaju komunikacionog šuma prati u potpunosti dokaze Teoreme 5.1.

Teorema 5.8 (Ocenjivanje ofseta)

Neka su zadovoljeni uslovi Teoreme 5.1, i neka je k -ti čvor centar grafa sa korigovanim ofsetom f_k . Tada $\hat{f}_i(t)$ generisano algoritmom (5.6) teži ka f_k u sks i svl

Dokaz:

Dokaz polazi od dokaza Teoreme 4.4. Pri postojanju komunikacionog šuma, relacije (4.50) i (4.51) postaju

$$r_i(t+1) = (1 - \delta(t)) \sum_{j,j \neq i} \gamma_{ij} r_i(t) + \delta(t) \sum_{j,j \neq i} \gamma_{ij} r_j(t) + v_i(t), \quad (5.39)$$

gde je $r_i(t) = \hat{f}_i(t) - f_k$ što dovodi do globalnog modela

$$\mathbf{r}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta(t)\mathbf{\Gamma}^-)\mathbf{r}(t) + \delta(t)\mathbf{v}'(t), \quad (5.40)$$

gde je $\mathbf{v}'(t)$ vektor koji sadrži $n - 1$ komponentu vektora $\mathbf{v}(t)$ (uz isključenje $v_1(t)$). S obzirom da je vektor $\mathbf{v}'(t)$ vektor belog šuma i da ne zavisi od $\mathbf{r}(t)$, analiza konvergencije se svodi na argumente korišćene u dokazu Teorema 4.4 i 5.1, kao i na poznate rezultate analize konvergencije algoritma stohastičke aproksimacije primenjene u identifikaciji statičkih modela sistema. Naime, prema Teoremi 4.4, $\mathbf{\Gamma}^-$ je Hurvicova matrica, odakle sledi postojanje simetričnog pozitivno definitnog rešenja \mathbf{P}^- jednačine Ljapunova $\mathbf{\Gamma}^{-T}\mathbf{P}^- + \mathbf{P}^-\mathbf{\Gamma}^- = -\mathbf{Q}^-$, gde je \mathbf{Q}^- proizvoljna pozitivno definitna matrica. Prema tome, imamo za funkciju Ljapunova $v^-(t) = E\{\mathbf{r}(t)^T\mathbf{P}^-\mathbf{r}(t)\}$ sledeću relaciju

$$v^-(t+1) \leq E\{\mathbf{r}(t)^T(\mathbf{I} + \delta(t)\Gamma^-)^T \mathbf{P}^-(\mathbf{I} + \delta(t)\Gamma^-)\mathbf{r}(t)\} + \delta(t)^2 E\{\|\mathbf{v}'(t)\|^2\}, \quad (5.41)$$

imajući u vidu nezavisnost $\mathbf{v}'(t)$ i $\mathbf{r}(t)$, odnosno

$$v^-(t+1) \leq (1 - c_0\delta(t))v^-(t) + k\delta(t)^2, \quad (5.42)$$

gde su c_0 i k generičke pozitivne konstante. Iz (5.42), s obzirom na (4.A) sledi da $v^-(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$ u sks i sv1 [60] [61].□

I ocenjivanje pojačanja se može izvršiti u slučaju kada se mreža „zakači“ za dati čvor u skladu sa datom referencom. Analiza direktno sledi metodologiju primenjenu u Teoremi 5.2, odnosno Teoremi 4.5.

Teorema 5.9 (Ocenjivanje pojačanja)

Neka su ispunjeni uslovi Teoreme 5.2, i neka je k -ti čvor grafa sa korigovanim pojačanjem g_k . Tada $\hat{g}_i(t)$ generisano relacijom (5.7) konvergira u sks i sv1 ka g_k ($i \neq k$) uz primenu relacije

$$\hat{a}_k(t+1) = \hat{a}_k(t). \quad (5.43)$$

Dokaz:

Slično kao u Teoremi 5.2, dobijamo relacije

$$\begin{aligned} s_i(t+1) &= (1 - \delta(t)\alpha_i^2\Delta x(t)^2 \sum_{j,j \neq i} \gamma_{ij}) s_i(t) + \\ &\delta(t)\alpha_j^2\Delta x(t)^2 \sum_{j,j \neq i} \gamma_{ij} r_j(t) + \delta(t)\alpha_j^2\Delta x(t)^2 v_i(t), \end{aligned} \quad (5.44)$$

i

$$\mathbf{s}(t+1) = (\mathbf{I} + \delta(t)\Delta x(t)^2 \Gamma_\alpha^-)\mathbf{s}(t) + \delta(t)\mathbf{v}^-(t), \quad (5.45)$$

gde je $s_i(t) = \hat{g}_i(t) - g_k$, a $\mathbf{v}^-(t)$ ekvivalentni šum, pri čemu su elementi niza $\{\mathbf{v}^-(t)\}$ nezavisni, a $\mathbf{v}^-(t)$ je nezavisno od $\mathbf{s}(t)$. Relacija omogućava dalju analizu primenjenu u dokazu Teoreme 5.5, odakle direktno sledi zaključak Teoreme 5.6. □

U slučaju kada je mreža „zakačena“ za k -ti čvor, u slučaju mernog šuma u potpunosti se može primeniti Teorema 5.3. u cilju dokaza da u sks i sv1 $\hat{f}_i(t)$ ($i \neq k$) teži ka fiksiranom ofsetu f_k .

U slučaju ocenjivanja pojačanja, u prisustvu mernog šuma analiza sledi iz Teorema 4.5, 5.3, i 5.4.

Teorema 5.10

Neka su ispunjeni uslovi Teoreme 5.4, i neka je k -ti čvor grafa G sa pojačanjem g_k . Tada $\hat{g}(t)$ definisano relacijom (5.17) teži ka g_k u sks i svl, uz primenu relacije (5.27).

Dokaz u potpunosti prati dokaz Teoreme 5.4. \square

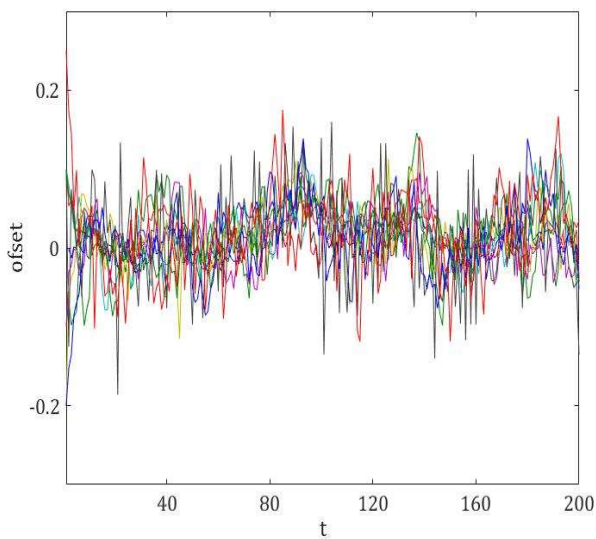
U slučaju simultanog ocenjivanja ofseta i pojačanja, rezultati prikazani u prethodnom odeljku mogu se direktno primeniti na slučaj postojanja referentnog čvora, pri čemu bi istovremeno i "a" i "b" parametri bili fiksirani na unapred izabrane početne vrednosti (po analogiji sa Teoremom 4.6).

5.5 Rezultati simulacija

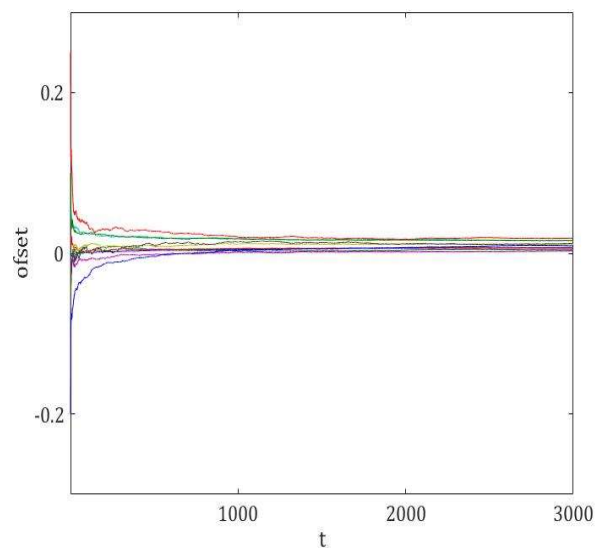
Osnovne postavke simulacije mreže iste su kao u prethodnom poglavlju; korišćene su mreže G2 i G3. S obzirom na to da je uveden kako komunikacioni šum standardne devijacije 0.3, tako i merni šum, pretpostavljeno je da je opšta forma promenljive veličine koraka u algoritmu $\delta(t) = k/t^a$.

Komunikacioni šum

Usvojeno je da je komunikacioni šum u datim simulacijama beli šum standardne devijacije 0.03. Slike 5.1 i 5.2 odgovaraju ocenjivanju ofseta na mreži G_2 , uz $k = 0.1$. Na slici 5.1 prikazan je slučaj u kome je $a = 0$, a na slici 5.2 slučaj u kome je $a = 0.6$. Očigledno je da je algoritam sa promenljivim pojačanjem koje teži nuli pouzdan alat u prisustvu komunikacionog šuma.

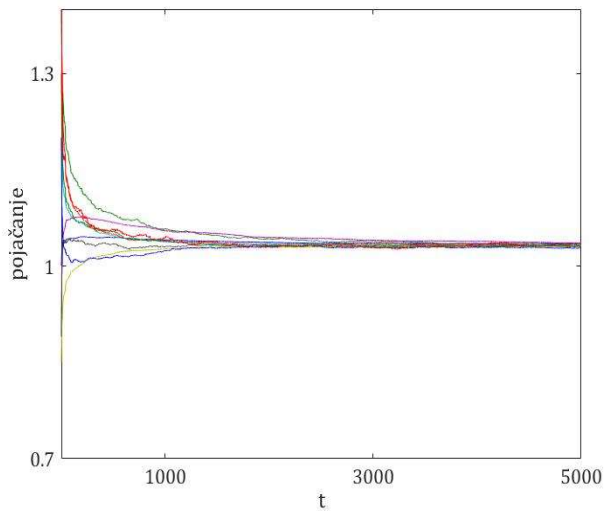


Slika 5.1: Ocena ofseta, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0$

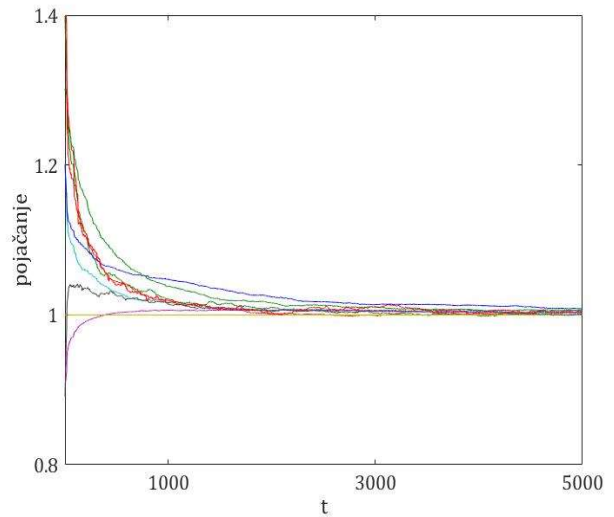


Slika 5.2: Ocena ofseta, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0.6$

Slike 5.3 i 5.4 su dobijene prilikom ocenjivanja pojačanja za $a = 0.75$, pri čemu je, u slučaju slike 5.4, pojačanje jednog od senzora fiksirano na vrednost 1.

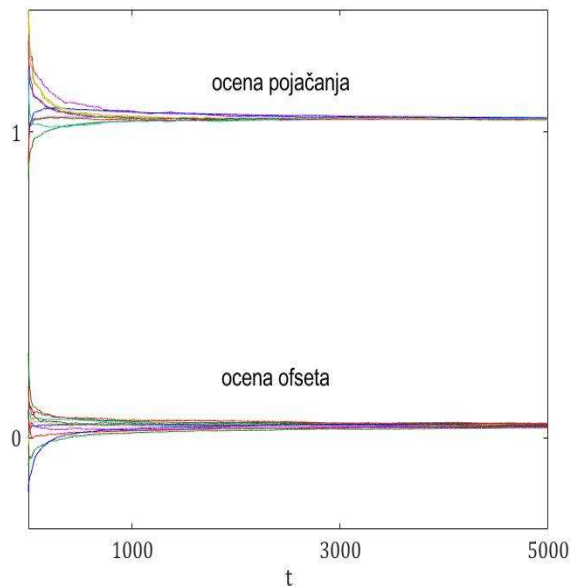


Slika 5.3: Ocena pojačanja, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0.75$

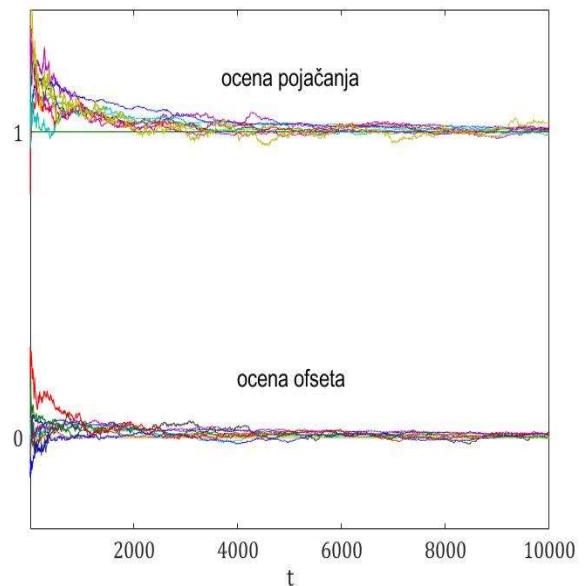


Slika 5.4: Ocena pojačanja, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0.75$, sa referentnim čvorom

Slike 5.5 i 5.6 su dobijene prilikom simultanog ocenjivanja ofseta i pojačanja. Na slici 5.5 usvojeno je $a = 0.75$, dok je na slici 5.6 mreža fiksirana za jedan čvor u pogledu pojačanja, za koje je usvojeno da je jednako 1.



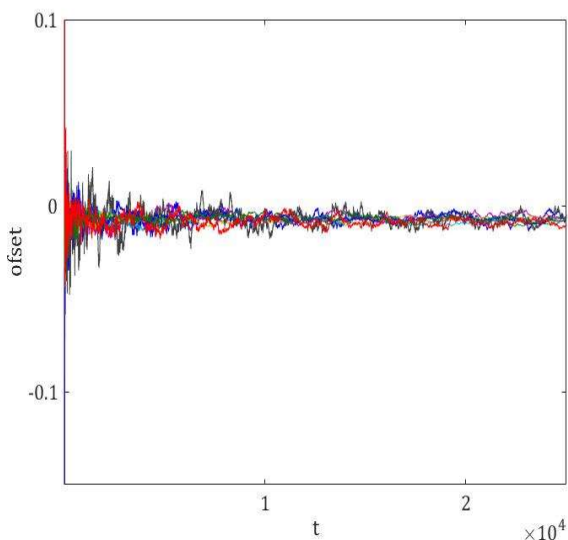
Slika 5.5: Simultano ocenjivanje, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0.75$



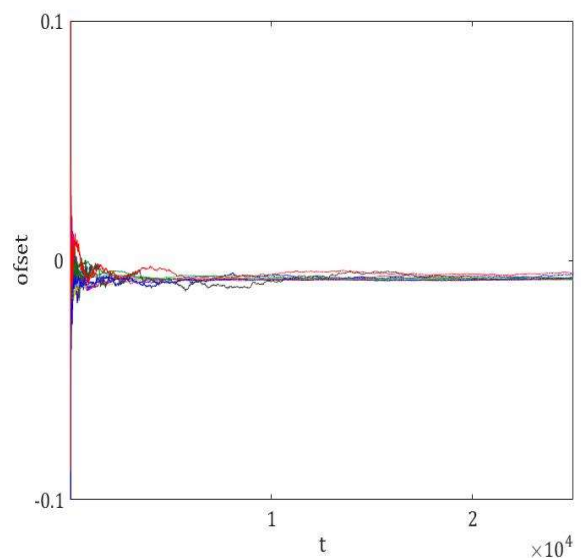
Slika 5.6: Simultano ocenjivanje, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0.75$, sa referentnim čvorom

Merni šum

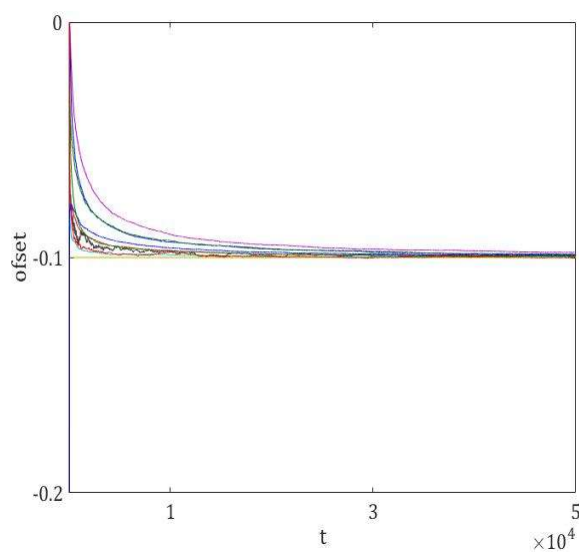
Usvojeno je da je merni šum beli, različitih standardnih devijacija. Na slikama 5.7-5.9 usvojeno je da je mreža G_2 a standardna devijacija šuma jednaka 0.5; na slici 5.7, $a=0.7$, a na slici 5.8 $a=0.95$, pri čemu je simuliran osnovni algoritam za ocenjivanje ofseta sa konsenzusom. Slika 5.9 odgovara situaciji kada je mreža okačena na jedan čvor, čiji je ofset fiksiran na -0.1; konvergencija je očigledna, iako u slučaju fiksiranja reference nešto sporija. Slike 5.10-5.12 predstavljaju ocene pojačanja u slučaju mreže G_2 .



Slika 5.7: Ocena ofseta, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0.7$

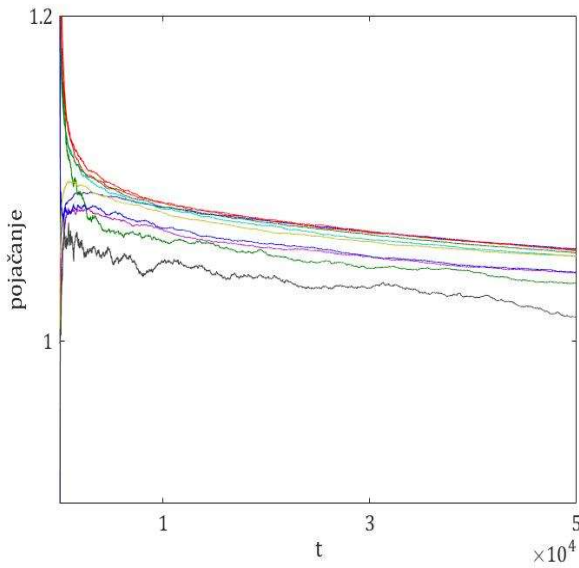


Slika 5.8: Ocena ofseta, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0.95$

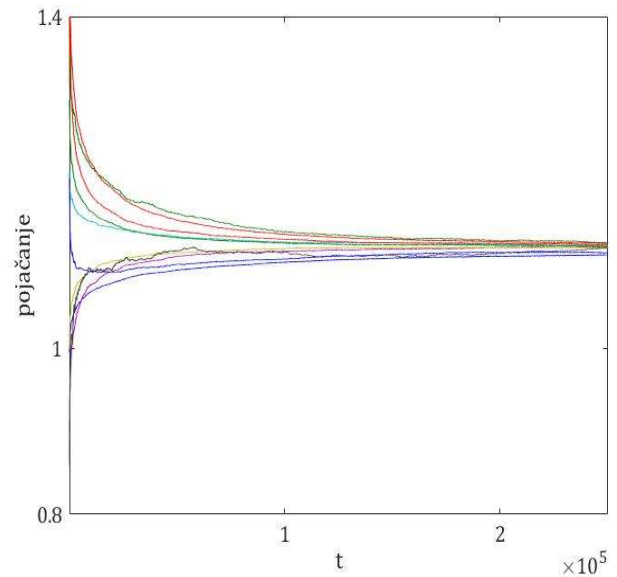


Slika 5.9: Ocena ofseta, G_2 , $k = 0.1$, $a = 0.95$, sa referentnim čvorom

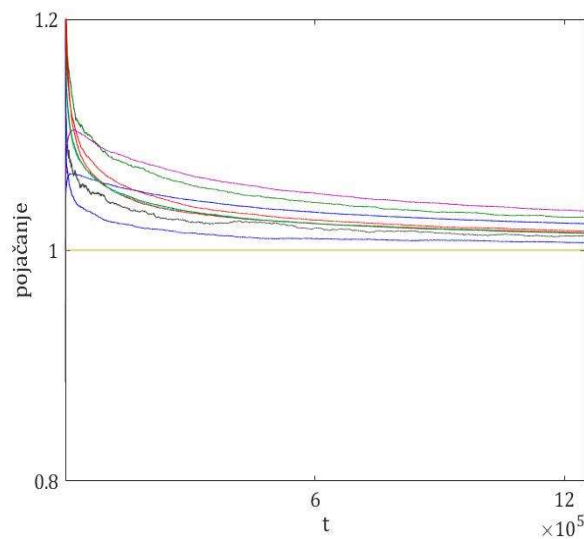
Slika 5.10 odgovara primeni gradijentnog algoritma; očigledna je neprimenljivost ovog algoritma, s obzirom da ocene divergiraju (na šta ukazuje teorijska analiza). Na slici 5.11 prikazani su rezultati primene instrumentalnih promenljivih; očigledno, ocene u ovom slučaju konvergiraju. Na slici 5.12 prikazani su rezultati primene algoritma za ocenjivanje pojačanja kada je mreža okačena na jedan čvor sa pojačanjem jednakim 1. Kao što je inače uočeno, konvergencija je tada sporija nego u slučaju algoritma sa punim konsenzusom.



Slika 5.10: Ocenjivanje pojačanja, G_2 , bez instrumentalnih promenljivih

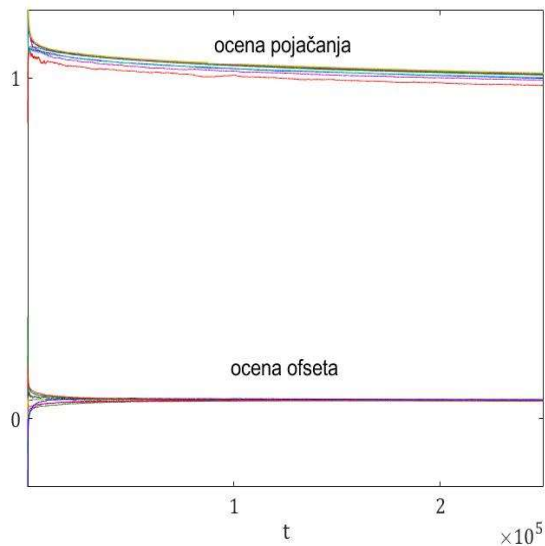


Slika 5.11: Ocenjivanje pojačanja, G_2 , sa instrumentalnim promenljivim

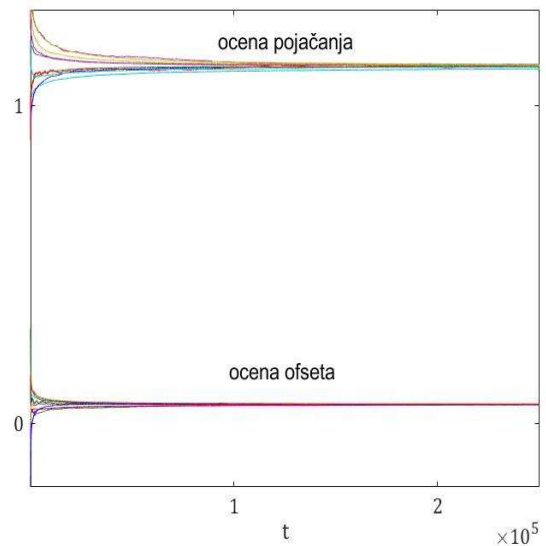


Slika 5.12: Ocenjivanje pojačanja, G_2 , sa instr. promenljivim, sa referentnim čvorom

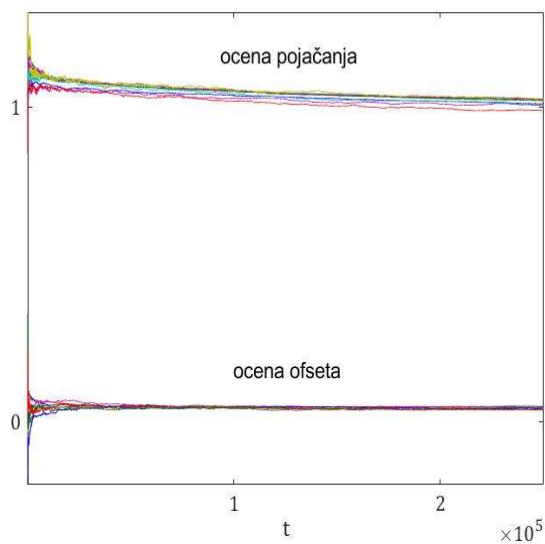
Slično ponašanje se dobija i u slučaju simultanog ocenjivanja ofseta i pojačanja. Slike 5.13 i 5.14 su dobijene u slučaju postojanja samo mernog šuma, a slike 5.15 i 5.16 u slučaju postojanja i mernog i komunikacionog šuma. Pri tome slike 5.13 i 5.15 odgovaraju gradijentnom postupku, a slike 5.14 i 5.16 algoritmu sa uključenim instrumentalnim promenljivim.



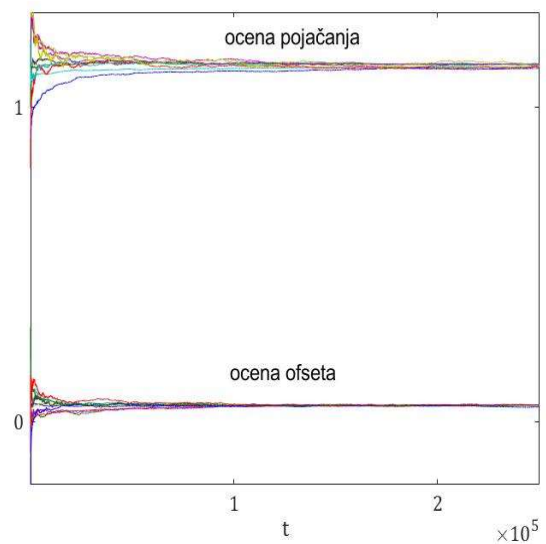
Slika 5.13: Simultano ocenjivanje, G_2 , sa mernim šumom, bez instr. promenljivih



Slika 5.14: Simultano ocenjivanje, G_2 , sa mernim šumom, sa instr. promenljivim



Slika 5.15: Simultano ocenjivanje, G_2 , sa mer. i kom. šumom, bez instr. promenljivih



Slika 5.16: Simultano ocenjivanje, G_2 , sa mernim i kom. šumom, sa instr. promenljivim

6 KALIBRACIJA U PRISUSTVU POREMEĆAJA – ASINHRONE KOMUNIKACIJE

U ovom poglavlju data je najpre formulacija distribuiranog algoritma kalibracije zasnovanog na opštim strukturnim karakteristikama usvojenim kao polazna tačka u ovom radu. Pretpostavlja se da se komunikacije u mreži i merenja obavljaju asinhrono, na bazi jednostavnog protokola slučajnog emitovanog ogovaranja (*broadcast gossip*), pri čemu se pretpostavlja da je signal koji se meri dat u kontinualnom vremenu. Data je definicija novog algoritma asinhrone kalibracije ofseta i pojačanja, kao i analiza njegove konvergencije u prisustvu komunikacionog i mernog šuma. Dokazano je da algoritam konvergira ka konsenzusu u sks i sv1 pod datim skupom pretpostavki.

6.1 Formulacija problema

Pretpostavimo da postoji n distribuiranih senzora koji mere signal $x(t)$ (koji predstavlja funkciju kontinualnog vremena t u diskretnim vremenskim trenucima $t = t_k$, $t_k \in \mathfrak{R}^+$, $k = 1, 2, \dots$, $t_{k+1} > t_k$). Izlazi senzora su definisani standardnim linearnim modelom

$$y_i(t_k) = \alpha_i x(t_k) + \beta_i + \zeta_i(t_k), \quad (6.1)$$

gde su pojačanje α_i i ofset β_i nepoznate konstante, a $\zeta_i(t_k)$ merni šum, $i = 1, \dots, n$. Kao i ranije, usvajamo da svaki senzor i implementira afinu kalibracionu transformaciju koja definiše korigovani (modifikovani) izlaz senzora

$$z_i(t_k) = a_i y_i(t_k) + b_i = g_i x(t_k) + f_i + a_i \zeta_i(t_k), \quad (6.2)$$

gde su a_i i b_i kalibracioni parametri; $g_i = a_i \alpha_i$ je korigovano (modifikovano) pojačanje, a $f_i = a_i \beta_i + b_i$ korigovani (modifikovani) ofset.

Pretpostavlja se da su senzori međusobno povezani i da sačinjavaju senzorsku mrežu predstavljenu usmerenim grafom $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathcal{E})$, gde je \mathcal{N} skup čvorova (senzora) a \mathcal{E} skup usmerenih veza (ivica) (i, j) (čvor i šalje poruke čvoru j). Neka je $\mathcal{N}_i^{in} = \{j \in \mathcal{N} | (j, i) \in \mathcal{E}\}$ skup ulaznih suseda čvora i a $\mathcal{N}_i^{out} = \{j \in \mathcal{N} | (i, j) \in \mathcal{E}\}$ skup njegovih izlaznih suseda.

Pretpostavljamo da svaki čvor $j \in \mathcal{N}$ poseduje lokalni sat koji otkucava u diskretnim trenucima $t_l^j \in \mathbb{R}^+$, $l = 1, 2, \dots$ (indeks j ukazuje na čvor, a l na broj otkucaja) nezavisno od drugih satova i emituje tekući korigovani izlaz $z_j(t_l^j)$ svojim izlaznim čvorovima $i \in \mathcal{N}_j^{out}$. Svaka veza (j, i) je podložna poremećajima, tako da čvor $i \in \mathcal{N}_j^{out}$ čuje emitovanu poruku sa verovatnoćom $p_{ji} > 0$. Svi čvorovi koji su primili emitovanu poruku odmah računaju svoje tekuće korigovane izlaze $z_i(t_l^j)$ i računaju nove vrednosti ocena sopstvenih kalibracionih parametara a_i i b_i . Proces se ponavlja posle svakog otkucaja bilo kog čvora u mreži. Radi boljeg uvida u prirodu celokupnog procesa, uvodimo jedinstveni virtuelni globalni sat koji otkucava kada otkuca bilo koji od lokalnih satova; neka je t_k u (6.1) apsolutni diskretni trenutak k -tog otkucaja virtuelnog sata. Kao što je čest slučaj [91], pretpostavićemo da lokalni satovi otkucavaju u skladu sa nezavisnim Poasonovim procesima sa parametrima (brzinama) μ_j , tako da globalni virtuelni sat otkucava u skladu sa Poasonovim procesom brzine $\sum_{j=1}^n \mu_j$ [57], [91]. Ako je j indeks čvora koji je otkucao u diskretnom trenutku t_k , tada definišemo $J(k)$ kao podskup skupa njegovih izlaznih suseda koji čuju emitovanje (poruku). Usvojićemo u daljem tekstu sledeću notaciju: $x(k) = x(t_l^j)$, $y_i(k) = y_i(t_l^j)$, $y_j(k) = y_j(t_l^j)$, $z_i(k) = z_i(t_l^j)$, $z_j(k) = z_j(t_l^j)$, $\xi_i(k) = \xi_i(t_l^j)$ i $\xi_j(k) = \xi_j(t_l^j)$ za neki ceo broj l .

Polazeći od izložene postavke problema, definisaćemo:

- 1) autonomnu rekurziju za ocenjivanje a_i zasnovanu na inkrementima merenja, i
- 2) odvojenu rekurziju za ocenjivanje b_i , pretpostavljajući da su tekuće ocene a_i dostupne.

Pretpostavlja se da su lokalni parametri α_i and β_i u (6.1) proizvoljni i nedostupni. Kalibracioni parametri definišu korigovane (modifikovane) parametre f_i and g_i . Kao i ranije, u slučaju sinhronih merenja i komunikacija, cilj obe navedene rekurzije jeste konvergencija ka konsenzusu, tj. konvergencija svih korigovanih pojačanja i ofseta ka jednakim (generalno slučajnim) vrednostima. Kao i ranije, usvaja se da su referentne vrednosti merenog signala nedostupne; takođe se smatra nedopustivim uvođenje bilo kakve centralizovane funkcije.

6.2 Algoritam za ocenjivanje pojačanja

Analogno ranijim razmatranjima, algoritam ocenjivanja pojačanja je zasnovan na inkrementima merenog signala

$$\Delta y_i(k) = y_i(k) - y_i(\tau_i(k)) = \alpha_i \Delta x(k) + \Delta \zeta_i(k), \quad (6.3)$$

gde je $\tau_i(k)$ broj iteracije koji odgovara neposredno prethodnom otkučaju čvora j primljenog od strane čvora i , dok je $\Delta x(k) = x(k) - x(\tau_i(k))$ i $\Delta \zeta_i(k) = \zeta_i(k) - \zeta_i(\tau_i(k))$.

Data postavka problema je bitno drukčija od ranije usvojenih postavki. Napomenimo da k označava redni broj globalne iteracije (na nivou mreže) koji odgovara realnom broju t_k , i da se niz realnih brojeva $\{t_k\}$ može predstaviti, imajući u vidu asinhroni načina rada, kao $\{t_k\} = \cup_{j=1}^n \{t_j^{l(j)}\}$, gde su $\{t_j^{l(j)}\}$ podnizovi realnih brojeva koji predstavljaju apsolutna vremena koja odgovaraju svim otkučajima j -tog čvora ($l(j)$ je zamenjeno sa l zbog lakšeg čitanja). Na taj način, napred definisana veličina $\tau_i(k)$ predstavlja indeks koji odgovara trenutima u kontinualnom vremenu $\{t_j^{l(j)-1}\}$, tj., prethodnim elementima u podnizu $\{t_j^{l(j)}\}$, imajući u vidu da k odgovara trenutku $t_j^{l(j)}$ po pretpostavci.

Kao i u prethodnim poglavljima, autonomni algoritam za ocenjivanje parametara a_i , $i = 1, \dots, n$, biće izveden polazeći od sledećeg lokalnog kriterijuma, sa ciljem da učini jednakim inkremente senzorskih izlaza:

$$J_i^a(a_i) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i^{in}} \gamma_{ij} E \left\{ \left(\Delta z_j(k) - \Delta z_i(k) \right)^2 \right\}, \quad (6.4)$$

gde su, kao i ranije, $\gamma_{ij} \geq 0$ skalarni težinski koeficijenti koji definišu relativni značaj čvorova u okviru ulaznog susedstva čvora i ($\gamma_{ij} = 0$ for $j \notin \mathcal{N}_i^{in}$), $\Delta z_j(k) = a_j \Delta y_j(k)$ i $\Delta z_i(k) = a_i \Delta y_i(k)$. Izraz za gradijent kriterijuma se koristi kao generator stohastičkih gradijentnih algoritama za ocenjivanje a_i . Međutim, članovi $\Delta z_i(k)$ i $\Delta y_i(k)$ sadrže identični član $\Delta \xi_i(k)$, tako da se ne može postići da ocene konvergiraju u skladu sa standardnim uslovom $\text{grad}_{a_i} J_i^a(a_i)|_{\xi=0, \eta=0} = 0$ [35], [92]. Kao u prethodnom poglavlju, i ovde uvodimo instrumentalne promenljive $\zeta_i(k)$, $i = 1, \dots, n$, koje su:

- 1) nekorelisane sa $\Delta \xi_i(k)$ i
- 2) korelisane sa $\Delta x(k)$ [92].

Na bazi prethodnog poglavlja, usvajamo

$$Z_i(k) = \Delta y_i(d_i(k)), \quad (6.5)$$

gde je $d_i(k)$ broj iteracije koja odgovara otkucaju sata čvora j , primljenom od strane čvora i , koji neposredno prethodi otkucaju u trenutku $\tau_i(k)$, tj., $d_i(k) = \tau_i(\tau_i(k))$. Prema tome, dobijamo sledeće rekurzije za ocene $\hat{a}_i(k)$ parametara a_i :

$$\hat{a}_i(k) = \hat{a}_i(k-1) + \delta_i(k)\gamma_{i,j}\Delta\epsilon_{i,j}(k)\Delta y_i(d_i(k)), \quad (6.6)$$

gde su:

- $\delta_i(k)$ veličina koraka,
- $\Delta\epsilon_{i,j}(k) = \Delta\hat{z}_j(k) + \Delta\rho_{ij}(k) - \Delta\hat{z}_i(k)$, i
- $\Delta\hat{z}_i(k) = \hat{a}_i(k-1)\Delta y_i(k)$,

gde je $\Delta\rho_{ij}(k) = \rho_{ij}(k) - \rho_{ij}(\tau_i(k))$, pri čemu $\rho_{ij}(k)$ predstavlja aditivni komunikacioni šum između čvorova j i i . Usvaja se da je $\hat{a}_i(0) = 1$. Za $i \notin J(k)$ kalibracioni parametri ostaju jednaki, tj., $\hat{a}_i(k) = \hat{a}_i(k-1)$. Kao i ranije, algoritam je distribuiran (zasnovan na lokalnim informacijama), linearan i veoma jednostavan za implementaciju.

6.3 Algoritam za ocenjivanje ofseta

Pretpostavljajući da je $\hat{a}_i(k)$ dato, predlaže se sledeći distribuirani algoritam za ocene $\hat{b}_i(k)$ parametara b_i , sa ciljem da se učine izlazi senzora u mreži jednakim:

$$\hat{b}_i(k) = \hat{b}_i(k-1) + \delta_i(k)\gamma_{i,j}\epsilon_{i,j}(k), \quad (6.7)$$

gde je $\epsilon_{i,j}(k) = \hat{z}_j(k) + \rho_{ij}(k) - \hat{z}_i(k)$, $\hat{z}_j(k) = \hat{a}_j(k-1)y_j(k) + \hat{b}_j(k)$ i $\hat{z}_i(k) = \hat{a}_i(k-1)y_i(k) + \hat{b}_i(k)$. Usvaja se $\hat{b}_i(0) = 0$.

6.4 Globalni model

Sledeći globalni model predstavlja sve rekurzije u mreži u funkciji korigovanih pojačanja $\hat{g}_i(k)$ i korigovanih ofseta $\hat{f}_i(k)$, $i = 1, \dots, n$:

$$\hat{\mathbf{g}}(k) = \{\mathbf{I} + \mathbf{D}(k)[\mathbf{A}(k)\mathbf{\Gamma}(k) + \mathbf{B}(k)]\}\hat{\mathbf{g}}(k-1) + \mathbf{D}(k)\mathbf{N}^g(k), \quad (6.8)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}(k) &= [\mathbf{I} + \mathbf{D}(k)\mathbf{\Gamma}(k)]\hat{\mathbf{f}}(k-1) + \mathbf{D}(k)\{[x(k)\mathbf{I} \\ &+ \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{A}(k)]\mathbf{\Gamma}(k) + \boldsymbol{\Xi}(k) \\ &+ \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{B}(k)\}\hat{\mathbf{g}}(k-1) + \mathbf{D}(k)\mathbf{N}^f(k), \end{aligned} \quad (6.9)$$

- $\hat{\mathbf{g}}(k) = [\hat{g}_1(k), \dots, \hat{g}_n(k)]^T$;
- $\mathbf{D}(k) = \text{diag} \{\delta_1(k), \dots, \delta_n(k)\}$;
- $\mathbf{A}(k) = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{C}(k)\Delta x(k)$;
- $\boldsymbol{\alpha} = \text{diag}\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$;
- $\mathbf{C}(k) = \boldsymbol{\alpha} \text{diag} \{\Delta x(d_1(k)), \dots, \Delta x(d_n(k))\} + \text{diag} \{\Delta\zeta_1(d_1(k)), \dots, \Delta\zeta_n(d_n(k))\}$;
- $\mathbf{\Gamma}(k) = [\Gamma(k)_{lm}]$, uz $\Gamma(k)_{ll} = -\gamma_{l,j}$, $\Gamma(k)_{l,j} = \gamma_{l,j}$ za svako $l \in J(k)$, $\Gamma(k)_{lm} = 0$, inače;
- $\mathbf{B}(k) = \mathbf{C}(k)\boldsymbol{\Xi}^A(k)\boldsymbol{\alpha}$;
- $\boldsymbol{\Xi}^A(k) = [\boldsymbol{\Xi}^A(k)_{lm}]$, uz $\boldsymbol{\Xi}^A(k)_{ll} = -\gamma_{l,j}\frac{1}{\alpha_i}\Delta\zeta_i(k)$, $\boldsymbol{\Xi}^A(k)_{l,j} = \gamma_{l,j}\frac{1}{\alpha_j}\Delta\zeta_j(k)$ za svako $l \in J(k)$, $\boldsymbol{\Xi}^A(k)_{lm} = 0$, inače;
- $\mathbf{N}^g(k) = [N_1^g(k) \dots N_n^g(k)]^T$, $N_i^g(k) = \alpha_i\gamma_{ij}\Delta\rho_{ij}(k) [\alpha_i \Delta x(d_i(k)) + \Delta\zeta_i(d_i(k))]$ za $i \in \mathcal{N}_j^{\text{out}}$, $N_i^g(k) = 0$, inače;
- $\hat{\mathbf{f}}(k) = [\hat{f}_1(k), \dots, \hat{f}_n(k)]^T = \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\hat{\mathbf{g}}(k) + \hat{\mathbf{b}}(k)$;
- $\boldsymbol{\beta} = \text{diag} \{\beta_1, \dots, \beta_n\}$;
- $\boldsymbol{\Xi}(k) = [\boldsymbol{\Xi}(k)_{lm}]$, uz $\boldsymbol{\Xi}(k)_{ll} = -\gamma_{l,j}\frac{1}{\alpha_i}\zeta_i(k)$, $\boldsymbol{\Xi}(k)_{l,j} = \gamma_{l,j}\frac{1}{\alpha_j}\zeta_j(k)$ za svako $l \in J(k)$, $\boldsymbol{\Xi}(k)_{lm} = 0$, inače;
- $\mathbf{N}^f(k) = [N_1^f(k) \dots N_n^f(k)]^T$, $N_i^f(k) = \frac{\beta_i}{\alpha_i}\gamma_{ij}\rho_{ij}(k)$ za $i \in \mathcal{N}_j^{\text{out}}$, $N_i^f(k) = 0$, inače.

Početni uslovi su $\hat{\mathbf{g}}(0) = [\alpha_1 \dots \alpha_n]^T$ and $\hat{\mathbf{f}}(0) = [\beta_1 \dots \beta_n]^T$.

6.5 Analiza konvergencije algoritma

Usvojimo sledeće pretpostavke:

(6.A) $\{x(k)\}$ je stacionarni slučajni niz ograničen sv1, koji zadovoljava uslov ϕ –mešanja.

Uslov ϕ – mešanja je jedan uslova strogog mešanja u slučajnim procesima [93]. Kao što je elaborirano u [28], [56] i [57], taj uslov ne unosi bitna ograničenja za praksu.

(6.B) $k - d_i(k) \leq \bar{d} < \infty$,

$$E\{\Delta x(k)\Delta x(d_i(k))\} > 0 \text{ za svako } k, i = 1, \dots, n.$$

Prva nejednakost u (6.B) evidentno stoji. Druga nejednakost ima za cilj da u okviru algoritma za ocenjivanje pojačanja omogući kontrakciju, a samim tim i konvergenciju algoritma kalibracije.

U cilju pojašnjenja značenja ovog uslova, definišimo slučajne trenutke vremena $\bar{t}_4 > \bar{t}_3 > \bar{t}_2 > \bar{t}_1 \in \mathfrak{R}^+$ koji odgovaraju otkucajima globalnog virtuelnog sata $k > \tau_i(k) > d_i(k) > \tau_i(d_i(k))$, respektivno. Prema (6.B), imamo $E\{[x(\bar{t}_4) - x(\bar{t}_3)][x(\bar{t}_2) - x(\bar{t}_1)]\} > 0$, ili

$$r_x(\bar{t}_4 - \bar{t}_2) + r_x(\bar{t}_3 - \bar{t}_1) - r_x(\bar{t}_4 - \bar{t}_1) - r_x(\bar{t}_3 - \bar{t}_2) > 0,$$

gde je

$$r_x(t' - t'') = E\{x(t')x(t'')\}.$$

Poslednja nejednakost predstavlja jednu vrstu uslova konveksnosti korelacione funkcije signala $r_x(\tau)$, $\tau \in \mathfrak{R}^+$. Za dovoljno visoke učestanosti virtuelnog globalnog sata ovaj uslov ne predstavlja ograničenja za praksu, s obzirom da je, po definiciji, zadovoljen za sve kontinualne autokorelacione funkcije u blizini koordinatnog početka.

(6.C) Graf \mathcal{G} sadrži pokrivajuće drvo.

(6.D) $\delta_i(k) = v_i(k)^{-c}$, gde $v_i(k) = \sum_{m=1}^k I\{i \in J(m)\}$ ($I\{\cdot\}$ označava indikatorsku funkciju) predstavlja broj korekcija ocena čvora i do iteracije k , $1/2 < c \leq 1$.

Važno je napomenuti da uslov (6.D) obezbeđuje decentralizovanu definiciju veličine koraka algoritma, što je veoma značajno za praksu.

(6.E) $\{\zeta_i(k)\}$ and $\{\rho_{ij}(k)\}$, $i, j = 1, \dots, n$, su nizovi nezavisnih slučajnih promenljivih nulte srednje vrednosti i konačne varijanse, nezavisni od merenog signala $x(t)$.

(6.F) $p_{ji} = 1$, $j = 1, \dots, n$, $i \in N_j^{out}$.

Uslov (6.F) je uveden isključivo zbog jasnoće izlaganja. Uslov $p_{ji} \neq 1$ utiče, u opštem slučaju, samo na brzinu konvergencije algoritma.

Kao što će biti u analizi pokazano, konvergencija predloženog algoritma direktno je uslovljena osobinama matrice $\bar{\Gamma} = E\{\Gamma(k)\} = [\bar{\Gamma}_{ij}]$, gde je $\bar{\Gamma}_{ii} = -\sum_{j, j \neq i} \gamma_{ij} \pi_{ij}$ i $\bar{\Gamma}_{ij} = \gamma_{ij} \pi_{ij}$ za $i \neq j$, pri čemu je π_{ij} bezuslovna verovatnoća da čvor i koriguje svoje parametre kada otkuca čvor j . Primetimo da, s obzirom na karakteristike grafa promenljive u vremenu, imamo primenu operatora matematičkog očekivanja (za razliku od prethodnih poglavlja, gde je mreža bila deterministička i nepromenljiva u vremenu). Primetimo takođe da matrica $\bar{\Gamma}$ ima oblik težinskog Laplasijana grafa \mathcal{G} , i sadrži informaciju o bazičnoj strukturi mreže i relativnom uticaju pojedinih čvorova. Pod uslovom (6.C), $\bar{\Gamma}$ ima jednu sopstvenu vrednost u nuli i ostale sopstvene vrednosti u levoj poluravni [57], [94], [95].

Teorema 6.1 (Korekcija pojačanja)

Neka su ispunjeni uslovi (6.A) - (6.F). Tada $\hat{\mathbf{g}}(k)$ generisano relacijom (6.8) konvergira ka $\hat{\mathbf{g}}_\infty = \chi' \mathbf{1}$ u sks i sv.1, gde je χ' slučajna veličina ograničena u srednje-kvadratnom smislu, a $\mathbf{1} = [1 \dots 1]^T$.

Dokaz:

Neka je $\mathbf{P} = \text{diag}\{p_1, \dots, p_n\}$, gde je p_i bezuslovna verovatnoća za čvor i da koriguje svoje ocene parametara za bilo koje k , i neka je

$$\Phi(k) = \mathbf{P}^{-c} \mathbf{A}(k) \boldsymbol{\theta}(k) \Gamma(k),$$

gde je $\boldsymbol{\theta}(k) = \text{diag}\{\theta_1(k), \dots, \theta_n(k)\}$, $\theta_i(k) = x(k)x(d_i(k))$. Sledi da je $\bar{\Phi} = \mathbf{P}^{-c} \bar{\boldsymbol{\theta}} \alpha^2 \bar{\Gamma}$, gde je $\bar{\boldsymbol{\theta}} = E\{\boldsymbol{\theta}(k)\}$.

Neka je $\mathbf{T} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{T}_{n \times (n-1)}]$, kao i ranije, u sklopu prethodnih poglavlja, ovog puta u vezi sa matricom $\bar{\Phi}$; takođe, $\mathbf{T}^{-1} \bar{\Phi} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}_{1 \times (n-1)} \\ \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} & \bar{\Phi}^* \end{bmatrix}$, gde je $\bar{\Phi}^*$ Hurvicova matrica. I ovde,

kao ranije, definišemo transformisani vektor $\tilde{\mathbf{g}}(k) = \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{g}}(k)$, gde je $\tilde{\mathbf{g}}(k) = [\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]} \tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]T}]^T$, $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]} = \tilde{g}_1(k)$ i $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]} = [\tilde{g}_2(k) \dots \tilde{g}_n(k)]^T$, pa uvodimo

$$\mathbf{D}(k) = \frac{1}{k^c} \mathbf{P}^{-c} + \tilde{\mathbf{D}}(k), \quad (6.10)$$

gde je $\tilde{\mathbf{D}}(k) = \text{diag} \{ \tilde{\delta}_1(k), \dots, \tilde{\delta}_n(k) \}$,

$$|\tilde{\delta}_i(k)| \leq \bar{\delta}_i \frac{1}{k^{c+\frac{1}{2}-q}}, \quad (6.11)$$

za $0 < \bar{\delta}_i < \infty$, $0 < q < 1/2$, $i = 1, \dots, n$, (videti, na primer, [57] i [61]). Posle zanemarivanja članova koji zavise od $\tilde{\mathbf{D}}(k)$, dobijamo da je za dovoljno veliko k

$$\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]} = \tilde{\mathbf{g}}(k-1)^{[1]} + \frac{1}{k^c} \mathbf{F}'_1(k) \tilde{\mathbf{g}}(k-1)^{[2]} + \frac{1}{k^c} \mathbf{H}_1(k) \tilde{\mathbf{g}}(k-1) + \frac{1}{k^c} \mathbf{G}_1(k), \quad (6.12)$$

$$\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]} = \left[I + \frac{1}{k^c} \mathbf{F}'_2(k) \right] \tilde{\mathbf{g}}(k-1)^{[2]} + \frac{1}{k^c} \mathbf{H}_2(k) \tilde{\mathbf{g}}(k-1) + \frac{1}{k^c} \mathbf{G}_2(k), \quad (6.13)$$

gde matrice $\mathbf{F}'_1(k)$ i $\mathbf{F}'_2(k)$ rezultuju iz $\mathbf{T}^{-1}\Phi(k)\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{F}'_1(k) \\ \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} & \mathbf{F}'_2(k) \end{bmatrix}$, $\mathbf{H}_1(k)$ i $\mathbf{H}_2(k)$ iz

$\mathbf{T}^{-1}\mathbf{P}^{-c}\mathbf{B}(k)\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1(k) \\ \mathbf{H}_2(k) \end{bmatrix}$, i, na analogan način, $\mathbf{T}^{-1}\mathbf{P}^{-c}\mathbf{N}^g(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1(k) \\ \mathbf{G}_2(k) \end{bmatrix}$. Slučajni nizovi

$\{\mathbf{F}'_1(k)\}$ i $\{\mathbf{F}'_2(k) - \bar{\Phi}^*\}$ su nulte srednje vrednosti i nekorelisani; osobine članova $\mathbf{H}_1(k)$, $\mathbf{H}_2(k)$, $\mathbf{G}_1(k)$ i $\mathbf{G}_2(k)$ slede direktno iz (6.E).

Posle iteriranja relacije (6.12) unazad do početnog uslova, dobijamo

$$\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]} = \tilde{\mathbf{g}}(k)_A^{[1]} + \tilde{\mathbf{g}}(k)_B^{[1]}, \quad (6.14)$$

gde je

- $\tilde{\mathbf{g}}(k)_A^{[1]} = \mathbf{\Pi}(k, 1)^{[1]} \tilde{\mathbf{g}}(0)^{[1]}$ odziv na nulti ulaz,
- $\tilde{\mathbf{g}}(k)_B^{[1]} = \sum_{\sigma=k_0}^k \frac{1}{\sigma^c} \mathbf{\Pi}(k, \sigma+1)^{[1]} \{ [\mathbf{F}'_1(k) + \mathbf{H}_1^2(\sigma)] \tilde{\mathbf{g}}(\sigma-1)^{[2]} + \mathbf{G}_1(k) \}$ odziv na nulto stanje,
- $\mathbf{\Pi}(k, j)^{[1]} = \prod_{\sigma=k}^j \left(1 + \frac{1}{\sigma^c} \mathbf{H}_1^1(\sigma) \right)$,
- $\mathbf{\Pi}(k, k+1)^{[1]} = 1$,

- $\mathbf{H}_1^1(k)$ i $\mathbf{H}_1^2(k)$ rezultat iz dekompozicije $\mathbf{H}_1(k) = [\mathbf{H}_1^1(k) : \mathbf{H}_1^2(k)^T]^T$.

Uvedimo funkciju Ljapunova $V(k) = E\{(\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]})^2\}$. Član $H_1^1(k)$ je linearna funkcija $\Delta\zeta(k)$ i $\Delta\zeta(d_i(k))$, takva da je $E\{H_1^1(k)H_1^1(d_i(k))\} = 0$ za $l > \bar{d}$, na osnovu (6.B) i (6.E); posle pogodnih majorizacija tehničke prirode dobija se

$$V(k) \leq C_4 \left(1 + \max_{1 \leq \sigma \leq k-1} E\{\|\tilde{\mathbf{g}}(\sigma)^{[2]}\|^2}\right), \quad (6.15)$$

za $C_4 < \infty$.

Kako je $\bar{\Phi}^* = E\{\mathbf{F}'_2(k)\}$ Hurvicova matrica po definiciji matrice $\mathbf{F}'_2(k)$ (primetimo da je $E\left\{\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{F}'_1(k) \\ \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} & \mathbf{F}'_2(k) \end{bmatrix}\right\} = \mathbf{T}^{-1}E\{\Phi(k)\}\mathbf{T} = \mathbf{T}^{-1}\bar{\Phi}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}_{1 \times (n-1)} \\ \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} & \bar{\Phi}^* \end{bmatrix}$), postoji konstantna simetrična pozitivno definitna matrica \mathbf{R} takva da je $\mathbf{R}\bar{\Phi}^* + \bar{\Phi}^{*T}\mathbf{R} = -\mathbf{Q}$ za bilo koje dato $\mathbf{Q} > 0$.

Definišimo drugu funkciju Ljapunova $W(k) = E\{\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]T}\mathbf{R}\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}\}$. Posle iteriranja odgovarajuće date rekurzije (6.13) κ koraka unazad, dobijamo

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]} &= \mathbf{\Pi}(k, k - \kappa + 1)^{[2]}\tilde{\mathbf{g}}(k - \kappa)^{[2]} \\ &+ \sum_{\sigma=k-\kappa+1}^k \frac{1}{\sigma^c} \mathbf{\Pi}(k, \sigma + 1)^{[2]}[\mathbf{H}_2(\sigma)\tilde{\mathbf{g}}(\sigma) + \mathbf{G}_2(k)], \end{aligned} \quad (6.16)$$

gde je $\mathbf{\Pi}(k, l)^{[2]} = \prod_{\sigma=l}^k \left(I + \frac{1}{\sigma^c} \mathbf{F}''_2(\sigma)\right)$, $\mathbf{\Pi}(k, k + 1)^{[2]} = \mathbf{I}$.

Posle uvođenja (6.15) u $W(k)$, poklonićemo pažnju samo dominantnim članovima koji linearno zavise od $\frac{1}{\sigma^c}$ gde je $\sigma = k, \dots, k - \kappa + 1$. Prema (6.A) i (6.B), postoji sv1 za neko $\epsilon > 0$ takav ceo broj $\kappa_0 > 0$, da, za svako $\kappa \geq \kappa_0$,

$$\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \sum_{s=k-\kappa+1}^k \frac{1}{s^c} - \sum_{s=k-\kappa+1}^k \varphi(s - k + \kappa) \frac{1}{s^c} > \epsilon \frac{1}{k^c}, \quad (6.17)$$

gde je $\varphi(k) \geq 0$ i $\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(k) = 0$ (za više detalja videti [57]). Prema tome, za dovoljno veliko k

$$W(k) \leq \left(1 - c_0 \frac{1}{k^c}\right) W(k - \kappa) + C_5 \sum_{s=k-\kappa+1}^{k-1} \frac{1}{s^{2c}} (1 + V(s) + W(s)), \quad (6.18)$$

gde su $c_0 > 0$ i $C_5 > 0$ generičke konstante.

Posle uvođenja (6.15) u (6.18), mogu da se iskoriste rezultati iz [57], [61], [96], [95], koji pokazuju da je $\sup_{k \geq 0} V_k < \infty$ i $\lim_{k \rightarrow \infty} W(k) = 0$.

Ovaj rezultat implicira da $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]}$ teži u sks ograničenoj slučajnoj veličini χ' , i da $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}$ teži nuli u sks i sv.1, tako da je $\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{g}}(k) = [\chi' 0 \cdots 0]^T$ i $\hat{\mathbf{g}}_\infty = \mathbf{T}[\chi' 0 \cdots 0]^T = \chi' \mathbf{1}$. \square

Teorema 6.2 (Korekcija ofseta):

Neka su uslovi (6.A) - (6.F) zadovoljeni uz uslove Teoreme 5.5, i neka je $\hat{\mathbf{g}}(k)$ generisano rekurzijom (6.8). Tada $\hat{\mathbf{f}}(k)$ generisano rekurzijom (6.9) konvergira ka $\hat{\mathbf{f}}_\infty = \chi'' \mathbf{1}$ u sks i sv.1, gde je χ'' slučajna veličina ograničena u sks.

Dokaz:

Neka je $\mathbf{T}' = [\mathbf{1} \quad \mathbf{T}'_{n \times (n-1)}]$, kao u prethodnom poglavlju, tako da je $(\mathbf{T}')^{-1} \mathbf{P}^{-c} \bar{\Gamma} \mathbf{T}' = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}_{1 \times (n-1)} \\ \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} & \bar{\Phi}^{**} \end{bmatrix}$, gde je $\bar{\Phi}^{**}$ Hurvicova matrica. Uvedimo $\tilde{\mathbf{f}}(k) = (\mathbf{T}')^{-1} \hat{\mathbf{f}}(k)$, gde su $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[1]}$ i $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[2]}$ nizovi analogni promenljivim $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]}$ i $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}$ u dokazu Teoreme 6.1. Koristeći Teoremu 6.1 nalazimo da odziv na nulti ulaz promenljive $\hat{\mathbf{f}}(k)$, tj., $\hat{\mathbf{f}}(k)|_{\hat{\mathbf{g}}(k)=0}$, teži ka $\chi_1'' \mathbf{1}$ u sks i sv.1, gde je χ_1'' slučajna veličina ograničena u sks.

Odziv na nulto stanje promenljive $\tilde{\mathbf{f}}(k)$ u (6.9) uz ulaz $\{\hat{\mathbf{g}}(k)\}$ može da se nađe koristeći standardne argumente stohastičke aproksimacije [96] [97]. Može da se pokaže da ovaj odziv zavisi isključivo od $\hat{\mathbf{g}}(k)$, imajući u vidu da je $(\mathbf{T}')^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{0}$; prema tome, ovaj odziv teži nuli brže od $\frac{1}{k^c}$, implicirajući da $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[2]}|_{\hat{\mathbf{f}}(0)=0}$ teži nuli u sks i sv.1. Kako je za $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[1]}|_{\hat{\mathbf{f}}(0)=0}$, "eksterni član" u obliku $\psi(k) \frac{1}{k^c} o \left(\frac{1}{k^d}\right)$, gde je $\{\psi(k)\}$ slučajni niz nulte srednje vrednosti sa korelacionom funkcijom koja je nenulta samo u intervalu $[0, \bar{d}]$ (prema (6.B)), dok d zadovoljava uslov Teoreme 5.5, stoga $|\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[1]}|_{\hat{\mathbf{f}}(0)=0}$ konvergira ka slučajnoj veličini χ_2'' ograničenoj u sks, tako da $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[1]}$ teži $\chi'' = \chi_1'' + \chi_2''$.

Analiza promenljive $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[2]}$ je analogna analizi promenljive $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}$ u Teoremi 6.1; prema tome, $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[2]} \rightarrow_{k \rightarrow \infty} 0$ u sks i sv.1, što znači da je $\hat{\mathbf{f}}_\infty = \mathbf{T}'[\chi'' 0 \cdots 0]^T = \chi'' \mathbf{1}$. \square

Teoreme 6.1 i 6.2 su vezane za topologiju mreže preko strukture matrice $\bar{\Gamma}$. Naime, usled (6.C), $\bar{\Gamma}$ ima jednu sopstvenu vrednost u nuli i ostale sopstvene vrednosti u levoj poluravni; ta činjenica osigurava kontrakciju odgovarajućih rekurzija i postizanje konsenzusa. Asimptotska brzina konvergencije zavisi od nenulih sopstvenih vrednosti matrice $\bar{\Gamma}$ najbližih koordinatnom početku, koje, pak, zavise od stepena povezanosti mreže [60], [94] i [95]

U slučaju nepostojanja poremećaja, Teoreme 6.1 i 6.2 i dalje stoje. Štaviše, brzina konvergencije može da se učini eksponencijalnom usvajanjem konstantne veličine koraka $\delta_i(k) = \delta > 0$.

6.6 Algoritam sa referentnim čvorom

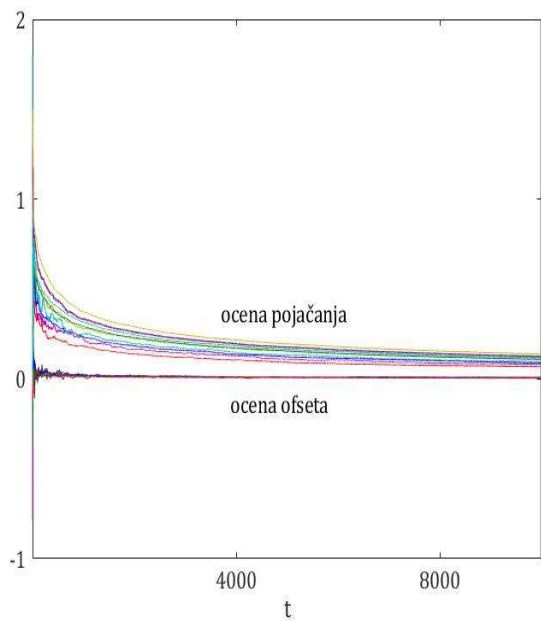
Data analiza se odnosi na konvergenciju ka konsenzusu korigovanih pojačanja i ofseta, bez specificiranja samih tačaka konvergencije; one zavise od početnih uslova, izbora težina γ_{ij} , parametara senzora, topologije mreže i statističkih osobina samog merenog signala. Zaključci izvedeni u prethodnim poglavljima u ovom smislu mogu direktno da se primene. Primitimo samo da je, tipično, dominantan deo asimptotskih vrednosti korigovanih pojačanja i ofseta determinističke prirode i zavisi od matrice $\bar{\Gamma}$ [57]. Uticaj čvora i na vrednosti dobijene u konsenzusu može da se poveća bilo smanjivanjem γ_{ij} ili povećanjem γ_{ji} , $j = 1, \dots, n$.

Predložena metodologija kalibracije ima direktan korektivni efekat na mrežu senzora kao celinu kada je većina senzora dobro kalibrisana. Kada je postignuto da se svi senzori (u konsenzusu) ponašaju na isti način, lako je postići rekonstrukciju signala koristeći mikro kalibraciju samo jednog čvora. Moguće je, takođe, izabrati jedan senzor sa fiksnim idealnim karakteristikama kao referentni senzor usvajajući $\gamma_{ij} = 0$ za neko i , odnosno, uvodeći $\hat{a}_i(k) = \hat{a}_i(k-1)$ i $\hat{b}_i(k) = \hat{b}_i(k-1)$. Mreža je tada “okačena” za izabrani čvor (videti diskusije u prethodnim poglavljima). Lako se može proveriti da dobijeni teorijski rezultati važe i u tom specijalnom slučaju; naime, svi korigovani parametri kalibracije konvergiraju u sks i sv1 prethodno definisanim vrednostima pod uslovima navedenim u Teoremama 6.1 i 6.2. Autonomna korekcija pojačanja, kombinovana sa komplementarnom korekcijom ofseta, pruža praktičnu prednost datom algoritmu u odnosu na sličan algoritam predložen u [57]. Povećanje brzine konvergencije je tada posebno značajno, imajući u vidu da je, u opštem slučaju, brzina konvergencije ka konsenzusu mreža okačenih za dati čvor relativno mala (pogledati odgovarajuće rezultate simulacije).

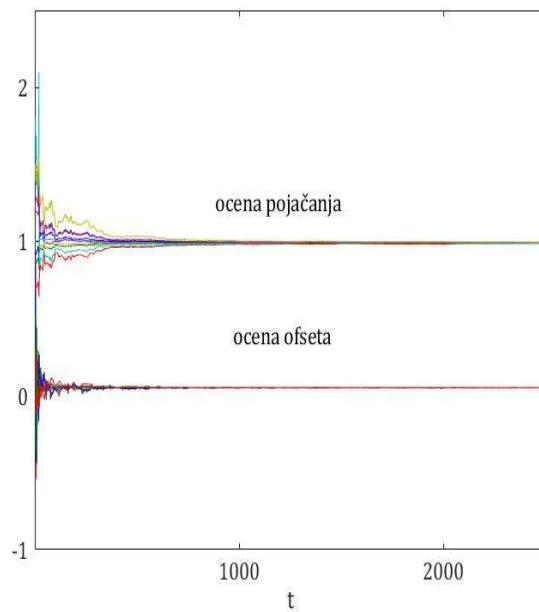
6.7 Rezultati simulacija

Osnovne osobine predloženog algoritma su ilustrovane simulacijama vezanim za senzorsku mrežu sa deset čvorova. Usmereni grafovi koji zadovoljavaju uslov (6.C) su birani slučajno, kao i parametri α_i i β_i oko jedan i nule, respektivno, sa standardnom devijacijom 0.1. Usvojeno je da lokalni satovi otkucavaju u skladu sa Poasonovim procesima jediničnog parametra. Signal $x(k)$ je generisan koristeći linearni autoregresioni (AR) model drugog reda, sa standardnom devijacijom 0.75.

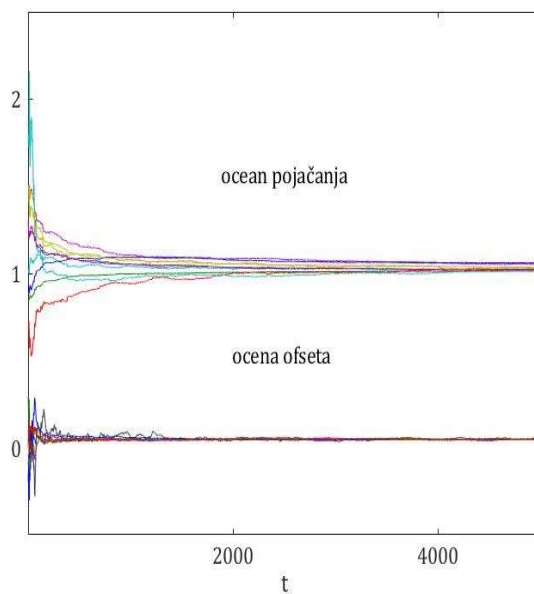
Na slikama 6.1, 6.2 i 6.3 dati su korigovana pojačanja i ofseti $\hat{g}_i(k)$ i $\hat{f}_i(k)$ generisani koristeći predloženi algoritam u slučaju kada postoje i komunikacioni i merni šum. Slika 6.1 daje ilustraciju značaja uloge instrumentalnih promenljivih. Rezultati se odnose na algoritam (6.8) sa $d_i(k) = k$, kada on postaje regularni gradijentni algoritam ($c = 0.75$). Očigledno je da konvergencija korigovanih pojačanja ka konsenzusu ne može da se ostvari datom slučaju. Na slikama 6.2 i 6.3 prikazani su rezultati dobijeni primenom instrumentalnih promenljivih, u skladu sa (6.5). Jasno je da ocene konvergiraju brzo i glatko ka asimptotskim vrednostima u konsenzusu. Nađeno je putem mnogih simulacija da predloženi algoritam pruža bolje performanse od algoritma predloženog u [57] (zasnovanog na simultanom ocenjivanju pojačanja i ofseta) u svim realnim situacijama u kojima je nivo šuma ispod 10 procenata nivoa signala. U slučaju većeg intenziteta šuma algoritam iz [57] pokazuje veću robusnost, što se može očekivati imajući u vidu da izraz za ukupni šum u predloženom algoritmu sadrži inkremente nekorelisanih nizova mernog šuma koji figurira u [57].



Slika 6.1: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez instr. promenljivih

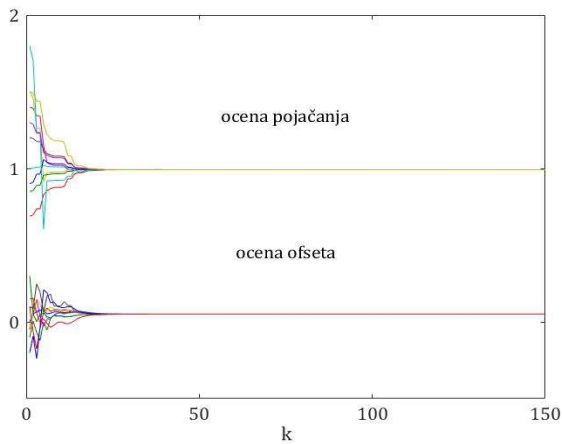


Slika 6.2: Simultano ocenjivanje, asinhrono, sa instr. promenljivim, šum $\sigma = 0.02$

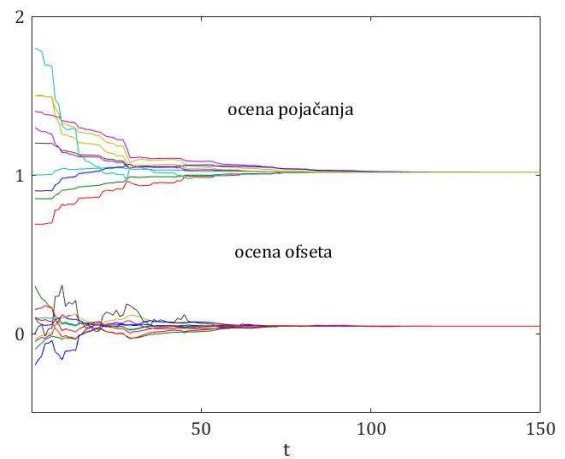


Slika 6.3: Simultano ocenjivanje, asinhrono, sa instr. promenljivim, šum $\sigma = 0.075$

Slike 6.4 i 6.5 ilustruju slučaj u kome su šumovi odsutni, kako bi se sagledala dostiživa brzina konvergencije. Slika 6.4 odgovara predloženom algoritmu, a slika 6.5 algoritmu predloženom u [56]. Veličina koraka je bila konstantna $\delta = 0.01$. Očigledno, predloženi algoritam konvergira brže nego algoritam predložen u [56].

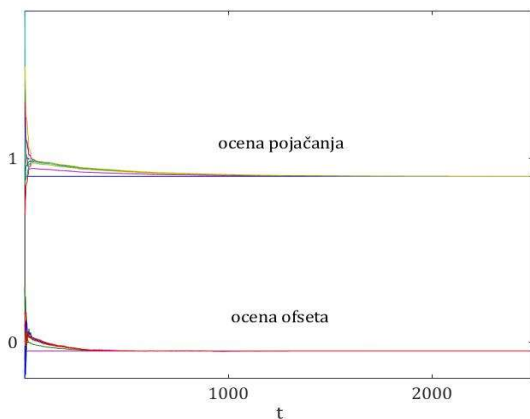


Slika 6.4: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez šuma

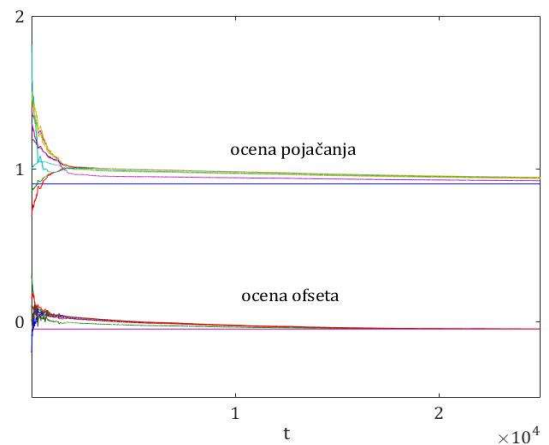


Slika 6.5: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez šuma, predloženog u [56]

Slike 6.6 i 6.7 se odnose na slučaj kada je jedan čvor usvojen kao referenca. Prednost predloženog algoritma u odnosu na algoritam iz [57] je očigledna (treba obratiti pažnju na skalu apscisa u datim slikama).



Slika 6.6: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez šuma, sa ref. čvorom



Slika 6.7: Simultano ocenjivanje, asinhrono, bez šuma, ref. čvor, predloženo u [57]

7 DISTRIBUIRANI NELINEARNI ROBUSNI ALGORITMI KALIBRACIJE

U ovom poglavlju prikazana je generalizacija predloženih algoritama kalibracije u smislu uvođenja nelinearne transformacije reziduala. Data je analiza konvergencije ka konsenzusu u sks i svl pri veoma opštim pretpostavkama o primenjenoj nelinearnoj transformaciji. Pokazano je da se primenom nelinearnih transformacija proisteklih iz metodologije robusne statistike algoritam kalibracije može učiniti robusnim u odnosu na sporadične realizacije šuma velikog intenziteta. Rezultati Monte Karlo simulacija ilustruju dobre osobine predloženih algoritama.

7.1 Formulacija problema

Usvojicemo, kao u Poglavlju 5, stohastičku postavku [56], [57]. Razmatracemo n distribuiranih senzora koji mere signal $x(k)$ u diskretnim trenucima k (ekvidistantnim u kontinualnom vremenu t), $k \in \mathfrak{S}^+$, gde je \mathfrak{S}^+ skup pozitivnih celih brojeva. Izlazi senzora su

$$y_i(k) = \alpha_i x(k) + \beta_i + \eta_i(k) \quad (7.1)$$

gde su pojačanje $\alpha_i > 0$ i ofset β_i nepoznate konstante, a $\eta_i(k)$ aditivni merni šum, $i = 1, \dots, n$.

Kalibracija senzora se vrši pomoću affine kalibracione transformacije

$$z_i(k) = a_i y_i(k) + b_i = g_i x(k) + f_i + a_i \eta_i(k), \quad (7.2)$$

gde je $z_i(k)$ korigovani izlaz, a a_i and b_i korekcioni kalibracioni parametri. Sledi da je $g_i = a_i \alpha_i$ korigovano pojačanje, a $f_i = a_i \beta_i + b_i$ korigovani ofset.

Pretpostavlja se da su senzori međusobno povezani, i da formiraju mrežu sa topologijom predstavljenom neusmerenim grafom $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathcal{E})$, gde je \mathcal{N} skup čvorova (senzora), a \mathcal{E} skup veza (ivica) (i, j) . Neka je $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{N} | (j, i) \in \mathcal{E}\}$ skup susednih čvorova i -tom čvoru. Svaka veza između čvorova j i i je podložna uticaju aditivnog komunikacionog šuma $\rho_{ij}(k)$.

Polazeći od postavke problema, u prethodnim poglavljima dat je prikaz primene originalnog linearnog algoritma zasnovanog na odvojenim rekurzijama za kalibracione parametre pojačanja i ofseta [98], [99]. U ovom poglavlju ćemo dalje razviti osnovnu ideju u sledeća tri pravca:

- 1) predlog novog nelinearnog kalibracionog algoritma inspirisanog najnovijim rezultatima vezanim za nelinearne šeme tipa konsenzusa [100], [101], [102];
- 2) teorijsku analizu konvergencije predloženog algoritma ka konsenzusu;
- 3) primenu metodologije robusne statistike pri izboru nelinearne transformacije u cilju smanjenja osetljivosti na aditivni komunikacioni i merni šum.

7.2 Nelinearni algoritmi kalibracije

Algoritam za korekciju pojačanja izveden je koristeći sledeći model

$$\Delta y_i(k) = y_i(k) - y_i(k-1) = \alpha_i \Delta x(k) + \Delta \eta_i(k), \quad (7.3)$$

gde je $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$, a $\Delta \eta_i(k) = \eta_i(k) - \eta_i(k-1)$ (videti [98] i [99]). U Poglavlju 5 je dat prikaz primene metodologije instrumentalnih promenljivih u cilju eliminacije problema korelisanosti šuma u eksplicitnim gradijentnim šemama [63]. Ne ponavljajući ovde sve detalje date ranije (Poglavlje 5), navešćemo samo finalnu formu nelinearnog algoritma za estimaciju korekcije pojačanja koja se razlikuje od one prikazane u poglavlju 5 činjenicom da se primenjuje nelinearna transformacija reziduala

$$\hat{a}_i(k) = \hat{a}_i(k-1) + \delta_i(k) \varphi_i \left[\sum_{j \in \mathcal{N}_i} \gamma_{ij} \Delta \epsilon_{i,j}(k) \right] \Delta y_i(k-\tau), \quad (7.4)$$

gde je $\hat{a}_i(k)$ ocena a_i , $\delta_i(k) > 0$ je veličina koraka, $\gamma_{ij} \geq 0$ su *a priori* izabrane konstantne težine,

$$\Delta \epsilon_{i,j}(k) = \Delta \hat{z}_j(k) + \rho_{ij}^a(k) - \Delta \hat{z}_i(k) \quad (7.5)$$

predstavlja rezidual, $\Delta \hat{z}_i(k) = \hat{a}_i(k-1) \Delta y_i(k)$, $\rho_{ij}^a(k)$ predstavlja aditivni komunikacioni šum koji se pojavljuje prilikom slanja $\Delta \hat{z}_j(k)$ od čvora j do čvora i , a τ predstavlja kašnjenje uvedeno preko instrumentalne promenljive (primetimo da se za $\tau = 0$ algoritam pretvara u gradijentni algoritam adekvatan u slučaju odsustva šuma). Funkcije $\varphi_i[\cdot]$ su nelinearne realne funkcije čija će uloga biti diskutovana u daljem tekstu. Usvaja se da je $\hat{a}_i(0) = 1$ [98]. Proceduralno, algoritam je veoma jednostavan:

- 1) inkrementi mernog signala $\Delta y_i(k)$ dobijaju se u čvoru i i u čvorovima iz njegove okoline, $j \in \mathcal{N}_i$,

- 2) inkrementi iz okoline šalju se čvoru i koji ih prima sa superponiranim komunikacionim šumom,
- 3) članovi $\Delta\epsilon_{i,j}(k)$ se računaju prema (7.5),
- 4) izabrani prethodni inkrement merenja $\Delta y_i(k - \tau)$ se uzima iz lokalne memorije,
- 5) nova vrednost $\hat{a}_i(k)$ se računa prema (7.4).

Pretpostavljajući da je $\hat{a}_i(k)$ generisano rekurzijom (7.4), predlaže se sledeći nelinearni distribuirani algoritam za generisanje ocena ofseta $\hat{b}_i(k)$

$$\hat{b}_i(k) = \hat{b}_i(k - 1) + \delta_i(k)\psi_i[\sum_{j \in \mathcal{N}_i} \gamma_{ij} \epsilon_{i,j}(k)], \quad (7.6)$$

gde je $\epsilon_{i,j}(k) = \hat{z}_j(k) + \rho_{ij}^b(k) - \hat{z}_i(k)$, $\hat{z}_i(k) = \hat{a}_i(k - 1)y_i(k) + \hat{b}_i(k - 1)$, dok $\rho_{ij}^b(k)$ predstavlja komunikacioni šum koji se generiše prilikom slanja $\hat{z}_j(k)$ od strane čvora j čvoru i . Realne funkcije $\psi_i[\cdot]$ će biti specificirane u daljem tekstu. Usvaja se i ovde da je $\hat{b}_i(0) = 0$. Proceduralno, imamo sledeće korake:

- 1) merenja $y_i(k)$ se dobijaju u čvoru i i susednim čvorovima,
- 2) merenja dobijena u susednim čvorovima šalju se čvoru i , gde stižu sa superponiranim komunikacionim šumom,
- 3) članovi $\epsilon_{i,j}(k)$ se dobijaju u čvoru i ,
- 4) računanje $\hat{b}_i(k)$ se vrši prema (7.6).

Očigledno, rekurzije (7.4) i (7.6) redukuju se na linearne rekurzije kada je $\varphi[x] = x$ i $\psi[x] = x$.

Kao i u ranijim poglavljima, moguće je izvesti iz (7.4) i (7.6) odgovarajuće lokalne rekurzije za korigovana pojačanja $\hat{g}_i(k) = \alpha_i \hat{a}_i(k)$ i korigovane ofsete $\hat{f}_i(k) = \beta_i \hat{a}_i(k) + \hat{b}_i(k)$. Mi ćemo ovde dati samo vektorsko-matrični globalni model na nivou mreže.

Sve rekurzije (7.4), $i = 1, \dots, n$, su predstavljene sledećim globalnim nelinearnim modelom

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}}(k) &= \hat{\mathbf{g}}(k - 1) \\ &+ \mathbf{\Delta}(k)\boldsymbol{\alpha}(\Delta x(k - \tau)\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{\Delta E}(k - \tau))\boldsymbol{\Phi}[\Delta x(k)\boldsymbol{\Gamma}\hat{\mathbf{g}}(k - 1), \boldsymbol{\eta}^g(k)] \end{aligned} \quad (7.7)$$

gde su:

- $\hat{\mathbf{g}} = [\hat{g}_1 \cdots \hat{g}_n]^T$,
- $\Delta(k) = \text{diag} \{ \delta_1(k), \dots, \delta_n(k) \}$,
- $\alpha = \text{diag} \{ \alpha_1, \dots, \alpha_n \}$,
- $\Phi[\Delta x \Gamma \hat{\mathbf{g}}, \boldsymbol{\eta}^g] = [\varphi_1[\Delta x \Gamma^{(1)} \hat{\mathbf{g}} + \eta_1^g] \cdots \varphi_n[\Delta x \Gamma^{(n)} \hat{\mathbf{g}} + \eta_n^g]]^T$,
- $\Gamma^{(i)}$ je i -ti vektor red $n \times n$ matrice $\Gamma = [\gamma_{ij}]$,
- $\boldsymbol{\eta}^g = [\eta_1^g \cdots \eta_n^g]^T$,
- $\eta_i^g = \Gamma^{(i)} \alpha^{-1} \Delta \boldsymbol{\Xi} \hat{\mathbf{g}} + \rho_i^a$, $\rho_i^a = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \gamma_{ij} \rho_{ij}^a$,
- $\Delta \boldsymbol{\Xi} = \text{diag} \{ \Delta \eta_1, \dots, \Delta \eta_n \}$.

Na sličan način, globalni model za rekurzije (7.6) je:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}(k) = & \hat{\mathbf{f}}(k-1) + \Delta(k) \boldsymbol{\beta} (\Delta x(k-\tau) \alpha + \Delta \boldsymbol{\Xi}(k-\tau)) \Phi[\Delta x(k) \Gamma \hat{\mathbf{g}}(k- \\ & 1), \boldsymbol{\eta}^g(k)] + \Delta(k) \boldsymbol{\Psi} [x(k) \Gamma \hat{\mathbf{g}}(k-1), \Gamma \hat{\mathbf{f}}(k-1), \boldsymbol{\eta}^f(k)], \end{aligned} \quad (7.8)$$

gde su:

- $\hat{\mathbf{f}} = [\hat{f}_1 \cdots \hat{f}_n]^T$,
- $\boldsymbol{\beta} = \text{diag} \{ \beta_1, \dots, \beta_n \}$,
- $\boldsymbol{\Psi} [x \Gamma \hat{\mathbf{g}}, \Gamma \hat{\mathbf{f}}, \boldsymbol{\eta}^f] = [\psi_1 [x \Gamma^{(1)} \hat{\mathbf{g}} + \Gamma^{(1)} \hat{\mathbf{f}} + \eta_1^f] \cdots \psi_n [x \Gamma^{(n)} \hat{\mathbf{g}} + \Gamma^{(n)} \hat{\mathbf{f}} + \eta_n^f]]^T$,
- $\boldsymbol{\eta}^f = [\eta_1^f \cdots \eta_n^f]^T$,
- $\eta_i^f = \Gamma^{(i)} \alpha^{-1} \boldsymbol{\Xi} \hat{\mathbf{g}} + \rho_i^b$, $\rho_i^b = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \gamma_{ij} \rho_{ij}^b$,
- $\boldsymbol{\Xi} = \text{diag} \{ \eta_1, \dots, \eta_n \}$.

U skladu sa (7.4) i (7.6), $\hat{\mathbf{g}}(0) = [\alpha_1 \cdots \alpha_n]^T$ i $\hat{\mathbf{f}}(0) = [\beta_1 \cdots \beta_n]^T$.

7.3 Analiza konvergencije algoritma

Analiza konvergencije predloženog algoritma biće data za nelinearne transformacije koje zadovoljavaju veoma opšte uslove, polazeći od rezultata datih u [68], [69], [101]. Detaljan dokaz dat je za algoritam za korekciju pojačanja; dokaz za algoritam korekcije ofseta dat je samo u opštim crtama, imajući u vidu sličnosti sa dokazom konvergencije algoritma za korekciju pojačanja, kao i sa dokazima datim u prethodnim poglavljima.

Uvedimo sledeće pretpostavke:

(7.A) Graf \mathcal{G} je povezan;

(7.B) Slučajni nizovi $\{\eta_i\}$, $\{\rho_{ij}^a\}$ i $\{\rho_{ij}^b\}$ su međusobno nezavisni, sačinjeni od nezavisnih i jednako raspedeljenih slučajnih promenljivih sa simetričnim funkcijama raspodele, $i, j = 1, \dots, n$;

(7.C) Realne funkcije $\varphi_i[v]$ i $\psi_i[v]$ su:

- a) neparne i kontinualne, izuzimajući, eventualno, skup tačaka Lebegove mere nula;
- b) monotono neopadajuće, sa zajedničkom tačkom rasta (*growth point*) sa funkcijama raspodele η_i^g i η_i^f , respektivno (videti [68] za detalje);

(7.D) $|\varphi_i[v]| \leq k_i^\varphi(1 + |v|)$, $|\psi_i[v]| \leq k_i^\psi(1 + |v|)$, $\int v^2 d\Phi_{ij}^\eta < \infty$, $i = 1, \dots, n$, $j \in \mathcal{N}_i$;

(7.E) Funkcije $\bar{\varphi}_i[a]$ i $\bar{\psi}_i[a]$ su diferencijabilne u nuli, gde je $\bar{\varphi}_i[v] = \int \varphi_i[v + a] dP_i^g(a)$, $\bar{\psi}_i[v] = \int \psi_i[v + a] dP_i^f(a)$, pri čemu $P_i^g(a)$ i $P_i^f(a)$ predstavljaju funkcije raspodele η_i^g i η_i^f , respektivno;

(7.F) $\delta_i(k) = 1/k$;

(7.G) Niz $\{x(k)\}$ je stacionaran, ograničen sv1 i nezavisan od $\{\eta_i\}$ and $\{\rho_{ij}\}$;

(7.H) $E\{\Delta x(k)^2 | \mathcal{F}_{k-t}\} > c_x > 0$, gde je \mathcal{F}_{k-t} minimalna σ -algebra generisana merenjima do trenutka $k - t$, $t \geq 1$.

Pretpostavke (7.A) i (7.B) su standardne. Pretpostavke (7.C)-(7.E) se odnose na opšte osobine uvedenih nelinearnosti; više tehničkih detalja može da se nađe u [68] (Leme 1-6 iz ovog rada su veoma značajne za sva izvođenja prikazana u daljem tekstu). Treba uočiti da, prema

pretpostavkama, nelinearnosti treba da budu takve da očuvaju znak argumenta [103]. Primitimo da je pretpostavka (7.E) unekoliko blaža od analogne pretpostavke u [101] (ta činjenica ima isključivo teorijski značaj). Pretpostavka (7.F) je uvedena radi veće transparentnosti analize i direktne veze sa asimptotski optimalnim algoritmima prikazanim u [70] i [104]. Pretpostavke (7.G) i (7.H) koje se odnose na mereni signal su veoma blage; suštinski, one eliminišu nedovoljno eksitujuće signale.

Kao posledica (7.A), matrica $\mathbf{\Gamma}$ ima jednu sopstvenu vrednost u nuli, pri čemu su sve ostale sopstvene vrednosti u levoj poluravni. Odatle sledi postojanje nesingularne matrice \mathbf{T} u formi $\mathbf{T} = \left[\frac{1}{\sqrt{n}} \mathbf{1} : \mathbf{T}_1 \right]$, gde je \mathbf{T}_1 $n \times (n - 1)$ ortogonalna matrica koja zadovoljava uslov $\text{span}(\mathbf{T}_1) = \text{span}(\mathbf{\Gamma})$ i daje

$$\mathbf{T}^T \mathbf{\Gamma} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Gamma}^* \end{bmatrix}, \quad (7.9)$$

gde je $\mathbf{\Gamma}^*$ simetrična negativno definitna $(n - 1) \times (n - 1)$ matrica [57].

7.4 Korekcija pojačanja

Teorema 7.1:

Neka su zadovoljene pretpostavke (7.A)-(7.H). Tada $\hat{\mathbf{g}}(k)$ konvergira ka konsenzusu u smislu da je $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{g}}(k) = \chi \mathbf{1}$ u sks i sv1, gde je $\chi = \chi(\omega)$ slučajna promenljiva koja zadovoljava uslov $|\chi| < \infty$ (sv1). Štaviše,

$$E\{\|\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}\|^2\} = O(k^{-\rho'}), \quad k \rightarrow \infty, \quad (7.10)$$

za neko $0 < \rho' \leq 1$, i

$$k^\mu \|\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}\|^2 = 0 \quad (\text{sv1}), \quad (7.11)$$

gde je $0 < \mu < \rho'$.

Dokaz:

- 1) Komunikacioni šum

Prvo ćemo analizirati slučaj kada postoji samo komunikacioni šum i kada je , otuda, $\tau = 0$ u (7.4): algoritam je tada redukovano na gradijentnu formu, kako bismo što jasnije ukazali na osnovne efekte uvođenja nelinearnih transformacija $\varphi_i[\cdot]$ i $\psi_i[\cdot]$.

Napišimo (7.7) na sledeći način:

$$\hat{\mathbf{g}}(k) = \hat{\mathbf{g}}(k-1) + \frac{1}{k} \{ \alpha^2 \mathbf{R}[\hat{\mathbf{g}}(k-1)] + \mathbf{N}^g(k) \}, \quad (7.12)$$

gde su:

- $\mathbf{R}[\hat{\mathbf{g}}] = [R_1[\hat{\mathbf{g}}] \cdots R_n[\hat{\mathbf{g}}]]^T$, $R_i[\hat{\mathbf{g}}] = E_{x|\hat{\mathbf{g}}} \{ \Delta x \varphi_i[\Delta x \Gamma^{(i)} \hat{\mathbf{g}}] \}$, ($E_{x|\hat{\mathbf{g}}}\{\cdot\}$ označava uslovno matematičko očekivanje kada su date prethodne ocene pojačanja u trenutku $k-1$)
- $\mathbf{N}^g(k) = \mathbf{N}^g[\Delta x(k), \hat{\mathbf{g}}(k-1), \boldsymbol{\rho}^a(k)]$, uz $\mathbf{N}^g[\Delta x, \hat{\mathbf{g}}, \boldsymbol{\rho}^a] = \alpha \{ \Phi[\Delta x, \Gamma \hat{\mathbf{g}}, \boldsymbol{\rho}^a] - \mathbf{R}[\hat{\mathbf{g}}] \}$ i $\boldsymbol{\rho}^a = [\rho_1^a \cdots \rho_n^a]^T$.

Važno je uočiti da je $E\{\mathbf{N}^g(k) | \mathcal{F}_{k-1}\} = \mathbf{0}$, što čini analizu kompatibilnom sa postavkom.

- Razmotrimo

$$r(\hat{\mathbf{g}}) = \int_{|\Delta x \Gamma^{(i)} \hat{\mathbf{g}}| \geq \varepsilon} \Delta x \bar{\varphi}_i[\Delta x \Gamma^{(i)} \hat{\mathbf{g}}] d\mu(\Delta x | \hat{\mathbf{g}}), \quad (7.13)$$

gde je $\mu(\Delta x | \hat{\mathbf{g}})$ uslovna raspodela Δx kada je dato $\hat{\mathbf{g}}$, i $\varepsilon > 0$. Prema [68], Teorema 1, zaključujemo da je $r(\hat{\mathbf{g}}) > 0$, s obzirom da je $E\{\Delta x^2 | \hat{\mathbf{g}}\} > 0$ usled (7.G) i (7.H). Prema tome, jednačina $\mathbf{R}[\hat{\mathbf{g}}] = \mathbf{0}$, koja određuje skup $D \subset \mathcal{R}^n$ mogućih tačaka konvergencije rekurzije (7.7), stoji akko je $\Gamma \hat{\mathbf{g}} = \mathbf{0}$.

Naka je $\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{g}} = [\tilde{\mathbf{g}}^{[1]} \tilde{\mathbf{g}}^{[2]T}]^T$, gde je \mathbf{T} definisano u (7.9) i $\dim \tilde{\mathbf{g}}^{[1]} = 1$. Tada je

$$\Gamma \hat{\mathbf{g}} = \Gamma \mathbf{T} \tilde{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_1^* \\ 0 & \Gamma_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}}^{[1]} \\ \tilde{\mathbf{g}}^{[2]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1^* \\ \Gamma_2^* \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}}^{[2]} = \mathbf{0}, \quad (7.14)$$

gde su Γ_1^* and Γ_2^* $1 \times (n-1)$ i $(n-1) \times (n-1)$ matrice, respektivno. Kako je $\text{rank}[\Gamma_1^{*T} \Gamma_2^{*T}] = n-1$, prema (7.9) (videti takođe [69]), skup D je određen relacijom $\tilde{\mathbf{g}}^{[2]} = \mathbf{0}$, pri čemu je $\tilde{\mathbf{g}}^{[1]}$ proizvoljno.

- Uvedimo funkciju Ljapunova

$$V(\hat{\boldsymbol{g}}) = -\frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{g}}^T \boldsymbol{\Gamma} \hat{\boldsymbol{g}} = -\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{g}}^{[2]T} \boldsymbol{\Gamma}^* \tilde{\boldsymbol{g}}^{[2]}, \quad (7.15)$$

koja teži $+\infty$ kada $\|\tilde{\boldsymbol{g}}^{[2]}\| \rightarrow \infty$, imajući u vidu osobine matrice \boldsymbol{T} . Kako je $r(\hat{\boldsymbol{g}}) > 0$, direktno zaključujemo da je

$$\nabla V(\hat{\boldsymbol{g}})^T \boldsymbol{R}[\hat{\boldsymbol{g}}] = -\hat{\boldsymbol{g}}^T \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{R}[\hat{\boldsymbol{g}}] > 0, \quad (7.16)$$

za $\varepsilon_1 \leq \|\tilde{\boldsymbol{g}}^{[2]}\| \leq 1/\varepsilon_1$, $\varepsilon_1 > 0$.

- Definišimo $u(\hat{\boldsymbol{g}}) = \|\boldsymbol{R}[\hat{\boldsymbol{g}}]\|^2 + E\{\|N[\Delta x, \hat{\boldsymbol{g}}, \boldsymbol{\rho}^\alpha]\|^2\}$.

Prateći metodološki [69], prema (7.B)-(7.F) dobijamo

$$u(\hat{\boldsymbol{g}}) \leq C[1 + V(\hat{\boldsymbol{g}})], \quad (7.17)$$

gde je $C > 0$ konstanta.

Odatle zaključujemo prema [69], da $\hat{\boldsymbol{g}}(k)$ teži sv1 ka tački koja pripada skupu D .

- Definišimo matricu $\boldsymbol{F}(\Delta x, \hat{\boldsymbol{g}}) = \text{diag}\{f_1(\Delta x, \hat{\boldsymbol{g}}), \dots, f_n(\Delta x, \hat{\boldsymbol{g}})\}$, gde je $f_i(\Delta x, \hat{\boldsymbol{g}}) = \bar{\varphi}_i[\alpha_i \Delta x^2 \boldsymbol{\Gamma}^{(i)} \hat{\boldsymbol{g}}] / (\alpha_i \Delta x^2 \boldsymbol{\Gamma}^{(i)} \hat{\boldsymbol{g}})$.

Prema (7.C)-(7.F), imajući u vidu konvergenciju $\hat{\boldsymbol{g}}(k)$ ka tačkama skupa D , zajedno sa osobinama funkcija $\bar{\varphi}_i[\cdot]$ u (7.E) (videti detalje u [68]), sledi da za $k \geq k_0$ postoji takvo $\varepsilon = \varepsilon(k_0) > 0$ da

$$0 < c_i^l \leq f_i(\Delta x, \hat{\boldsymbol{g}}) < c_i^u < \infty, \quad (7.18)$$

za $\varepsilon \leq \|\tilde{\boldsymbol{g}}^{[2]}\| \leq 1/\varepsilon$, imajući u vidu da $\boldsymbol{\Gamma}^{(i)} \hat{\boldsymbol{g}} = \boldsymbol{\Gamma}^{*(i)} \tilde{\boldsymbol{g}}^{[2]}$, gde je $\boldsymbol{\Gamma}^{*(i)}$ i -ti red matrice $[\boldsymbol{\Gamma}_1^{*T} \boldsymbol{\Gamma}_2^{*T}]^T$ (primetimo da je $\lim_{a \rightarrow 0} \bar{\varphi}_i[a]/a = c_0$, $0 < c_0 < \infty$, s obzirom da $\bar{\varphi}'[0]$ postoji i da je konačno, u skladu sa (7.E) i Lemom 6 iz [68]).

Prema (7.18), imamo

$$-\hat{\boldsymbol{g}}^T \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{R}[\hat{\boldsymbol{g}}] = -\hat{\boldsymbol{g}}^T \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\alpha}^2 E_{x|\hat{\boldsymbol{g}}}\{\boldsymbol{F}(\Delta x, \hat{\boldsymbol{g}}) \Delta x^2 \boldsymbol{\Gamma} \hat{\boldsymbol{g}}\} \geq \rho V(\hat{\boldsymbol{g}}), \quad (7.19)$$

gde je $\rho = 2c_x \min_i (c_i^l \alpha_i^2 \lambda_i(\boldsymbol{\Gamma}^*)) > 0$.

- Neka je $\mathcal{L}V(\hat{\mathbf{g}}(k-1)) = V(\hat{\mathbf{g}}(k)) - V(\hat{\mathbf{g}}(k-1))$.

Posle uvođenja izraza za $\hat{\mathbf{g}}(k)$ i sprovođenja standardne procedure majorizacije (prema [69], Lema 2.1, Odeljak 6), dobijamo da je za dovoljno veliko k

$$\mathcal{L}V(\hat{\mathbf{g}}(k)) \leq -\frac{\rho}{k}V(\hat{\mathbf{g}}(k)) + \frac{C_1}{k^2}, \quad (7.20)$$

gde je $C_1 > 0$. Posle iteriranja nazad do početnih uslova, dobijamo

$$V(\hat{\mathbf{g}}(k)) \leq O(k^{-\rho}) + O(k^{-1}), \quad (7.21)$$

odakle sledi da $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}$ konvergira ka nuli u sks, (pri čemu je $\rho' = \min\{1, \rho\}$).

- Da bi se dokazala relacija (7.11), uvodimo sledeću pomoćnu funkciju

$$V_1(k, \hat{\mathbf{g}}(k)) = k^\mu V(\hat{\mathbf{g}}(k)) + k^{-\nu}, \quad (7.22)$$

gde je $0 < \mu < 1$ i $0 < \nu < 1 - \mu$. Direktno dobijamo

$$\mathcal{L}V_1(k, \hat{\mathbf{g}}(k)) = k^\mu \mathcal{L}V(\hat{\mathbf{g}}(k)) + [k^\mu - (k-1)^\mu]V(\hat{\mathbf{g}}(k)) + k^{-\nu} - (k-1)^{-\nu}, \quad (7.23)$$

Za dovoljno veliko k i $\mu - \rho < 0$, dobijamo

$$\mathcal{L}V_1(k, \hat{\mathbf{g}}(k)) \leq (\mu - \rho)k^{\mu-1}V(\hat{\mathbf{g}}(k)) + C_2k^{\mu-2} - \rho k^{-\nu-1} \leq 0, \quad (7.24)$$

$C_2 > 0$. Sledi da je $\{V_1(k, \hat{\mathbf{g}}(k)), \mathcal{F}_k, k \geq k_0\}$ supermartingal, i da, prema tome, $\lim_{k \rightarrow \infty} k^\mu V(\hat{\mathbf{g}})$ postoji sv1 i jednak je nuli. Odatle sledi da je relacija (7.11) zadovoljena.

- Posle uvođenja $\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{g}}$ u (7.12), definišemo $\tilde{\mathbf{g}} = [\tilde{\mathbf{g}}^{[1]} : \tilde{\mathbf{g}}^{[2]T}]^T$, i dobijamo, prema definiciji funkcije \mathbf{F} , sledeću rekurziju

$$\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]} = \tilde{\mathbf{g}}(k-1)^{[1]} + \frac{1}{k} [\tilde{\mathbf{T}}(k)^{[1]} \tilde{\mathbf{g}}_r(k-1)^{[2]} + \tilde{\mathbf{N}}(k)^{[1]}], \quad (7.25)$$

gde su:

- $\tilde{\mathbf{R}}[\tilde{\mathbf{g}}] = \mathbf{T}^T \alpha \mathbf{R}[\mathbf{T}\tilde{\mathbf{g}}]$,
- $\tilde{\mathbf{N}}(k) = \mathbf{T}^T \mathbf{N}^g(k)$,

- $\tilde{\mathbf{T}}^{[1]}$ je prvi red matrice $\mathbf{T}^T \boldsymbol{\alpha}^2 E_{x|\hat{\boldsymbol{g}}}\{\Delta x^2 \mathbf{F}(\Delta x, \hat{\boldsymbol{g}})\}$,
- $\tilde{\boldsymbol{g}}_r^{[2]} = [\mathbf{r}^{*(1)} \tilde{\boldsymbol{g}}^{[2]} \dots \mathbf{r}^{*(n)} \tilde{\boldsymbol{g}}^{[2]}]^T$,
- $\tilde{\mathbf{N}}^{[1]}$ je prva komponenta $\tilde{\mathbf{N}}$.

Posle iteriranja do početnog uslova, dobijamo

$$\tilde{\boldsymbol{g}}(k)^{[1]} = \tilde{\boldsymbol{g}}(k_0)^{[1]} + S_1(k) + S_2(k), \quad (7.26)$$

gde je

$$S_1(k) = \sum_{j=k_0}^k \frac{1}{j} \tilde{\mathbf{T}}(j)^{[1]} \tilde{\boldsymbol{g}}_r(j-1)^{[2]},$$

i

$$S_2(k) = \sum_{j=k_0}^k \frac{1}{j} \tilde{\mathbf{N}}(j)^{[1]}.$$

Ograničenost matrice F implicira

$$|S_1(k)| \leq C_2 \sum_{j=k_0}^k \frac{1}{j} \|\tilde{\boldsymbol{g}}(j)^{[2]}\| < \infty, \quad C_2 < \infty, \quad (7.27)$$

(sv1), kao posledica (7.18).

S druge strane, $|S_2(k)| < \infty$ (sv.1), imajući u vidu da je $\{\tilde{\mathbf{N}}(k)^{[1]}\}$ niz diferencija martingala sa ograničenim drugim momentom.

- Prema prethodnoj tački, imamo da je $\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\boldsymbol{g}}(k)^{[1]} = \chi(\omega)' < \infty$, (sv.1). Tada je

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\boldsymbol{g}}(k) = \mathbf{T} \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\boldsymbol{g}}(k) = \chi(\omega) \mathbf{1}, \quad (7.28)$$

(sv.1), gde je $\chi(\omega) = \chi(\omega)' / \sqrt{n} < \infty$. Q.E.D.

2) Merni šum

U slučaju postojanja komunikacionog i mernog šuma u važnosti je generalni model (7.7) sa svim svojim stohastičkim komponentama, pa analiza postaje značajno kompleksnija. Može odmah da se uoči da postoje dva člana u izrazu koja zavise od mernog šuma:

a) dodatni argument u funkcijama $\phi_i[\cdot]$ (član $\Gamma^{(i)}\alpha^{-1}\Delta\mathbf{E}\hat{\mathbf{g}}$ u η_i^g), i

b) dodatni multiplikacioni član funkcija $\phi_i[\cdot]$ (član $\Delta\mathbf{E}(k - \tau)$ u (7.7)).

Što se tiče člana a), veoma je važno da se primeti da je u slučaju postojanja mernog šuma neophodno uvesti instrumentalne promenljive, što implicira da je $\tau \geq 2$ u (7.7) (da bi se dekorelisali članovi $\Delta\eta_i(k)$ i $\Delta\eta_i(k - \tau)$). Kako bi se primenila metodologija Teoreme 7.1, potrebno je pratiti opštu ideju iz [98] i uvesti dodatnu modifikaciju relacije (7.7) koja se sastoji od pomeraja u vremenu uvedenog tako da $\hat{\mathbf{g}}(k - 1)$ postane $\hat{\mathbf{g}}(k - \tau - 1)$. Ova modifikacija ima za cilj da ostvari dekorelaciju pojedinih članova u odnosu na prethodnu ocenu $\hat{\mathbf{g}}$; kao rezultat, dobija je skup od τ ugnježenih rekurzija tipa stohastičke aproksimacije (videti, na primer [105]). Polazeći od ovog koraka, dokaz u potpunosti sledi dokaz Teoreme 7.1, Deo A, uz niz neophodnih netrivialnih tehničkih detalja.

Član b) može formalno da se tretira koristeći standardne alate stohastičke aproksimacije, na primer [60], [69].

Detaljan prikaz svih tehničkih detalja dokaza bi opteretio rad i nepotrebno zamaglio suštinu i osnovnu motivaciju primene nelinearnih transformacija u robusnoj kalibraciji (teorijski aspekti zaslužuju dalju pažnju). Rezultati iscrpne Monte Karlo simulacije biće dati kao dokaz postignute robustifikacije algoritma u prisustvu velikih realizacija šuma, što je od suštinskog značaja za ovu disertaciju.

7.5 Korekcija ofseta

Analiza konvergencije algoritma za korekciju ofseta (7.8) može da se izvrši prateći metodološki Teoremu 7.1. Mi ćemo u ovom odeljku ukazati na bitne osobine algoritma vezane za eksterni uticaj ocena parametara korekcije pojačanja na ocene parametara ofseta.

Očigledno, već na prvi pogled može da se konstatuje da je struktura (7.8) složenija od one u (7.7), s obzirom da sadrži dve nelinearna člana ($\Phi[\cdot]$ i $\Psi[\cdot]$), u kojima argumenti zavise kako od $\hat{\mathbf{f}}$, tako i od $\hat{\mathbf{g}}$.

Primetimo odmah da u slučaju da je $\hat{\mathbf{g}} = \chi\mathbf{1}$, gde je χ slučajna promenljiva (što znači da je konsenzus u odnosu na $\hat{\mathbf{g}}$ već postignut), imamo:

$$\varphi_i[\alpha_i\Delta x^2\Gamma^{(i)}\hat{\mathbf{g}} + \rho_i^a] = \varphi_i[\rho_i^a],$$

i

$$\psi_i[x\Gamma^{(i)}\hat{\mathbf{g}} + \Gamma^{(i)}\hat{\mathbf{f}} + \rho_i^b] = \psi_i[\Gamma^{(i)}\hat{\mathbf{f}} + \rho_i^b],$$

($i = 1, \dots, n$). Član koji zavisi od $\Phi[\cdot]$ u (7.8) postaje tada beli šum pomnožen funkcijom $\frac{1}{k}$, a član koji zavisi od $\Psi[\cdot]$ poprima istu strukturu kao i član koji zavisi od $\Phi[\cdot]$ u (7.7). Shodno tome, može da se primeni rezultat Teoreme 7.1, imajući u vidu da i $\varphi_i[\cdot]$ i $\psi_i[\cdot]$ zadovoljavaju (7.C)-(7.E), po pretpostavci.

Generalno, za neko $k \geq k_0$, asimptotska relacija (7.11) za algoritam (7.7) implicira

$$\Gamma^{(i)}\hat{\mathbf{g}}(k) = \Gamma^{(i)}\chi\mathbf{1} + o(k^{-\mu}) = o(k^{-\mu}), \quad (7.29)$$

(sv1). Vraćanje ovog izraza u (7.7) ukazuje da kao rezultat imamo dodavanje člana $o(k^{-\mu})$ izrazima za argumente u $\varphi_i[\cdot]$ i $\psi_i[\cdot]$. Ti članovi mogu da se zanemare za dovoljno veliko k , tako da rezultati Teoreme 7.1 mogu da se primene sa suštinski malim modifikacijama.

Analiza konvergencije predloženog distribuiranog nelinearnog algoritma kalibracije predstavlja netrivialan tehnički izazov u opštem slučaju. Bazična metodologija koja treba dosledno da se primeni u kontekstu predloženog algoritma može se naći u klasičnoj knjizi o stohastičkoj aproksimaciji autora Neveljsona i Hasminskog [69] i u fundamentalnim radovima Poljaka i Cipkina [64], [68], [70], [71], [104], [106], s jedne strane, i u radovima vezanim za stohastičku konsenzus šemu [61], [101], [107], sa druge. Rad [101] posvećen opštim aspektima nelinearnog dinamičkog konsenzusa predstavlja jednog direktnog prethodnika ove analize, koja je suočena sa mnogo više formalnih tehničkih problema, imajući u vidu da: 1) algoritam sadrži dve međusobno povezane rekurzije tipa konsenzusa, 2) nepoznati mereni signal se pojavljuje u obe rekurzije, 3) dva pretpostavljena tipa šuma impliciraju dodatnu kompleksnost, s obzirom da unose promenljivost u vremenu argumenata u nelinearnim funkcijama. U tom smislu treba posmatrati i formalni dokaz Teoreme 7.1 i preostale formalne izazove.

7.6 Robusni algoritmi kalibracije

Osnovni cilj uvođenja nelinearnih transformacija u kalibracione algoritme (7.7) i (7.8) jeste robustifikacija u odnosu na komunikacioni i merni šum. Sledeći odeljak pruža neophodnu formalnu vezu između teorije robusne estimacije i distribuiranih algoritama kalibracije.

7.6.1 Opšti aspekti

Robusno ponašanje metoda statističkog ocenjivanja naišlo je na širok interes istraživača, polazeći od osnovnog koncepta robusne statistike, formulisanog od strane Hubera [65], [68], [108], [109]. Veoma koncizno, ako gustina verovatnoće šuma p pripada datoj klasi gustina \mathcal{P} , uvodi se kriterijumska funkcija

$$J = J(\varphi, p) = (\int \varphi^2 p dv) / (\int \varphi p' dv)^2, \quad (7.30)$$

gde je φ tzv. funkcija uticaja, koja određuje optimalnu funkciju $\varphi = \varphi^*$ iz uslova sedlaste tačke

$$\max_{p \in \mathcal{P}} J(\varphi^*, p) = \min_{\varphi} \max_{p \in \mathcal{P}} J(\varphi, p), \quad (7.31)$$

Pokazano je se rešenje ovog problema može naći preko iznalaženja najnepovoljnije gustine $p^* \in \mathcal{P}$ koja minimizira Fišerovu informaciju $I(p) = \int (p')^2 / p dv$ nad \mathcal{P} , i korišćenja formule

$$\varphi^*[v] = -(\log p^*(v))' \quad (7.32)$$

Za praksu su posebno značajni sledeći posebni slučajevi [68]:

- 1) $\mathcal{P}_1 = \{p: p(v) \text{ kontinualno u } 0, p(0) \geq \varepsilon > 0\}$ – najšira klasa proizvoljnih nesingularnih gustina. Tada je p^* Laplasova gustina i $\varphi^*[v] = 2\varepsilon \text{ sign } v$, tj., dobija se signum algoritam.
- 2) $\mathcal{P}_2 = \{p: \int v^2 p(v) dv \leq \sigma^2\}$. Tada je p^* normalna gustina, a $\varphi^*[v] = v/\sigma^2$. Linearni algoritam je optimalan na klasi gustina šuma sa konačnom varijansom.
- 3) $\mathcal{P}_3 = \{p: p = (1 - \varepsilon)p_0 + \varepsilon p_1, p_0 \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), p_1 \text{ je proizvoljno}\}$ – klasa približno normalnih raspodela. Tada je $\varphi^*[v] = v/\sigma^2$ za $|v| \leq d$, dok je $\varphi^*[v] = (d/\sigma^2) \text{ sign } v$ za $|v| > d$, ($d > 0$), tj. dobija se proporcionalni algoritam sa saturacijom.

U svojim fundamentalnim radovima, Cipkin i Poljak [68] su povezali robusnu statistiku sa asimptotskom optimalnošću rekursivnih šema stohastičke aproksimacije. Ovi autori su demonstrirali da optimalan izbor (u smislu minimalne sk greške) nelinearne funkcije $\varphi[\cdot]$ (ili $\psi[\cdot]$) u nelinearnim gradijentnim algoritmima tipa stohastičke aproksimacije sledi iz gustine šuma u skladu sa (7.28). To znači da iz najnepovoljnije raspodele za datu klasu proizlazi izbor nelinearne transformacije u algoritmu u skladu sa definicijom funkcije uticaja iz robusne statistike. Pokazano je se da u slučaju skalarne veličine koraka i linearne regresione funkcije $\mathbf{R}[X] = \mathbf{B}X$, asimptotska optimalnost u smislu minimalne sk greške može postići kada je

$\delta(k) = (kI(p)l)^{-1}$, gde je $I(p)$ Fišerova informacija $I(p) = \int (p')^2/p dv$, p gustina aditivnog šuma, a $l = \| \mathbf{B}^{-1} \|^{-1}$. Ova činjenica je dala motiv za pretpostavku (7.F) u analizi datoj u ovom poglavlju, tj. da veličina koraka bude u formi $\delta(k) = 1/k$ (videti (7.4) i (7.6)).

Mi ćemo teorijski i praktično posvetiti pažnju tzv. kontaminiranim raspodelama, u kojima je nominalna gustina (obično normalna) p_0 kontaminirana od strane gustine p_1 , koja je tipično okarakterisana velikom varijansom, u skladu sa

$$p = (1 - \varepsilon)p_0 + \varepsilon p_1, \quad (7.33)$$

gde je ε mali parametar kontaminacije. Takav model je adekvatan za mnogobrojne realne situacije u kojima merenja mogu da sadrže retke realizacije velikog intenziteta (poremećaji impulsnog tipa). Tada algoritmi optimizirani za normalnu raspodelu mogu da pokažu loše performanse [65], [110].

7.6.2 Robusna kalibracija

U kontekstu nelinearnih algoritama kalibracije diskutovanih sa opšteg stanovišta u ovom poglavlju, postoje dva bitna aspekta uticaja neregularnih realizacija koje kontaminiraju nominalni komunikacioni i merni šum.

- 1) Prvi aspekt je vezan za ponašanje nizova $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}$ (ili $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[2]}$), koji, prema dobijenim rezultatima, teže nuli u sks i sv1, obezbeđujući na taj način konvergenciju korigovanih parametara ka konsenzusu. Ovaj aspekt je analogan uticaju aditivnog šuma u opštem slučaju estmacije parametara u statičkim modelima [64], [68], [70], [71], [104], [106]. Sporadične velike realizacije šuma ne mogu da dovedu do divergencije algoritama u teorijskom smislu, ali mogu da učine da konvergencija bude neprihvatljivo spora.
- 2) Drugi aspekt je specifičan za predloženi algoritam kalibracije, koji predstavlja poseban slučaj šeme dinamičkog konsenzusa. Naime, pokazano je u Teoremi 7.1 da je asimptotska vrednost korigovanih parametara (zajednička za sve čvorove) sačinjena od tri komponente:
 - a) U (7.22), prva komponenta $\tilde{\mathbf{g}}(k_0)^{[1]}$ (ili $\tilde{\mathbf{f}}(k_0)^{[1]}$) je povezana sa početnim uslovom $\hat{\mathbf{g}}(k_0)$ (ili $\hat{\mathbf{f}}(k_0)$) preko linearne transformacije $\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{g}}$, t.j. imamo $\tilde{\mathbf{g}}(k_0)^{[1]} = \frac{1}{\sqrt{n}} [1 \cdots 1] \hat{\mathbf{g}}(k_0)$. Algoritam daje $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{g}}(k) = T \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{g}}(k)$, odakle sledi da ovaj

član predstavlja srednju vrednost početnih stanja čvorova, odnosno $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{g}_i(k_0) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i$.

- b) Druga komponenta, predstavljena članom $S_1(k)$ u (7.22), zavisi od čitave realizacije niza $\{\tilde{g}(k)^{[2]}\}$. Postojanje ovog člana pokazuje da srednji konsenzus nije moguće postići pomoću datog nelinearnog algoritma. U slučaju postojanja velikih neregularnih realizacija šuma, $S_1(k)$ može značajno da doprinese devijaciji u odnosu na srednji konsenzus kroz realizacije $\{\tilde{g}(k)^{[2]}\}$.
- c) Treća komponenta jeste član $S_2(k)$ u (7.22) koji neposredno zavisi od realizacija šuma; ovaj član direktno prenosi uticaj neregularnih realizacija na ocene parametara.

Predlog robustificiranih algoritama kalibracije sledi direktno iz datih argumenata. Naime, dve osnovne rekurzije u (7.4) i (7.6) ostaju strukturno onakve kakve su bile definisane u uvodu ovog poglavlja, ali se nelinearnosti $\varphi_i[\cdot]$ and $\psi_i[\cdot]$ definišu u skladu sa konceptima robusne estimacije. Mi ćemo eksplicitno koristiti relaciju (7.28) prilagođenu izabranoj klasi raspodela [64], [68], [104]. Imamo, na taj način, u slučaju klasa $\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_3$, dva specifična robusna algoritma kalibracije:

- prvi sa nelinearnošću saturacionog tipa, prema (\mathcal{P}_3), i
- drugi sa „signum“ nelinearnošću, prema (\mathcal{P}_1).

Evidentno je se mnogobrojni robustificirani kalibracioni algoritmi mogu izvesti koristeći generalno usvojeni okvir različitim izborom funkcija $\varphi_i[\cdot]$ and $\psi_i[\cdot]$.

Teorijska analiza dostignutog stepena robusnosti je veoma složena, imajući u vidu da u robusnoj statistici generalno postoje eksplicitne formulacije samo u veoma prostim slučajevima [66], [108], [110]. U toj situaciji, verifikacija efikasnosti algoritama može jedino da se osloni na ekstenzivnu Monte Karlo simulaciju. Fino podešavanje parametara koji karakterišu date nelinearnosti može da se izvrši takođe putem simulacije. Izbor veličine koraka algoritma u tom kontekstu ima, takođe, veliki značaj. Polazi se, naime, od opšteg izraza

$$\delta_i(k) = g_i / (a_i + b_i k^{\alpha_i}), \quad (7.34)$$

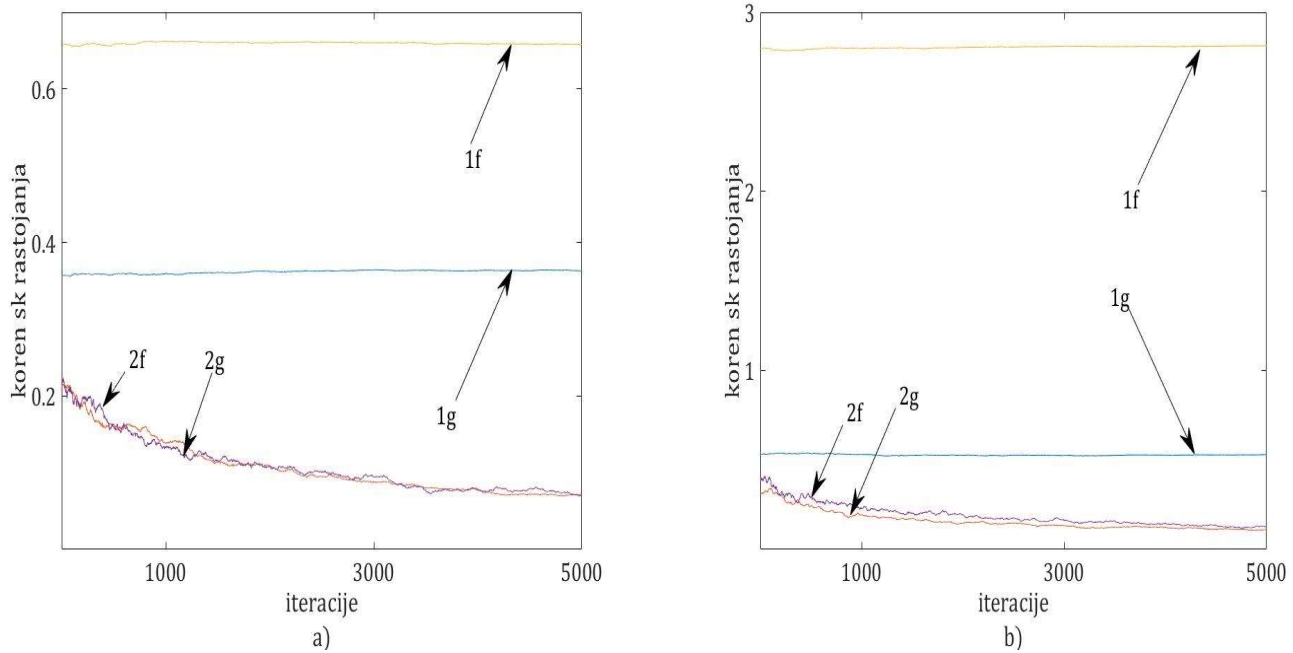
pa se eksperimentalno biraju parametri $g_i, a_i, b_i > 0$ I $\frac{1}{2} < \alpha_i \leq 1$. U slučaju (7.4) i (7.6) izbor težina γ_{ij} zaslužuje posebnu pažnju.

7.7 Rezultati simulacija

Rezultati prikazani u ovom odeljku su dobijeni simulacijom mreže sa deset čvorova. Grafovi koji zadovoljavaju uslov (7.A) su birani slučajno na početku svake simulacije, kao i parametri senzora α_i and β_i (oko jedinice i nule, respektivno, sa standardnom devijacijom jednakom 0.1). Mereni signal je generisan pomoću linearnog AR procesa drugog reda, sa standardnom devijacijom 0.75. Pažnja je poklonjena dvama bitnim aspektima:

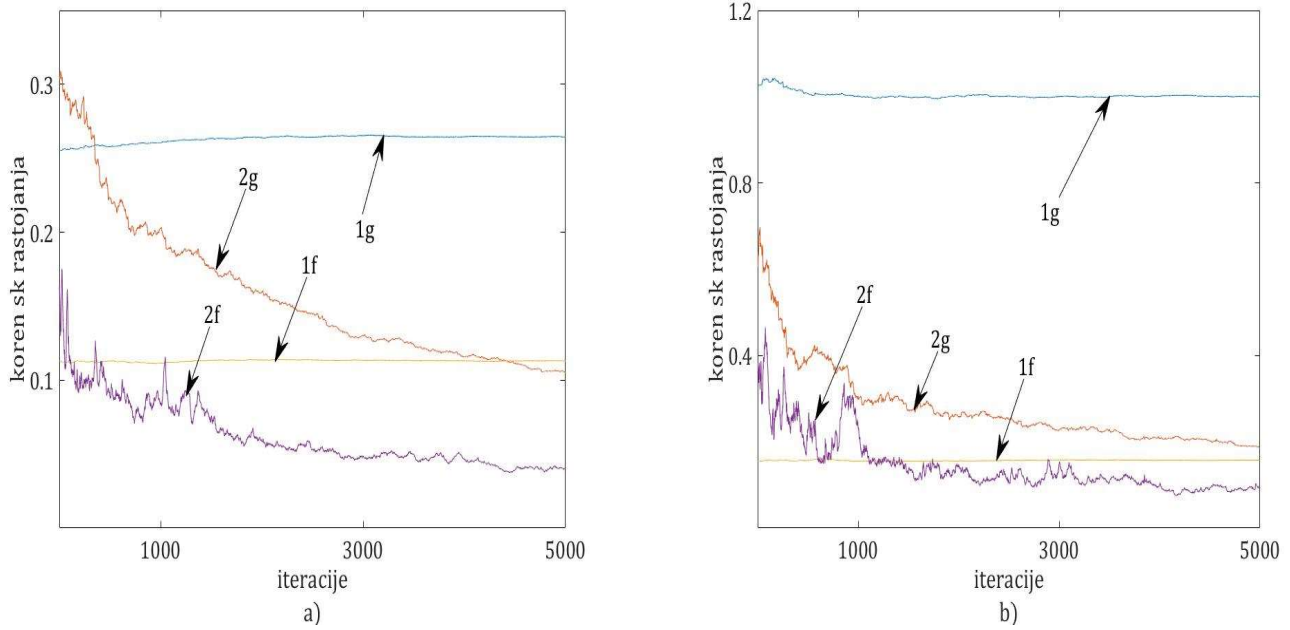
- 1) konvergencija ka nuli izvedenih nizova $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}$ i $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[2]}$;
- 2) rastojanje $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[1]}$ i $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[1]}$ od srednjih vrednosti $\frac{1}{n}\sum_i \alpha_i$ i $\frac{1}{n}\sum_i \beta_i$, respektivno.

Slika 7.1 sadrži rezultate primene (7.4) i (7.6) u prisustvu samo komunikacionog šuma. Nelinearnosti $\varphi_i[u]$ i $\psi_i[v]$ su definisane na slici 7.1(a) prema klasi raspodela \mathcal{P}_3 , a na slici 7.1(b) u skladu sa linearnim zakonom. Oba šuma ρ_{ij}^a i ρ_{ij}^b su simulirana kao gausovske mešavine (7.22) definisane u vezi sa \mathcal{P}_3 , sa $p_0 \sim \mathcal{N}(0; 1)$, $p_1 \sim \mathcal{N}(0; 10)$ i $\epsilon = 0.1$. Primenjene su odgovarajuće nelinearne transformacije saturacionog tipa, sa $d = 2$. Veličina koraka je bila definisana izrazom $\delta_i(k) = \delta(k) = 1/k^{0.9}$, prema (7.30). Krive sa oznakama 1g i 1f predstavljaju r.m.s. rastojanje (koren sk vrednosti rastojanja) između korigovanih pojačanja i ofseta i aritmetičkih sredina $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \alpha_i$ i $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \beta_i$, respektivno, dok krive sa oznakama 2g i 2f daju r.m.s. vrednosti nizova $\tilde{\mathbf{g}}(k)^{[2]}$ and $\tilde{\mathbf{f}}(k)^{[2]}$, respektivno; sve krive su dobijene na bazi 50 realizacija. Očigledno je da predloženi robusni algoritam daje mnogo bolje rezultate. I na sledećim slikama je prihvaćena ovakva logika prezentacije performansi algoritama.



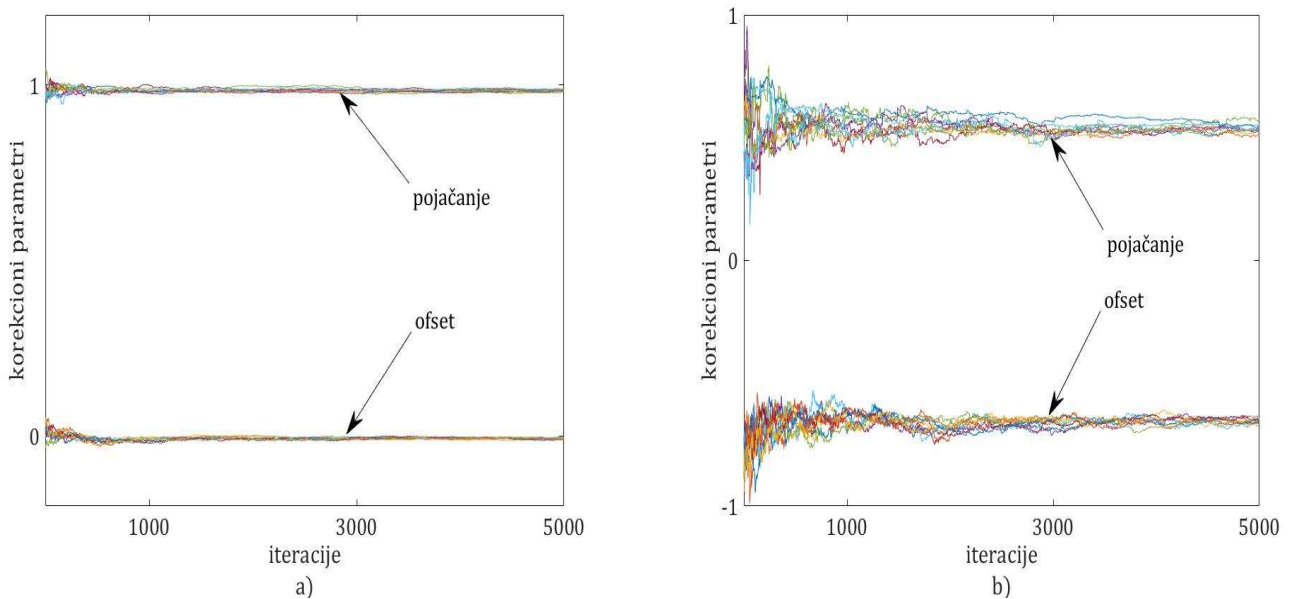
Slika 7.1: Komunikacioni šum; a) Nelinearnost saturacionog tipa, b) Linearno

Slika 7.2 daje uvid u robusnost predložene metode u odnosu na merni šum. Kako je navedeno, složenost članova koji zavise od šuma čini teorijsku analizu veoma složenom. Međutim, mnogi eksperimenti su pokazali da je predloženi algoritam pri postojanju mernog šuma skoro podjednako efikasan kao u slučaju komunikacionog šuma. Slike 7.2(a) i 7.2(b) su analogne slikama 7.1(a) i 7.1(b); merni šum je simuliran kao gausovska mešavina, sa $p_0 \sim \mathcal{N}(0; 0.1)$, $p_1 \sim \mathcal{N}(0; 3)$ i $\epsilon = 0.1$; usvojeno je $d = 0.3$. Očigledno je da je robusni algoritam superioran u odnosu na linearni algoritam. Ustanovljeno je, međutim, da je superiornost robusnog algoritma u odnosu na linearni manja u poređenju sa slučajem komunikacionog šuma što se može objasniti činjenicom da primena instrumentalnih promenljivih povećava varijansu srednje-kvadratne greške i smanjuje brzinu konvergencije u odnosu na gradijentnu šemu [57], [63], [91], [98], [111].



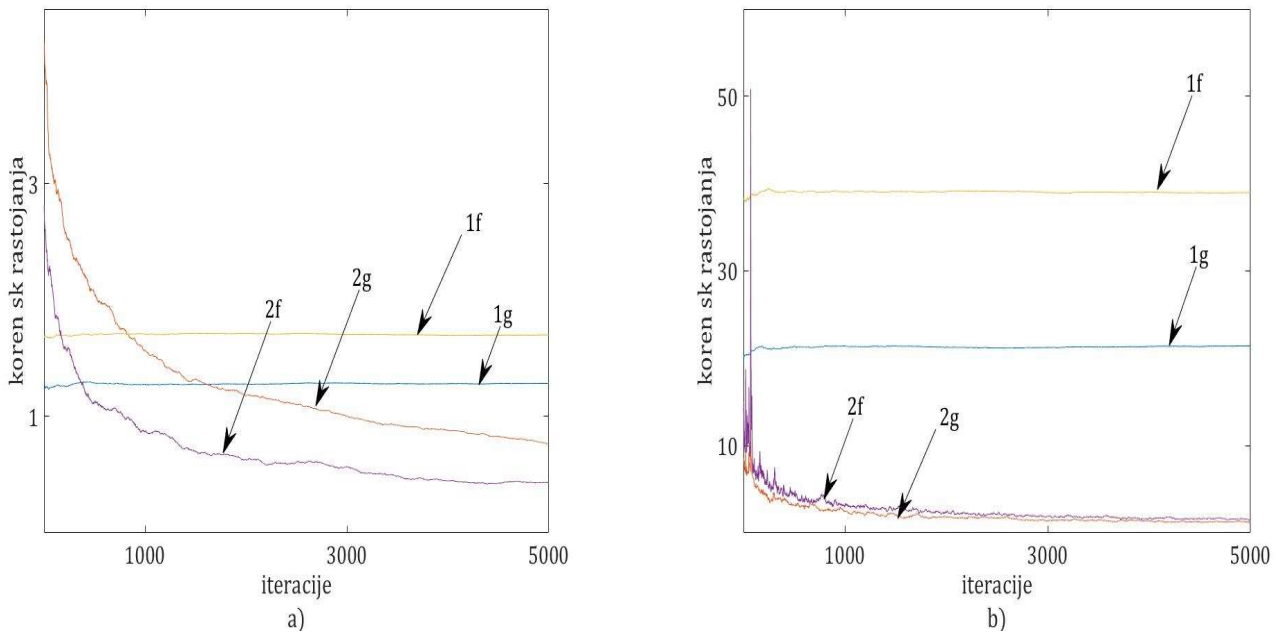
Slika 7.2: Merni šum; a) Nelinearnost saturacionog tipa, b) Linearno

Slika 7.3 prikazuje tipične realizacije samih korigovanih parametara $\hat{\mathbf{g}}(k)$ and $\hat{\mathbf{f}}(k)$: slika 7.3(a) odgovara predloženom robustificiranom algoritmu, a slika 7.3(b) linearnom algoritmu. Komunikacioni šum je generisan pomoću gausovske mešavine, sa $p_0 \sim \mathcal{N}(0; 0.1)$, $p_1 \sim \mathcal{N}(0; 3)$ i $\epsilon = 0.1$, dok je $d = 0.3$. Efekat robustifikacije je evidentan; u slučaju linearnog algoritma vidljiv je veliki pomeraj (idealne vrednosti su $\hat{\mathbf{g}}(k) = 1$ i $\hat{\mathbf{f}}(k) = 0$). Asimptotska varijansa je daleko manja u slučaju robusnog algoritma (u skladu sa slikom 7.1).



Slika 7.3: Parametri kalibracije; a) Nelinearnost saturacionog tipa, b) Linearno

Slika 7.4 je dobijena primenom: a) signum algoritma izvedenog na bazi klase gustina \mathcal{P}_1 (slika 7.4(a)) i b) linearnog algoritma (slika 7.4(b)). Komunikacioni šum je generisan korišćenjem $N(0; 10)$. Značenje i struktura slika su u saglasnosti sa slikom 7.1 i slikom 7.2. Očigledno, u slučaju stacionarnog šuma velikog intenziteta “signum” algoritam pokazuje veliku robusnost i bolje performanse od svih sličnih algoritama.



Slika 7.4: Komunikacioni šum; a) *Sign* algoritam, b) Linearno

Mnogobrojne simulacije su pokazale da performanse algoritama nisu značajno osetljive na izbor parametra d u slučaju \mathcal{P}_3 (Sl. 1); sve vrednosti $d \in [1.8, 3]$ dale su slične rezultate. U slučaju klase \mathcal{P}_1 , težinski koeficijenti definisani matricom Γ postaju značajni, utičući u velikoj meri na brzinu konvergencije.

Napomena. Dati rezultati i izvedeni zaključci treba da se interpretiraju u skladu sa opštom prirodom toka konvergencije algoritama stohastičke aproksimacije. Tipično je postojanje dva karakteristična člana u izrazu za gornju granicu srednje-kvadratne greške, od kojih prvi teži nuli eksponencijalno kada $k \rightarrow \infty$, a drugi teži nuli kao $\delta(k)$, gde je $\delta(k)$ veličina koraka [101], [107], [108], [109]. Praktično, prva granica odgovara inicijalnoj fazi estimacije koja počinje od početnih uslova i završava se u zoni bliskoj asimptotskim vrednostima (veličina ove zone zavisi od nivoa šuma), dok druga odgovara asimptotskoj fazi u okviru koje se primarno vrši odstranjenje uticaja šuma [112]. Karakterizacija robusnih algoritama kalibracije data u prethodnom tekstu se odnosi na asimptotsko ponašanje [64], [66], [68], [72]. Prema tome,

opservacije i zaključci dati prilikom interpretacije datih slika u ovom odeljku se odnose na slučaj kada je k dovoljno veliko, tako da početni delovi prikazanih krivih ne moraju da budu relevantni za ponašanje algoritma. Očigledno je sa slika 7.1, 7.2 i 7. 4 da je odnos između ordinata korespondentnih krivih manji od 0.5, potvrđujući prednost predloženog algoritma. Ovaj efekat je posebno izražen u slučaju krivih lf i lg . Slični fenomeni se mogu uočiti i na slici 7.3.

8 ZAKLJUČAK

Ova doktorska disertacija posvećena je problemu distribuirane makro kalibracije velikih senzorskih mreža koji je od velikog značaja za savremene primene, posebno u sklopu kiber-fizičkih sistema, interneta stvari i upravljanja velikim sistemima.

Imajući u vidu osnovnu motivaciju za bavljenje ovom problematikom koja proističe iz najnovijih pomaka u razvoju kiber-fizičkih sistema (KFS) i interneta stvari (IS), u Poglavlju 2 date su definicija i komparativna analiza kiber-fizičkih sistema i interneta stvari, sa posebnim naglaskom stavljenim na ulogu bežičnih senzorskih mreža u okviru kiber-fizičkih sistema i sistema upravljanja velikim sistemima. Obuhvaćene su opšte osobine ovih mreža, karakteristike čvorova u bežičnim senzorskim mrežama (BSM) i integracija BSM u KFS.

Poglavlje 3 posvećeno je prikazu stanja u oblasti kalibracije velikih senzorskih mreža. Date su osnovne definicije kalibracije senzora i senzorskih mreža, koje uključuju mikro- kalibraciju, makro-kalibraciju, makro-kalibraciju naslepo i distribuiranu kalibraciju. U posebnom odeljku su prikazani različiti modeli senzora korišćeni prilikom kalibracije, sa akcentom stavljenim na izbor forme modela i na različite aspekte tačnosti ocenjivanja njegovih parametara. Osnovni prilazi kalibraciji i atributi vezani za kalibraciju dati su u posebnom odeljku. Na bazi dostupne literature, koja se sastoji ne samo od naučno-tehničkih članaka, već i od prikaza projektovanih rešenja, ukratko su opisane najznačajnije metode za distribuiranu kalibraciju, s obzirom na srodnost sa metodom kalibracije predloženom u ovom radu. U tom smislu ove metode predstavljaju bazu za dalji razvoj i usavršavanje u smislu prilagođenja zahtevima prakse. U posebnom odeljku su prikazana neka aktuelna rešenja u oblasti kalibracije senzora koja su se pokazala kao uspešna i metodološki interesantna.

Na bazi formalne analogije problema distribuirane kalibracije i problema distribuirane sinhronizacije vremena u senzorskim mrežama, s jedne strane, i razrade ideje o formiranju gradijentnog algoritma estimacije parametara kalibracione funkcije, s druge, proistekao je originalni predlog algoritma makro-kalibracije naslepo koji predstavlja stožer rada. Algoritam se sastoji od:

- 1) nezavisnog rekurzivnog gradijentnog algoritma za ocenjivanje parametara korekcije pojačanja senzora koji polazi od modela priraštaja izlaznog signala senzora;
- 2) rekurzivnog gradijentnog algoritma za ocenjivanje parametara korekcije ofseta koji koristi tekuće rezultate dobijene u okviru algoritma ocenjivanja parametara pojačanja.

Ovakav kombinovani algoritam nije, koliko je autoru poznato, do sada razmatran u literaturi. U praktičnom, inženjerskom smislu, predloženi algoritam pruža računski jednostavno rešenje problema makro kalibracije u praksi, zasnovano na lokalnoj obradi mernih podataka i komunikaciji senzora samo sa svojim susedima.

U Poglavlju 4 analiziran je predloženi algoritam u slučaju odsustva poremećaja i pri sinhronim komunikacijama između čvorova. U cilju postupnosti prezentacije osobina predloženog algoritma u različitim okolnostima i osnovnih osobina predložene metodologije za analizu konvergencije, najpre je dat algoritam za korekciju samo ofseta, a zatim algoritam za korekciju pojačanja. U odvojenom odeljku data je analiza algoritma u slučaju simultane korekcije ofseta u pojačanja. U okviru odvojenih teorema dati su dokazi konvergencije predloženog algoritma u srednje-kvadratnom smislu (sks) i sa verovatnoćom 1(sv1). Dokazano je da je konvergencija ka konsenzusu eksponencijalna, čime se postiže asimptotska jednakost svih korigovanih pojačanja i ofseta. Usvojena je pretpostavka da ja mereni signal slučajan i nepoznat u procesu kalibracije, i da je veličina koraka algoritma konstantna. Posebna pažnja je posvećena uticaju težinskih faktora kriterijumskih funkcija iz kojih je algoritam izveden na vrednost parametara koja se dobija u konsenzusu. U slučaju kada je karakteristika jednog izabranog senzora izabrana kao referentna (idealna) dokazano je da algoritam obezbeđuje eksponencijalnu konvergenciju svih senzora ka izabranoj karakteristici, što je od izuzetnog značaja za praksu. Rezultati simulacije ilustruju ponašanje algoritma pri različitim mrežama i pri različitim izborima veličine koraka algoritma. Rezultati prikazani u ovom poglavlju publikovani su u [99].

U Poglavlju 5 predloženi algoritam je teorijski analiziran u slučajnom okruženju, posebno u slučaju komunikacionog, a posebno u slučaju mernog šuma. U slučaju belog komunikacionog šuma dokazana je konvergencija ka konsenzusu u sks i sv1, koristeći postojeće opšte rezultate u oblasti distribuirane stohastičke aproksimacije zasnovane na konsenzusu. I ovde je u cilju postupnosti uvođenja metodologije analize pažnja najpre posvećena korekciji ofseta, a zatim korekciji pojačanja. U slučaju belog mernog šuma, pokazano je da originalna gradijentna procedura prikazana u Poglavlju 4 ne obezbeđuje konsenzus usled korelacije zašumljenih promenljivih u osnovnoj formi algoritma. Predloženo je originalno rešenje zasnovano na uvođenju instrumentalnih promenljivih, na bazi rezultata postignutih u oblasti identifikacije sistema. Pokazano je da kada se za instrumentalne promenljive izaberu zakasnele vrednosti merenog signala rezultujući algoritam pruža konvergenciju ka konsenzusu u sks i sv1. Simultano ocenjivanje kalibracionih parametara je metodološki složeno, jer podrazumeva analizu brzine konvergencije algoritma za korekciju pojačanja. Polazeći od metodologije koju

je predložio H. F. Chen u svojoj knjizi o stohastičkoj aproksimaciji [60], na originalan način je dokazano da konvergencija ka konsenzusu postoji i u slučaju simultanog ocenjivanja ofseta i pojačanja. Ovaj dokaz predstavlja ključno mesto Poglavlja 5. Dalja analiza kao posebne slučajeve obuhvata i procedure koje se dobijaju iz osnovne procedure fiksiranjem karakteristika jednog izabranog senzora. Rezultati prikazani u ovom poglavlju publikovani su u [98], [99], [113] i [116].

U Poglavlju 6 prikazan je novi algoritam za asinhronu makro-kalibraciju naslepo u uslovima postojanja komunikacionog i mernog šuma. Najpre je data definicija problema, gde je pažnja posvećena osobinama asinhronih komunikacija na bazi principa "ogovaranja" ("*gossip*") kao i odgovarajućih Poasonovih modela. Najpre je prikazan algoritam za ocenu korekcionog parametra za pojačanje, a zatim za ofset, da bi posebna pažnja bila posvećena globalnom modelu algoritma na nivou mreže. Posebno je od značaja analiza uslova koji se odnose na osobine merenog (referentnog) signala, a koji su dati kroz odgovarajuće osobine njegove korelacione funkcije. Od značaja za ostvarenje realne distribuiranosti algoritma jeste i usvojena forma opadajuće veličine koraka algoritma, koja omogućava eliminaciju centralizovanog generisanja veličine koraka algoritma. Dokaz konvergencije asinhronih algoritama predstavlja jedan od najvažnijih teorijskih doprinosa disertacije, imajući u vidu da je zaključke moguće primeniti i na osnovne algoritme dinamičkog konsenzusa. Dokaz se zasniva na kombinaciji argumenata upotrebljenih prilikom dokaza konvergencije u sinhronom slučaju u okviru Poglavlja 5, pri čemu se uzimaju u obzir argumenti vezani za osobine mešanja referentnog signala i izbor veličine koraka algoritma. Posebno je pokazano da algoritam konvergira i u slučaju jednog izabranog referentnog čvora. Rezultati prikazani o Poglavlju 6 objavljeni su u radu [98].

Sedmo poglavlje je posvećeno distribuiranim nelinearnim robusnim algoritmima kalibracije. Data je opšta formulacija algoritama kalibracije u slučaju primene nelinearne transformacije reziduala, koja ima značaj za sebe, s obzirom na veoma malu pažnju posvećenu u literaturi nelinearnim algoritmima dinamičkog konsenzusa. Pod opštim uslovima koji se odnose na izbor primenjene nelinearne transformacije dat je dokaz konvergencije algoritama kalibracije ka konsenzusu u sks i $sv1$ na bazi fundamentalnih radova vezanih za stohastičku aproksimaciju. Izvedeni dokaz se može primeniti na autonomne šeme dinamičkog konsenzusa bez posebnih tehničkih teškoća. Poseban značaj za probleme kalibracije ima robustifikacija predloženih algoritama u odnosu na komunikacioni i merni šum, ostvarena adekvatnim izborom nelinearnih transformacija reziduala. Dat je osvrt na elemente robusne statistike relevantne za ovaj korak,

pa je pokazano da se osetljivost algoritama na velike realizacije bilo komunikacionog, bilo mernog šuma ("*outliers*") može značajno smanjiti primenom standardnih "robustificirajućih" nelinearnosti. Za praksu je ovaj rezultat od velikog značaja imajući u vidu da velike realizacije poremećaja impulsnog tipa mogu često da budu prisutne u velikim senzorskim mrežama. Rezultati simulacija veoma ubedljivo pokazuju da su predloženi algoritmi daleko otporniji na šumove od linearnih, kako u pogledu varijanse ocena, tako i u pogledu pomeraja u odnosu na ocene koje odgovaraju determinističkom slučaju. Rezultati prikazani u ovom poglavlju objavljeni u radu [113].

Svi rigorozno izvedeni teorijski rezultati su potkrepljeni velikim brojem ilustrativnih simulacija na mrežama predstavljenim orijentisanim grafovima sa slučajnim ozborom strukture i parametara mreže. Rezultati simulacije prate u svim poglavljima teorijsku analizu, tako da se može steći potpun uvid u ponašanje predloženih algoritama, u praktične aspekte izbora parametara koji karakterišu algoritam, u brzinu konvergencije, u uticaj težinskih koeficijenata osnovnih kriterijumskih funkcija, kao i u uticaj različitih vrsta šuma u pogledu robusnosti algoritma. Posebno je važno da je detaljnom simulacionom analizom pokazano da predloženi algoritam obezbeđuje konvergenciju i u opštem slučaju simultanog ocenjivanja svih kalibracionih parametara u prisustvu komunikacionog i mernog šuma, pri sinhronim i asinhronim komunikacijama.

Osnovni doprinosi ove disertacije se mogu koncizno formulisati na sledeći način:

- predložen je novi algoritam za distribuiranu makro-kalibraciju naslepo velikih senzorskih mreža kao delova kiber-fizičkih sistema, zasnovan na raspregnutoj korekciji ofseta i pojačanja, tako da se:
 - a) pojačanje koriguje nezavisno koristeći gradijentni postupak sa instrumentalnim promenljivim izveden iz srednjeg kvadrata razlike korigovanih inkremenata merenog signala;
 - b) ofset koriguje na bazi tekuće korekcije pojačanja koristeći gradijentni postupak izveden iz srednjeg kvadrata razlike korigovanih merenih signala.

Predloženi algoritam je računski i komunikaciono veoma jednostavan i može da predstavlja široko primenljiv alat u sklopu distribuiranih sistema upravljanja velikim i složenim sistemima;

- dokazana je eksponencijalna konvergencija korigovanih vrednosti pojačanja i ofseta ka konsenzusu u srednje-kvadratnom smislu i sa verovatnoćom 1 u slučaju široke klase merenih signala pri jako povezanim grafovima komunikacionih mreža bez prisustva poremećaja;
- dokazana je konvergencija predloženog algoritma u srednje-kvadratnom smislu i sa verovatnoćom 1 pri sinhronim komunikacijama u prisustvu komunikacionog i mernog šuma, na bazi originalno izvedenog direktnog uvida u brzinu konvergencije algoritma za korekciju pojačanja;
- dokazana je konvergencija predloženog algoritma u srednje-kvadratnom smislu i sa verovatnoćom 1 pri asinhronim komunikacijama u prisustvu komunikacionog i mernog šuma;
- dokazana je konvergencija u srednje-kvadratnom smislu i sa verovatnoćom 1 nelinearnog algoritma korekcije pojačanja i ofseta pri širokoj klasi nelinearnih transformacija;
- predloženi su robusni algoritmi korekcije pojačanja i ofseta dobijeni tako što su nelinearnosti uključene u predloženi nelinearni algoritam izabrane u skladu sa metodologijom robusne statistike;
- dokazano je da se izborom referentnog čvora okarakterisanog željenim korigovanim vrednostima pojačanja i ofseta može postići da predloženi algoritam pruža konvergenciju svih korigovanih pojačanja i ofseta u mreži ka željenim vrednostima u sks i sa v. 1, što je od velikog značaja za praksu;
- simulacijom različitih signala, uslova okoline i komunikacionih mreža teorijski rezultati su verifikovani nizom karakterističnih primera koji potvrđuju teorijske rezultate.

Dalji istraživački rad, koji bi se nadovezivao na postojeće rezultate mogao bi da bude usmeren ka složenijim modelima senzora, ka detaljnijem uvidu u način izbor težinskih koeficijenata algoritma u skladu na unapred definisanim dodatnim kriterijumima koji se postavljaju pred mrežu u celini, kao i ka modelima koji bi inkorporirali i prostornu komponentu.

LITERATURA

- [1] C. Greer, M. Burns, D. Wollman, E. Griffor, „Cyber-physical systems and Internet of things,“ *NIST Special Publication 1900-202 Cyber-Physical Systems and Internet of Things*, 2019.
- [2] E. A. Lee, „Cyber-physical systems-are computing foundations adequate,“ *PNSF Workshop on Cyber-Physical Systems: Research Motivation, Techniques and Roadmap*, Austin, 2006.
- [3] A. A. Cardenas, S. Amin, S. Sastry, „Secure control: towards survivable cyber-physical systems,“ *28th International Conference on Distributed Computing Systems Workshops*, 2008.
- [4] Y. Wang, M. C. Vuran, S. Goddard, „Cyber-Physical Systems in Industrial Process Control,“ *ACM Sigbed Review*, Vol. 5, No. 1, pp. 1-2, 2008.
- [5] Steering Comitee for Foundations in Innovation for Cyber-Physical Systems, „Strategic R&D Oppotunities for 21st Century Cyber-Physical Systems,“ *NIST*, 2013.
- [6] NITRD, „Cyber-physical systems vision statement,“ *NITRD*, 2015.
- [7] ACM Transactions on Cyber-Physical Systems, „<https://tcps.acm.org/>,“ ACM Digital Library. [Na mreži].
- [8] E. A. Lee, „Cyber physical systems: design challenges,“ *11th IEEE International Symposium on Object and Component-Oriented Real-time Distributed Computing (ISORC)*, IEEE, 2008.
- [9] F.-J. Wu, Y.-F. Kao, Y.-C. Tseng, „From wireless sensor networks towards cyber physical systems,“ *Pervasive and Mobile Computing*, Vol. 7, No. 4, pp. 397-413, 1 August 2011.
- [10] C. Hong, „Applications of cyber-physical system: a literature review,“ *Journal of Industrial Integration and Management*, Vol. 2, No. 3, 17 September 2017.

- [11] K. Ashton, „That ‘Internet of Things’ thing,“ *RFID Journal*, Vol. 22, No. 7, pp. 97-114, 2009.
- [12] B. Traversat, M. Abdelaziz, D. Doolin, M. Duigou, J.-C. Hugly, E. Pouyoul, „Project JXTA-C: enabling a web of things,“ u *36th Annual Hawaii International Conference on System Sciences, 2003. Proceedings of the*, pp. 9-pp. IEEE, 2003.
- [13] S. Haller, S. Karnouskos, C. Schroth, „The internet of things in an enterprise context,“ u *Future Internet Symposium*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [14] ISO/IEC JTC 1, „Internet of Things (IoT),“ *ISO*, 2015.
- [15] IETF, „<https://www.ietf.org/topics/iot/>,“ *IETF*. [Na mreži]. [Poslednji pristup 2021].
- [16] D. Schoder, Q. F. Hassan, „Introduction to the Internet of Things,“ *Internet of Things A to Z: Technologies and Applications*, pp. 1-50, 1 May 2018.
- [17] H. Gharavi, S. P. Kumar, „Special Issue on Sensor Networks and Applications,“ *Proceedings of the IEEE*, Vol. 91, No. 8, pp. 1151-1153, 11 August 2003.
- [18] G. B. Marković, M. L. Dukić, „Bežične senzorske mreže I deo: Osnovna arhitektura, karakteristike i primene,“ *Telekomunikacije*, Vol. 3, Jun 2009.
- [19] V. Bychkovskiy, S. Megerian, D. Estrin, M. Potkonjak, „A collaborative approach to in-place sensor calibration,“ *Information Processing in Sensor Networks*, pp. 301-316, 22 April 2003.
- [20] V. Mehta, W. Sheng, T. Chen, „Development and calibration of a low cost wireless camera sensor network,“ u *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2009.
- [21] R. Tan, G. Xing, Z. Yuan, X. Liu, J. Yao, „System-level calibration for fusion-based wireless sensor networks,“ *In Proceedings of 31st IEEE Real-Time Systems Symposium*, pp. 215-224, 2010.
- [22] R. Tan, G. Xing, X. Liu, J. Yao, Z. Yuan, „Adaptive calibration for fusion-based wireless sensor networks,“ *In 2010 Proceedings IEEE INFOCOM*, pp. 1-9, 2010.

- [23] G. Fabeck, R. Mathar, „In-situ calibration of sensor networks for distributed detection applications,“ *2007 3rd International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information, IEEE*, pp. 161-166, 2007.
- [24] B. Lau, M. Lyons, „Lazy calibration for wireless sensor networks,“ *CS 266: Biologically-inspired Distributed and Multi-agent Systems, Harvard*, 2007.
- [25] R. Liu, I. Wassell, „A novel auto-calibration system for wireless sensor motes,“ *No. UCAM-CL-TR-727. University of Cambridge, Computer Laboratory*, 2008.
- [26] K. Römer, P. Blum, L. Meier, „Time synchronization and calibration in wireless sensor networks,“ *Handbook of Sensor Networks*, Vol. 33, No. 1, pp. 199-237, 2005.
- [27] M. Stanković, S. Stanković, K. Johansson, „Distributed calibration for sensor networks under communication errors and measurement noise,“ *In Proceedings of 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 1380-1385, 2012.
- [28] M. Stanković, S. Stanković, K. Johansson, „Distributed macro calibration in sensor networks,“ *20th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED), IEEE*, pp. 1049-1054, 2012.
- [29] I. F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, E. Cayirci, „Wireless sensor networks: a survey,“ *Computer Networks*, Vol. 38, No. 4, pp. 393-422, 2002.
- [30] A. Speranzon, C. Fischione, K. . H. Johansson, „Distributed and collaborative estimation over wireless sensor networks,“ *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, 2006.
- [31] K. Whitehouse, D. Culler, „Calibration as parameter estimation in sensor networks,“ *Proceedings of the 1st ACM International Workshop on Wireless Sensor Networks and Applications*, pp. 59-67, 2002.
- [32] K. Whitehouse, D. Culler, „Macro-calibration in sensor/actuator networks,“ *Mobile Networks and Applications*, Vol. 8, No. 4, pp. 463-472, 2003.

- [33] L. Balzano, R. Nowak, „Blind calibration of sensor networks,“ *Proceedings of the 6th International Conference on Information Processing in Sensor Networks*, pp. 79-88, 2007.
- [34] M. Takruri, S. Challa, R. Yunis, „Data fusion techniques for auto calibration in wireless sensor networks,“ *In Proceedings of 12th International Conference on Information Fusion, IEEE*, pp. 132-139, 2009.
- [35] R. Olfati-Saber, J. Fax, R. Murray, „Consensus and cooperation in networked multi-agent systems,“ *Proceedings of the IEEE*, Vol. 95, No. 1, pp. 215-233, 2007.
- [36] T. Yen Kheng i G. Merrett, “Wireless sensor networks: Application-centric design”, *BoD – Books on Demand*, 2010.
- [37] Q. Wang i I. Balasingham, “Wireless Sensor Networks-An Introduction”, *Dept. of Electronics and Telecommunications, Norwegian University of Science and Technology*, Norway.
- [38] M. A. Matin, M. Islam, “Overview of wireless sensor network”, *BoD – Books on Demand*, 2012.
- [39] Z. Qian, R. Wang, Q. Chen, Y. Liu, W. Qin, „IoT gateway: Bridging wireless sensor networks into internet of things,“ *IEEE/IFIP International Conference on Embedded and Ubiquitous Computing*, 2010.
- [40] S. Stanković, N. Ilić, M. Stanković, K. Johansson, „Distributed change detection based on a consensus algorithm,“ *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 59, No. 12, pp. 5686-5697, 2011.
- [41] S. Stanković, M. Stanković, D. M. Stipanović, „Consensus based overlapping decentralized estimation with missing observations and communication faults,“ *Automatica*, Vol. 45, No. 6, pp. 1397-1406, 2009.
- [42] S. Stanković, M. Stanković, D. Stipanović, „Consensus based overlapping decentralized estimator,“ *Proceedings of American Control Conference, IEEE*, pp. 2744-2749, 2007.

- [43] S. Stanković, M. Stanković, D. Stipanović, „Decentralized parameter estimation by consensus based stochastic approximation,“ *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 56, No. 3, pp. 531-543, 2010.
- [44] J. M. Barcelo-Ordinas, M. Doudou, J. Garcia-Vidal, N. Badache, „Self-calibration methods for uncontrolled environments in sensor networks: a reference survey,“ *Ad Hoc Networks*, Vol. 88, pp. 142-159, 15 May 2019.
- [45] N. A. Pantazis, D. D. Vergados, „A survey on power control issues in wireless sensor networks,“ *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, Vol. 9, No. 4, pp. 86-107, 2007.
- [46] P. Huang, L. Xiao, S. Soltani, M. W. Mutka, N. Xi, „The evolution of MAC protocols in wireless sensor networks: a survey,“ *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, Vol. 15, No. 1, pp. 101-120, 2012.
- [47] N. A. Pantazis, S. A. Nikolidakis, D. D. Vergados, „Energy-efficient routing protocols in wireless sensor networks: a survey,“ *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, Vol. 15, No. 2, pp. 551-591, 2012.
- [48] J. M. Barcelo-Ordinas, J.-P. Chanet, K.-M. Hou, J. García-Vidal, „A survey of wireless sensor technologies applied to precision agriculture,“ *Precision Agriculture '13*, pp. 801-808, 2013.
- [49] J. Feng, S. Megerian, M. Potkonjak, „Model-based calibration for sensor networks,“ *SENSORS, 2003 IEEE*, Vol. 2, pp. 737-742, 22 October 2003.
- [50] E. Miluzzo, N. D. Lane, A. T. Campbell, R. Olfati-Saber, „CaliBree: A self-calibration system for mobile sensor networks,“ *Proceedings of International Conference on Distributed Computing in Sensor Systems*, pp. 314-331, 2008.
- [51] R. Olfati-Saber, „Distributed Kalman filtering for sensor networks,“ *Proceedings of 46th IEEE Conference on Decision and Control, IEEE*, pp. 5492-5498, 2007.
- [52] J. Tsitsiklis, „Problems in decentralized decision making and computation,“ *PhD thesis, Dep. Electrical Eng. Comput. Sci., M.I.T., Cambridge, MA*, 1984.

- [53] W. Ren, R. Beard, „Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies,“ *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 50, No. 5, pp. 655-661, 2005.
- [54] W. Ren, R. Beard, D. Kingston, „Multi-agent Kalman consensus with relative uncertainty,“ *Proceedings of the American Control Conference, IEEE*, pp. 1865-1870, 2005.
- [55] S. Bolognani, S. Del Favero, L. Schenato, D. Varagnolo, „Consensus-based distributed sensor calibration and least-square parameter identification in WSNs,“ *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, Vol. 20, No. 2, pp. 176-193, 2010.
- [56] M. Stanković, S. Stanković, K. Johansson, „Distributed blind calibration in lossy sensor networks via output synchronization,“ *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 60, No. 12, pp. 3257-3262, 2015.
- [57] M. Stanković, S. Stanković, K. Johansson, „Asynchronous distributed blind calibration of sensor networks under noisy measurements,“ *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, Vol. 5, No. 1, pp. 571-582, 2016.
- [58] L. Schenato, F. Fiorentin, „Average timesynch: A consensus-based protocol for clock synchronization in wireless sensor networks,“ *Automatica*, Vol. 47, No. 9, pp. 1878-1886, 2011.
- [59] D. Šiljak, “Decentralized control of complex systems”, Academic Press, New York, 1991.
- [60] H. Chen, “Stochastic approximation and its applications”, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [61] M. Huang, J. Manton, „Stochastic consensus seeking with noisy and directed inter-agent communication: Fixed and randomly varying topologies,“ *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 55, No. 1, pp. 235-241, 2009.
- [62] T. Söderström, P. Stoica, “System identification”, Prentice-Hall International, 1989.

- [63] L. Ljung, "System identification: theory for the user", Prentice Hall, 1998.
- [64] B. Polyak, Y. Tsypkin, „Criteria algorithms of stochastic optimization,“ *Avtomatika i Telemekhanika*, Vol. 6, pp. 95-104, 1984.
- [65] P. Huber, „Robust estimation of a location parameter,“ *Ann. Math. Stat.*, Vol. 35, pp. 73-101, 1964.
- [66] S. Stanković, B. Kovacević, „Analysis of robust stochastic approximation algorithms for process identification,“ *Automatica*, Vol. 22, pp. 483-488, 1986.
- [67] B. Poljak, J. Tsypkin, „Robust identification,“ *Automatica*, Vol. 16, No. 1, pp. 53-63, 1980.
- [68] B. Polyak, Y. Tsypkin, „Adaptive estimation algorithms: convergence, optimality, stability,“ *Avtomatika i Telemekhanika*, Vol. 3, pp. 71-84, 1979.
- [69] M. Nevel'son, R. Khasminski, "Stochastic approximation and recursive estimation", Vol. 47. American Mathematical Soc., 1976.
- [70] B. Polyak, „Convergence and rate of convergence in iterative stochastic processes. I. The general case,“ *Avtomatika i Telemekhanika*, Vol. 12, pp. 83-94, 1976.
- [71] B. Polyak, „Convergence and rate of convergence of iterative stochastic algorithms. II. The linear case,“ *Avtomatika i Telemekhanika*, Vol. 4, pp. 101-107, 1977.
- [72] B. Polyak, Y. Tsypkin, „Pseudogradient algorithms of adaptation and learning,“ *Autom. Remote Control*, Vol. 34, pp. 45-68, 1973.
- [73] C.-Y. Lin, S. Zeadally, T.-S. Chen, C.-Y. Chang, „Enabling cyber physical systems with wireless sensor networking technologies,“ *International Journal of Distributed Sensor Networks*, Vol. 8, No. 5, p. 489794, 22 May 2012.
- [74] „<https://www.mems-exchange.org/MEMS/what-is.html>,“ MNX - MEMS & Nanotechnology Exchange. [Na mreži].

- [75] N. Jabeur, N. Sahli, S. Zeadally, „Enabling cyber physical systems with wireless sensor networking technologies, multiagent system paradigm, and natural ecosystems,“ *Mobile Information Systems*, Vol. 2015, p. 15, 5 October 2015.
- [76] D. Hasenfratz, O. Saukh, L. Thiele, „On-the-fly calibration of low-cost gas sensors,“ *In Proceedings of European Conference on Wireless Sensor Networks*, pp. 228-244, 2012.
- [77] L. Spinelle, M. Gerboles, M. G. Villani, M. Aleixandre, F. Bonavitacola, „Field calibration of a cluster of low-cost available sensors for air quality monitoring. Part A: Ozone and nitrogen dioxide,“ *Sensors and Actuators B: Chemical*, Vol. 215, pp. 249-257, 2015.
- [78] R. Tan, G. Xing, Z. Yuan, X. Liu, J. Yao, „System-level calibration for data fusion in wireless sensor networks,“ *ACM Transactions on Sensor Networks (TOSN)*, Vol. 9, No. 3, pp. 1-27, 2013.
- [79] Y. Yu, H. Li, „Virtual in-situ calibration method in building systems,“ *Automation in Construction*, Vol. 59, pp. 59-67, 2015.
- [80] N. Ramanathan, L. Balzano, M. Burt, D. Estrin, T. Harmon, C. Harvey, J. Jay, E. Kohler, S. Rothenberg, M. Srivastava, „Rapid deployment with confidence: calibration and fault detection in environmental sensor networks,“ *Center for Embedded Network Sensing, UCLA*, 2006.
- [81] L. Spinelle, M. Gerboles, M. Villani, M. Aleixandre, F. Bonavitacola, „Field calibration of a cluster of low-cost commercially available sensors for air quality monitoring. Part B: NO, CO and CO₂,“ *Sensors and Actuators B: Chemical*, Vol. 238, pp. 706-715, 2017.
- [82] P. Buonadonna, D. Gay, J. Hellerstein, W. Hong, S. Madden, „TASK: Sensor network in a box,“ *Proceedings of the Second European Workshop on Wireless Sensor Networks, IEEE*, pp. 133-144, 2005.

- [83] C. Wang, P. Ramanathan, K. Saluja, „Blindly calibrating mobile sensors using piecewise linear functions,“ *6th Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Mesh and Ad Hoc Communications and Networks, IEEE*, pp. 1-9, 2009.
- [84] C. M. Bishop, “Pattern recognition and machine learning”, Springer, 2006.
- [85] Y. Kim, H. Park, M. Srivastava, „A longitudinal study of vibration-based water flow sensing,“ *ACM Transactions on Sensor Networks (TOSN)*, Vol. 9, No. 1, pp. 1-28, 2012.
- [86] S. Buadhacháin, G. Provan, „A model-based control method for decentralized calibration of wireless sensor networks,“ *American Control Conference*, pp. 6571-6576, 2013.
- [87] S. Boyd, A. Ghosh, B. Prabhakar, D. Shah, „Randomized gossip algorithms,“ *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 52, No. 6, pp. 2508-2530, 2006.
- [88] T. Aysal, M. Yildiz, A. Sarwate, A. Scaglione, „Broadcast gossip algorithms for consensus,“ *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 57, No. 7, pp. 2748-2761, 2009.
- [89] N. Ramakrishnan, E. Ertin, R. Moses, „Gossip-based algorithm for joint signature estimation and node calibration in sensor networks,“ *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, Vol. 5, No. 4, pp. 665-673, 2011.
- [90] C. Godsil i G. Royle, “Algebraic graph theory”, Vol. 207. Springer Science & Business Media, 2001.
- [91] A. Nedi’, „Asynchronous broadcast-based convex optimization over a network,“ *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 56, No. 6, pp. 1337-1351, 2010.
- [92] W. Ren, „Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations,“ *IET Control Theory & Applications*, Vol. 1, No. 2, pp. 505-512, 2007.
- [93] R. Bradley, „Basic properties of strong mixing conditions. a survey and some open questions,“ *Probability Surveys*, Vol. 2, pp. 107-144, 2005.

- [94] Q. Liu, Z. Wang, X. He, D. Zhou, „On Kalman-consensus filtering with random link failures over sensor networks,“ *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 63, No. 8, pp. 2701-2708, 2017.
- [95] Q. Liu, Z. Wang, X. He, G. Ghinea, F. Alsaadi, „A resilient approach to distributed filter design for time-varying systems under stochastic nonlinearities and sensor degradation,“ *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 65, No. 5, pp. 1300-1309, 2016.
- [96] V. S. Borkar, „Asynchronous stochastic approximations,“ *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol. 36, No. 3, pp. 840-851, 1998.
- [97] L. Xiao, S. Boyd, „Fast linear iterations for distributed averaging,“ *Systems & Control Letters*, Vol. 53, No. 1, pp. 65-78, 2004.
- [98] M. Stanković, „Distributed asynchronous consensus-based algorithm for blind calibration of sensor networks with autonomous gain correction,“ *IET Control Theory & Applications*, Vol. 12, No. 16, pp. 2287-2293, 2018.
- [99] M. Stanković, D. Antić, „Distributed consensus-based calibration of networked control systems,“ *Facta Universitatis, Series: Automatic Control and Robotics*, Vol. 18, No. 2, pp. 95-111, 2020.
- [100] S. Dasarathan, C. Tepedelenlioğlu, M. Banavar, A. Spanias, „Robust consensus in the presence of impulsive channel noise,“ *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 63, No. 8, pp. 2118-2129, 2015.
- [101] S. Stanković, M. Beko, M. Stanković, „A robust consensus seeking algorithm,“ *In IEEE EUROCON 2019-18th International Conference on Smart Technologies*, pp. 1-6, 2019.
- [102] J. Wei, X. Yi, H. Sandberg, K. Johansson, „Nonlinear consensus protocols with applications to quantized communication and actuation,“ *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, Vol. 6, No. 2, pp. 598-608, 2018.

- [103] J. Wei, A. Everts, M. Camlibel, A. van der Schaft, „Consensus dynamics with arbitrary sign-preserving nonlinearities,” *Automatica*, Vol. 83, pp. 226-233, 2017.
- [104] Y. Tsypkin, „Adaptive optimization algorithms with a priori uncertainty,” *Avtomatika i Telemekhanika*, Vol. 6, pp. 94-108, 1979.
- [105] M. Stanković, S. Stanković, K. Johansson, „Distributed time synchronization for networks with random delays and measurement noise,” *Automatica*, Vol. 93, pp. 126-137, 2018.
- [106] Y. Tsypkin, “Adaptation and learning in automatic control systems”, Nauka, Moscow, 1968.
- [107] S. Kar, J. Moura, „Distributed consensus algorithms in sensor networks: Quantized data and random link failures,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 58, No. 3, pp. 1383-1400, 2009.
- [108] R. Martin, „Robust estimation of signal amplitude,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 18, pp. 596-606, 1972.
- [109] R. Martin, C. Masreliez, „Robust estimation via stochastic approximation,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 21, pp. 263-271, 1975.
- [110] I. Schick, S. Mitter, „Robust recursive estimation in the presence of heavy-tailed observation noise,” *Ann. Stat.*, Vol. 22, pp. 1045-1080, 1994.
- [111] M. Stanković, S. Stanković, K. Johansson, M. Beko, L. Camarinha-Matos, „On consensus-based distributed blind calibration of sensor networks,” *Sensors*, Vol. 18, No. 11, p. 4027, 2018.
- [112] V. Borkar, S. Meyn, „The ODE method for convergence of stochastic approximation and reinforcement learning,” *SIAM J. Control Optim.*, Vol. 38, pp. 447-469, 2000.
- [113] M. Stanković, D. Antić, „Distributed non-linear robust consensus-based sensor calibration for networked control systems,” *IET Control Theory & Applications*, Vol. 14, No. 9, pp. 1200-1208, 2020.

- [114] W. Ren, R. Beard, “Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control: Theory and Applications”, Springer, 2007.
- [115] A. Jadbabaie, J. Lin, A. Morse, „Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules,“ *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48, No. 6, pp. 988-1001, 2003.
- [116] M. Stanković, D. Antić, S. Nikolić, “Convergence Rate for Distributed Macro Calibration of Sensor Networks based on Consensus”, *Acta Polytechnica Hungarica*, Vol. 20, No. 4, pp. 161-179, 2023.

PRILOZI

A. Dinamički konsenzus protokoli - definicija

U radu je široko korišćen pojam dinamičkih konsenzus protokola. U dodatku A date su osnovne definicije, a u odvojenom dodatku B je prikazana konvergencija konsenzus protokola, na bazi [35], [114], [115].

Neka je ξ_i stanje i -tog agenta koje predstavlja informaciju koja treba da se putem komunikacija u mreži prenese ostalim agentima predstavljenim čvorovima grafa, pri čemu su komunikacije predstavljene usmerenim ivicama (granama). U složenijim algoritmima zasnovanim na konsenzusu ta informacija može da bude ocena stanja datog sistema, njegovih parametara, statističkih osobina, itd.

Prema opisu u [114], linearni dinamički konsenzus protokol u kontinualnom vremenu t može da se predstavi u formi

$$\dot{\xi}_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i(t)} \alpha_{ij} (\xi_i(t) - \xi_j(t)),$$

gde $\mathcal{N}_i(t)$ označava skup agenata (susednih čvorova) čije je stanje raspoloživo i -tom agentu u trenutku t preko komunikacionih kanala, dok $\alpha_{ij}(t)$ označava nenegativne težinske koeficijente, u opštem slučaju promenljive u vremenu. To znači da se stanje svakog agenta kreće prema tekućim stanjima svojih suseda u svakom trenutku vremena.

Linearni konsenzus protokol u kontinualnom vremenu može da se napiše u matričnoj formi na sledeći način

$$\dot{\xi}(t) = -L(t)\xi(t),$$

gde je $L(t)$ težinski Laplasijan odgovarajućeg grafa, a $\xi(t) = [\xi_1(t) \cdots \xi_n(t)]^T$.

Analogno, konsenzus protokol u diskretnom vremenu definisan je relacijom

$$\xi_i(k+1) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i(k) \cup \{i\}} \beta_{ij}(k) \xi_j(k),$$

gde $\sum_{j \in \mathcal{N}_i(k) \cup \{i\}} \beta_{ij}(k)$ i $\beta_{ij}(k) > 0$ za $j \in \mathcal{N}_i(k) \cup \{i\}$. Drugim rečima, sledeće stanje svakog agenta se dobija kao konveksna kombinacija njegovog tekućeg stanja i tekućih stanja njegovih suseda. Primitimo da agent zadržava svoje tekuće stanje ako nema razmene informacija sa ostalim čvorovima u datom trenutku.

Linearni konsenzus protokol se može predstaviti u matričnoj formi na sledeći način

$$\xi(k+1) = \mathbf{C}(k)\xi(k),$$

gde je $\mathbf{C}(k)$ matrica stohastička po redovima sa pozitivnim elementima na glavnoj dijagonali.

Smatra se da je postignut asimptotski konsenzus između agenata u mreži ako $\|\xi_i - \xi_j\| \rightarrow 0$ kada vreme (kontinualno ili diskretno) teži beskonačnosti ($i \neq j$).

B. Konvergencija konsenzus protokola

Pretpostavimo najpre vremenski invarijantnu mrežu, u kojoj se skupovi suseda ne menjaju u vremenu i u kojoj su težinski koeficijenti konstantni. U slučaju kontinualnog vremena, lako se vidi da je $\mathbf{L}\mathbf{1} = \mathbf{0}$ i da sve sopstvene vrednosti Laplasijana \mathbf{L} imaju nenegativne realne vrednosti (na bazi teoreme Geršgorina). Ako je 0 prosta sopstvena vrednost matrice \mathbf{L} , tada ξ konvergira ka jezgru (kernel) matrice \mathbf{L} , što implicira da $\|\xi_i - \xi_j\| \rightarrow 0$ [114]. Jaka povezanost grafa je dovoljan uslov da je 0 prosta sopstvena vrednost matrice \mathbf{L} . Može da se pokaže da je 0 prosta sopstvena vrednost matrice \mathbf{L} ako i samo ako odgovarajući graf ima pokrivajuće drvo [35,114,115].

U slučaju diskretnog konsenzus protokola, može da se pokaže su sve sopstvene vrednosti matrice \mathbf{C} koje nisu jednake 1 locirane u otvorenom jediničnom disku (prema teoremi Geršgorina). Ako je 1 prosta sopstvena vrednost matrice \mathbf{C} i ako su sve ostale sopstvene vrednosti po modulu manje od 1, može da se pokaže da je $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{C}^k = \mathbf{1}\mathbf{v}^T$, gde je \mathbf{v} vektor kolona. To implicira da $\|\xi_i - \xi_j\| \rightarrow 0$. Prema Peron-Frobenijusovoj teoremi, 1 je prosta sopstvena vrednost stohastičke matrice \mathbf{C} ako je odgovarajući graf jako povezan. Slično kontinualnom protokolu, ovo je dovoljan, ali nije i potreban uslov. Kod nenegativnih matrica sa jednakim sumama elemenata redova, ta suma je prosta sopstvena vrednost ako i samo ako odgovarajući digraf sadrži pokrivajuće drvo. Ako matrica sadrži pokrivajuće drvo i ima pozitivne elemente na glavnoj dijagonali, pokazuje se da je spektralni radijus jedinstvena

sopstvena vrednost maksimalnog modula. Odavde proizlazi da je 1 prosta sopstvena vrednost modula 1 stohastičke matrice ako i samo ako odgovarajući graf sadrži pokrivaјуće drvo.

Sledeći korak u analizi konvergencije konsenzus protokola je određivanje tačke ekvilibrijuma ka kojoj ti protokoli konvergiraju. Kada graf mreže sadrži pokrivaјуće drvo, u slučaju kontinualnog vremena imamo $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-Lt} = \mathbf{1}v^T$, a u slučaju diskretnog vremena $\lim_{k \rightarrow \infty} C^k = \mathbf{1}\mu^T$, gde su v i μ nenegativni levi sopstveni vektori matrica L i C koje odgovaraju sopstveni vrednostima 0 i 1, respektivno, i čiji elementi zadovoljavaju uslov $\sum_j v_j = \sum_j \mu_j = 1$. Kao rezultat, imamo da $\xi(t) \rightarrow \sum_j v_j \xi_j(0)\mathbf{1}$ i $\xi(k) \rightarrow \sum_j \mu_j \xi_j(0)\mathbf{1}$, respektivno. Prema tome, asimptotsko stanje ekvilibrijuma predstavlja ponderisanu sumu početnih stanja svih agenata.

U slučaju jake povezanosti grafova, sve komponente v_j i μ_j su pozitivne, tako da početni uslovi svakog agenta doprinose stanju ekvilibrijuma. Dalje, ako je $v_i = v_j = 1/n$ i $\mu_i = \mu_j = 1/n$, stanje ekvilibrijuma je aritmetička srednja vrednost početnih uslova (srednji konsenzus - *average consensus*). Pokazuje se da se srednji konsenzus postiže ako je graf jako povezan i balansiran. Kada graf ima pokrivaјуće drvo, tačka ekvilibrijuma je data kao linearna kombinacija početnih stanja onih agenata koji imaju orijentisanu putanju do svih drugih agenata. Prema tome, zahtev za pokrivaјуće drvo je manje striktan od zahteva za jaku povezanost i balansiranost, ali tada vrednost stanja u konsenzusu ne mora da bude aritmetička sredina.

U slučaju kada su težinski koeficijenti u relacijama za konsenzus protokol promenljivi u vremenu mogu se, generalno, razlikovati dva slučaja: kada je priroda promena koeficijenata deterministička, i kada je stohastička. Drugi slučaj je opštiji, i formalno znači da su matrice L i C slučajne matrice, te da je potrebno definisati uslove pod kojima se postiže konsenzus u nekom unapred definisanom smislu u pogledu vrste konvergencije stohastičkih procesa. Popularni algoritmi koji koriste slučajne matrice u konsenzus protokolima su algoritmi "ogovaranja" (*gossip*), kod kojih se opterećenje komunikacijama između čvorova smanjuje tako što se broj čvorova sa kojima dati čvor komunicira u datom trenutku svodi najčešće na jedan slučajno izabrani čvor. Jedan od često citiranih rezultata koji se odnosi na konsenzus protokole sa slučajnim matricama dat je u radu [91] i odnosi se na diskretni konsenzus protokol sa srednjim konsenzusom.

Ilustrativni primer

U daljem tekstu dat je ilustrativni primer koji ukazuje na neke karakteristične osobine konsenzus protokola koje su prethodno navedene. S obzirom da se u disertaciji radi o diskretnim konsenzus protokolima, primer će biti upravo iz tog domena.

Razmotrimo jednostavan problem usrednjavanja vrednosti dobijenih merenjem određene fizičke veličine. U tom smislu, zamislimo situaciju u kojoj $n=4$ posmatrača (inteligentnih agenata u prethodnom tekstu) nadgleda dati prostor (oblast nadgledanja senzorske mreže). Pretpostavimo da svaki od posmatrača može da šalje podatke samo dvama susednim posmatračima, tako da je matrica susedstva

$$\mathbf{A}^{adj} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadatak posmatrača je da, na primer, ocene broj vozila koja su prošla u datom intervalu vremena kroz dati prostor između posmatrača i da svaki od njih bude u stanju da saopšti pretpostavljenom na višem nivou hijerarhije zajedničku ocenu. Dok broje, posmatrači čine greške, tako da je ideja da se komunikacioni kanali iskoriste za razmenu informacija i da se kroz tu razmenu ukupna ocena dostupna svakom od njih poboljša.

Pretpostavimo da je i -ti posmatrač izmerio V_i vozila, $i = 1,2,3,4$. Željena ocena je jednostavno $\hat{V} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 V_i$, što je najbolja ocena u centralizovanom slučaju. Globalni vektor stanja cele mreže u trenutku k je $\mathbf{x}(k) = [x_1(k)x_2(k)x_3(k)x_4(k)]^T$. Na bazi pretpostavljenih komunikacionih kanala može se definisati konsenzus protokol u kome agenti u svakoj iteraciji formiraju nove ocene na bazi konveksne kombinacije sopstvene tekuće ocene i tekućih ocena dobijenih od susednih agenata. Vratimo se na diskretni konsenzus protokol i definišimo $\mathbf{C}(k) = \frac{1}{3} \mathbf{A}^{adj}$, što nači da svaki osmatrač dobija informaciju od susednih osmatrača u formi njihove ocene broja vozila, dodaje ih svojoj oceni i ukupni rezultat deli sa 3, da bi se dobila nova ocena. Ako se izvrši iteriranje do početnih uslova, dobija se

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{C}(k-1)\mathbf{C}(k-2) \cdots \mathbf{C}(0)\mathbf{x}(0) = \boldsymbol{\phi}(k-1)\mathbf{x}(0),$$

U razmatranom slučaju, $\mathbf{x}(0) = [V_1 V_2 V_2 V_4]^T$. Cilj je, kako je navedeno, da u limesu buse ispunjeno da je $\lim_{k \rightarrow \infty} \boldsymbol{\phi}(k) = \frac{\mathbf{1}\mathbf{1}^T}{n}$. S obzirom da je $\mathbf{C} = \frac{1}{3}\mathbf{A}^{adj}$, jednostavan račun pokazuje da je

$$\boldsymbol{\phi}(5) = \begin{bmatrix} 0.2593 & 0.2593 & 0.2222 & 0.2593 \\ 0.2593 & 0.2593 & 0.2593 & 0.2222 \\ 0.2222 & 0.2593 & 0.2593 & 0.2593 \\ 0.2593 & 0.2222 & 0.2593 & 0.2593 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\phi}(25) = 0.2500 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

što znači da je konsenzus protokol omogućio da svaki od agenata asimptotski dobije aritmetičku sredinu početnih individualno izmerenih vrednosti stanja na distribuiran način, bez centralizovanih akcija.

Promenom topologije mreže može da se pretpostavi, na primer, sledeća matrica susedstva

$$\mathbf{A}^{adj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ prema kojoj je svaki agent povezan samo sa jednim susedom, kao i}$$

sledeća stohastička matrica $\mathbf{C} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Tada je

$$\boldsymbol{\phi}(5) = \begin{bmatrix} 0.1875 & 0.3125 & 0.3125 & 0.1875 \\ 0.1875 & 0.1875 & 0.3125 & 0.3125 \\ 0.3125 & 0.1875 & 0.1875 & 0.3125 \\ 0.3125 & 0.3125 & 0.1875 & 0.1875 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\phi}(25) = \begin{bmatrix} 0.2501 & 0.2499 & 0.2499 & 0.2501 \\ 0.2501 & 0.2501 & 0.2499 & 0.2499 \\ 0.2499 & 0.2501 & 0.2501 & 0.2499 \\ 0.2499 & 0.2499 & 0.2501 & 0.2501 \end{bmatrix}$$

I u ovom slučaju, uprkos asimetriji matrice \mathbf{A}^{adj} dobija se asimptotski rezultat u formi aritmetičke sredine početnih stanja agenata, istina uz manju brzinu konvergencije (s obzirom na manji stepen povezanosti grafa).

Međutim, situacija je bitno drukčija kada je, naprimer, $A^{adj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, a $C =$

$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.3333 & 0 & 0.3333 & 0.3333 \end{bmatrix}$. Tada se dobija da je vrednost stanja u konsenzusu različita

od aritmetičke sredine početnih uslova, naime

$$\phi(100) = \begin{bmatrix} 0.3636 & 0.1818 & 0.1818 & 0.2727 \\ 0.3636 & 0.1818 & 0.1818 & 0.2727 \\ 0.3636 & 0.1818 & 0.1818 & 0.2727 \\ 0.3636 & 0.1818 & 0.1818 & 0.2727 \end{bmatrix}.$$

To znači da je rezultat u konsenzusu linearna kombinacija $\hat{V} \approx 0.3636V_1 + 0.1818V_2 + 0.1818V_3 + 0.2727V_4$.

C. Robusna estimacija parametara

U ovom odeljku date su ukratko osnovne definicije iz oblasti robusne estimacije parametara koje su korišćene u Poglavlju 6 ove disertacije prilikom konstrukcije novog algoritma kalibracije robusnog u odnosu na komunikacioni i merni šum. Dati su, takođe, i neki bitni rezultati koji olakšavaju praćenje doprinosa kalibraciji prikazanih u Poglavlju 7. Osnovna korišćena literatura za ovaj dodatak je [64] - [67], zajedno sa navedenim referencama.

1. Postavka problema estimacije parametara

Neka je dat statički sistem opisan sledećim matematičkim modelom

$$y = f(x, \theta) + \xi,$$

gde je x ulazna promenljiva, y skalarna izlazna promenljiva, f u opštem slučaju nelinearna funkcija, θ N -dimenzionalni vektor parametara, a ξ slučajni šum. Kada su date opservacije ulaza i izlaza $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$ potrebno je oceniti aktuelnu vrednost vektora parametara θ . Pretpostavlja se da su uzorci šuma ξ_1, \dots, ξ_n nezavisne slučajne promenljive sa jednakom i konstantnom raspodelom za koju se zna da pripada datoj klasi raspodela. Obično se ocene θ_n vektora θ dobijaju minimizacijom izabrane funkcije reziduala

$$J_n(\theta) = \sum_{i=1}^n F(\epsilon_i(\theta)), \quad \epsilon_i(\theta) = y_i - f(x_i, \theta),$$

tako da je

$$\theta_n = \text{Arg min} J_n(\theta),$$

$\epsilon_i(\theta)$ predstavlja rezidual, a F je funkcija ocenjivanja. Kada je F kvadratna funkcija, dobija se metod najmanjih kvadrata, a kada je $F(\epsilon) = |\epsilon|$, dobija se metod najmanjih modula, itd.

2. Optimalna estimacija

Izbor funkcije F može da se dovede u vezu sa osobinama šuma. Ako je funkcija gustine verovatnoće $p(z)$ poznata, metod maksimalne verodostojnosti daje vrednost vektora parametara θ koja maksimizira verovatnoću dobijanja opservacija y_1, \dots, y_n kada su specificirani x_1, \dots, x_n . U praksi se obično primenjuje "log-verodostojnost" (log-likelihood), kada je

$$F(z) = -\log p(z).$$

Na primer

a) kada je $p(z)$ normalna raspodela $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$, dobija se

$$p(z) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma)\exp(-z^2/2\sigma^2),$$

$$F(z) = \log\sqrt{2\pi}\sigma + \frac{z^2}{2\sigma^2},$$

$$\theta_n = \text{Argmin} \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \theta))^2,$$

što je formulacija metoda najmanjih kvadrata.

b) kada je $p(z)$ Laplasova raspodela $\mathcal{L}(0, a)$, dobija se

$$p(z) = (1/2a)\exp(-|z|/a),$$

$$F(z) = \log 2a + |z|/a,$$

$$\theta_n = \text{Argmin} \sum_{i=1}^n |y_i - f(x_i, \theta)|,$$

što je metod najmanjih modula.

c) kada je $p(z)$ rektangularna funkcija $R(0,2a)$

$$p(z) = \frac{1}{2a}, \quad |z| \leq a, \quad p(z) = 0, \quad |z| > a$$

$$F(z) = \log 2a, \quad |z| \leq a, \quad \infty, \quad |z| > a$$

Oдавде θ_n može da predstavlja neko rešenje sistema nejednačina

$$|y_i - f(x_i, \theta)| \leq a, \quad i = 1, \dots, n$$

ili tačku

$$\theta_n = \text{Arg min}_{1 \leq i \leq n} \max |y_i - f(x_i, \theta)|.$$

Pokazalo se da je metod maksimalne verodostojnosti veoma uspešan kada su tačne pretpostavke o raspodeli šuma. Pokazano je, međutim, da metod može da postane nestabilan pri malim devijacijama stvarne raspodele od pretpostavljene. Na primer, ako je $f(x, \theta) = \theta$ jednodimenzionalo, i ako se parametri ocenjuju na bazi opservacija $y_i = \theta + \xi_i$, $i = 1, \dots, n$, metod maksimalne verodostojnosti (u formi metoda najmanjih kvadrata) daje kao optimalnu ocenu aritmetičku sredinu

$$\theta_n = n^{-1} \sum_{i=1}^n y_i,$$

uz pretpostavku o normalnoj raspodeli šuma. Ako je, međutim, stvarna raspodela šuma približno normalna, ali sa "otežalim repovima" (sa povećanim verovatnoćama realizacija velikog intenziteta), ocene parametra mogu da budu loše s obzirom na veću verovatnoću postojanja nekada izuzetno velikih realizacija šuma ("outliers").

3. Robusna estimacija

Robusnost optimalnih estimatora može da bude veoma mala u praksi. Oblast robusne estimacije, utemeljena od strane Hubera [65], daje i teorijski i praktičan odgovor na ovaj problem.

Pretpostavimo da je θ_n proizvoljna nepomerena ocena vektora parametara θ^* dobijena na bazi n opservacija. Fundamentalna Kramer-Raova nejednakost daje

$$E\{(\boldsymbol{\theta}_n - \boldsymbol{\theta}^*)(\boldsymbol{\theta}_n - \boldsymbol{\theta}^*)^T\} \geq \left(E \left\{ \sum_{i=1}^n \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(x_i, \boldsymbol{\theta}^*) \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(x_i, \boldsymbol{\theta}^*)^T \right\} \right)^{-1} I(p)^{-1},$$

gde je $I(p) = \int_{-\infty}^{\infty} (p'(z)^2/p(z)) dz$ skalarna veličina, tzv. Fišerova informacija.

Pretpostavimo da je raspodela šuma nekompletno poznata: jedino što se o njoj zna jeste da pripada datoj klasi \mathcal{P} . Najnepovoljnija raspodela je ona za koju je $I(p)$ minimalno, imajući u vidu da je u njoj šum predstavljen jedino preko skalarnog množioca $I(p)$. Izaberimo raspodelu p^* za koju je informacija o ocenjivanom vektoru parametara minimalna,

$$p^* = \underset{p \in \mathcal{P}}{\text{Argmin}} I(p),$$

Izaberimo sada estimator kao u metodu maksimalne verodostojnosti za distribuciju p^*

$$F(z) = -\log(p^*(z)),$$

Ovaj pristup, očigledno, podrazumeva prethodno rešenje problema određivanja najnepovoljnije raspodele. Može da se pokaže da je ocena dobijena primenom prethodne relacije asimptotski optimalna u minimaks smislu - odgovara maksimumu funkcije verodostojnosti za najnepovoljniju raspodelu u datoj klasi \mathcal{P} .

Često korišćeni slučajevi klasa raspodela su sledeći:

a) \mathcal{P} je klasa raspodela sa $p(0) \geq 1/2a > 0$. Tada je

$$p^*(z) = (1/2a)\exp(-|z|/a),$$

$$F(z) = \log 2a + |z|/a,$$

što znači da je Laplasova distribucija "najgora" u datoj klasi i da je odgovarajući robusni estimator algoritam najmanjih modula. Ovo praktično znači da se, ako se ništa ne zna o raspodeli šuma, najbolja ocena u minimaks smislu dobija primenom algoritma najmanjih modula.

b) \mathcal{P} je klasa raspodela sa ograničenom varijansom: $\int_{-\infty}^{\infty} z^2 dz \leq \sigma^2$. Tada je

$$p^*(z) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma)\exp(-z^2/2\sigma^2),$$

$$F(z) = \log\sqrt{2\pi}\sigma + \frac{z^2}{2\sigma^2},$$

što znači da je "najgora" raspodela na datoj klasi normalna. Odavde proizlazi da kada se zna da je varijansa šuma ograničena najbolje primeniti metod najmanjih kvadrata.

- c) \mathcal{P} je klasa raspodela u formi $p = (1 - \delta)p_0 + \delta p_1$, gde je $p_0 \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, p_1 je proizvoljna kontaminirajuća raspodela, a $0 \leq \delta \leq 1$ parametar koji određuje uticaj kontaminirajuće raspodele. Rezultat je sledeći

$$p^*(z) = \begin{cases} k_1 \exp(-z^2/2\sigma^2) & |z| \leq \Delta \\ k_2 \exp(-|z|/k_3) & |z| > \Delta \end{cases}$$

$$F(z) = \begin{cases} -\log k_1 + z^2/2\sigma^2 & |z| \leq \Delta \\ -\log k_2 + |z|/k_3 & |z| > \Delta \end{cases}$$

gde su k_1, k_2, k_3 i Δ nenegativne konstante koje zavise od σ i δ i zadovoljavaju uslov kontinualnosti funkcija $F(z)$ i $F'(z)$, pri čemu Δ varira od 0 do ∞ .

- d) \mathcal{P} je klasa raspodela u formi $p = (1 - \delta)p_0 + \delta p_1$, gde je $p_0 \in \mathcal{R}(0, 2a)$, p_1 proizvoljna raspodela, a $0 \leq \delta \leq 1$. Tada je

$$p^*(z) = \begin{cases} k_1 & |z| \leq a \\ k_2 \exp(-k_3|z|) & |z| > a \end{cases}$$

$$F(z) = \begin{cases} -\log k_1 & |z| \leq a \\ -\log k_2 + k_3|z| & |z| > a \end{cases}$$

4. Rekurentni i nerekurentni robusni algoritmi

U praktičnim primenama metoda robusnog ocenjivanja parametara razlikuju se dva karakteristična slučaja. U prvom slučaju opservacije se dovode sekvencijalno, pa se ocene parametara dobijene na bazi skupa od $n - 1$ sukcesivne opservacije koriguju kada pristigne n -ta opservacija (adaptivni algoritmi, metode za primenu u realnom vremenu - "on-line", "real-time"). U drugom slučaju se sva merenja raspoloživa do nekog datog trenutka obrađuju, pa se računanja vrše simultano nad svim podacima (neadaptivni algoritmi, "off-line" ocenjivanje).

Neadaptivne metode imaju zajedničke nedostatke. Najpre, svi merni podaci moraju da budu memorisani, što može da dovede do velikih memorijskih i računskih opterećenja. Posebno je nepogodno to što je često potrebno invertovati matrice velikih dimenzija, što može da prevaziđe mogućnosti raspoloživih računara. Najzad, ove metode su neupotrebljive u "on-line" primenama, kao što su metode kalibracije diskutovane u ovom radu.

Prvi robusni "on-line" metodi predloženi su u radu [35]. U opštem slučaju se radi o gradijentnim rekurzivnim metodama, te imamo sledeću tipičnu rekurziju

$$\boldsymbol{\theta}_{n+1} = \boldsymbol{\theta}_n - \gamma_n F'(\epsilon_n) \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(x_n, \boldsymbol{\theta}_n),$$

gde je $\epsilon_n = f(x_n, \boldsymbol{\theta}_n) - y_n$, $\gamma_n > 0$ je sekvenca koja određuje veličinu koraka u svakoj iteraciji, dok je funkcija F izabrana prema iznesenoj opštoj metodologiji robusne estimacije. Često se primenjuje sledeći algoritam sa matricom Γ_n umesto skalara γ_n

$$\boldsymbol{\theta}_{n+1} = \boldsymbol{\theta}_n - \Gamma_n F'(\epsilon_n) \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(x_n, \boldsymbol{\theta}_n),$$

u kome je rekurzija za Γ_n definisana na sledeći način

$$\Gamma_n = \Gamma_{n-1} - \frac{\Gamma_{n-1} \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(x_n, \boldsymbol{\theta}_n) \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(x_n, \boldsymbol{\theta}_n)^T \Gamma_{n-1}}{F''(\epsilon_n)^{-1} + \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(x_n, \boldsymbol{\theta}_n) \Gamma_{n-1} \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(x_n, \boldsymbol{\theta}_n)}$$

U posebnom slučaju, kada estimator pripada gornjem primeru (c), imamo $F(z) = z^2/2$ za $|z| \leq \Delta$, $F(z) = |z|\Delta - \Delta^2/2$ za $|z| > \Delta$ i $f(x, \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{\theta}$, pa je robusni algoritam definisan sledećim relacijama

$$\boldsymbol{\theta}_{n+1} = \boldsymbol{\theta}_n - \Gamma_n F'(\epsilon_n) \boldsymbol{x}_n,$$

$$\Gamma_n = \begin{cases} \Gamma_{n-1} - \Gamma_{n-1} \boldsymbol{x}_n \boldsymbol{x}_n^T \Gamma_{n-1} / (1 + \boldsymbol{x}_n^T \Gamma_{n-1} \boldsymbol{x}_n) & |\epsilon_n| \leq \Delta \\ \Gamma_{n-1} & |\epsilon_n| > \Delta \end{cases}$$

Iscrpna teorijska i praktična analiza rekurzivnih robusnih metoda data je u radu [70], kao i u drugim srodnim radovima Cipkina i Poljaka.

BIOGRAFIJA AUTORA

Maja Stanković rođena je 29.05.1976. godine u Beogradu, gde je stekla osnovno i srednje obrazovanje. Osnovnu školu „Vuk Karadžić“ je završila 1991. godine, a zatim Prvu beogradsku gimnaziju 1995. godine.

Elektrotehnički fakultet u Beogradu je upisala 1995. godine, odsek Elektronika, telekomunikacije i automatika, smer Telekomunikacije. Diplomski rad pod nazivom „Prepoznavanje bolesti na bazi ekspresije gena primenom veštačke inteligencije“ odbranila je 2002. godine sa ocenom 10 (deset).

Magistarske studije na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu, odsek Upravljanje sistemima, završava 2014. godine odbranom magistarske disertacije pod nazivom „Distribuirani gradijentni metod za makro-kalibraciju bežičnih senzorskih mreža“.

Po diplomiranju zaposlila se u Telekom Srbija a.d. gde se bavila različitim problemima, od održavanja i nadgledanja do strateškog planiranja mreže. Učestvovala je aktivno u uvođenju brojnih novih tehnologija u domenu telekomunikacija, kao i različitih alata za optimizaciju i automatizaciju sistema i procesa od interesa za Telekom..

Trenutno je na poziciji Stručnjaka za tehnološku strategiju, gde joj je glavna preokupacija planiranje i uvođenje 5G tehnologije, različitih vidova IoT tehnologije i velikih sistema senzorskih mreža.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом

Дистрибуирана калибрација сензорских мрежа у великим системима управљања заснована на консензусу

која је одбрањена на Електронском факултету Универзитета у Нишу:

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да ову дисертацију, ни у целини, нити у деловима, нисам пријављивао/ла на другим факултетима, нити универзитетима;
- да нисам повредио/ла ауторска права, нити злоупотребио/ла интелектуалну својину других лица.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са ауторством и добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, _____

Потпис аутора дисертације:


Маја С. Станковић

**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ЕЛЕКТРОНСКОГ И ШТАМПАНОГ ОБЛИКА
ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Наслов дисертације:

**Дистрибуирана калибрација сензорских мрежа у великим системима управљања
заснована на консензусу**

Изјављујем да је електронски облик моје докторске дисертације, коју сам предао/ла за
уношење у **Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу**, истоветан штампаном
облику.

У Нишу, _____

Потпис аутора дисертације:


Маја С. Станковић

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу унесе моју докторску дисертацију, под насловом:

Дистрибуирана калибрација сензорских мрежа у великим системима управљања заснована на консензусу

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском облику, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY) -
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
- 3. Ауторство – некомерцијално – без прераде (CC BY-NC-ND)**
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прераде (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

У Нишу, _____

Потпис аутора дисертације:


Маја С. Станковић